settembre 2014 **Microepisodio 1**

Commenti dell'insegnante
Commenti Giancarlo Navarra

1. *L'insegnante propone la seguente frase e chiede di tradurla in linguaggio matematico:*

Aggiungi a 10 la sua metà

2. *Si trascrivono alla LIM le seguenti traduzioni:*

10+5 10+10:2

3. *La discussione conduce a ritenere la seconda frase più trasparente in quanto esprime il processo attraverso il quale viene rappresentato il 5 come 'metà di 10'*
4. I: E se la frase fosse stata: 'trova il risultato della somma tra 10 e la sua metà'?[1]
5. *Gli alunni propongono:*

(a) 10+5=15 (b) 15 (c) 10+10:2=15

6. *La discussione porta a rilevare che:*
7. in (a) manca però la metà[2];
8. (b) 15 non è la traduzione è il risultato, manca il come lo abbiamo ottenuto[3]
9. (c) 10 +10:2=15 è considerato il più corretto.
10. *L'insegnante propone la consegna: Come leggo[4] 10+10?*
11. *Emergono due proposte:*

somma 10 a 10 aggiungi 10 a 10[5]

---

[1] *La consegna è costruita in una prospettiva aritmetica. Per costruirne una in una prospettiva prealgebrica non si chiede di 'trovare il risultato' ma di rappresentare la somma fra 10 e la sua metà.*
[2] *Sarebbe stato più corretto dire che manca la rappresentazione della metà di 10, e osservare che la forma non canonica 10:2 è più trasparente di 5 perché si evidenzia il processo.*
[3] *Suggerisco di non parlare di 'risultato' e 'ottenere' perché si rimane nell'ambito delle operazioni e si favorisce il punto di vista procedurale.*
[4] *Suggerisco di introdurre, o comunque favorire, il termine tradurre.*
[5] *Faccio rilevare che compaiono forme procedurali e sarebbe importante individuarne di tipo relazionale come ad esempio: La somma fra due dieci, La somma fra 10 e 10, Il doppio di dieci.*

26-10-2014

Messaggio dell'insegnante

Ho provato a riorganizzare in forma di microdiario alcune attività che sto svolgendo in prima.
La ricostruzione della discussione è parziale perché, pur lavorando alla LIM, non riesco a riportare tutti gli interventi. Una delle prossime volte provo a registrare gli interventi.
Rispetto ai primi giorni la classe partecipa di più, ma il numero degli interventi rimane limitato e gli alunni che si propongono sono quasi sempre gli stessi[6]. Il livello molto basso di gran parte della classe (sia sul piano delle conoscenze matematiche, sia su quello linguistico) mi pone molti interrogativi: ho l'impressione di non riuscire a coinvolgerli in quello che stiamo facendo e che molti non "capiscano" le attività proposte[7]. Ho provato a fare una piccola esercitazione individuale in classe per verificare il livello di acquisizione di alcuni termini e i risultati sono stati un po' sconfortanti...
Parallelamente alle attività che ho riportato, in prima e in seconda ho proposto la risoluzione delle espressioni riportando, dopo l'uguale, il risultato e ribadendo la differenza tra rappresentazione in forma canonica e in forma non canonica di un numero
Hanno accettato questa "novità" facilmente e si sforzano di parlare di forma canonica e non canonica. L'impressione però è che lavorino ancora solo in prospettiva aritmetica e che il "risultato" dopo l'uguale costituisca una sicurezza per il calcolo più che una diversa rappresentazione[8].
Aspetto la sua revisione.

Commenti di *Giancarlo Navarra*
Commenti dell'insegnante (successivi a quelli di Navarra)

Microepisodio 2.

(I = I, A = A)

1. *I propone la seguente frase e chiede di tradurla in linguaggio matematico:*

Togli 13 a 19 poi aggiungi 7 moltiplicato per 3

2. *Si trascrivono alla LIM le seguenti frasi:*

---

[6] *Il problema evidenziato dall'insegnante è molto importante e influenza in maniera determinante le discussioni in ambiente matematico. Peraltro, bisogna tener presente che, molto probabilmente, gli alunni non sono abituati a queste attività, e rimangono disorientati di fronte a richieste che suonano come inconsuete e, spesso, 'strane'. Suggerisco (ma probabilmente l'insegnante lo ha già fatto) la lettura di quelle che abbiamo chiamato 'FAQ didattiche', che aiutano ad affrontare alcuni dei nodi fondamentali della promozione e della gestione delle discussioni.*

[7] *Anche questo è un aspetto molto importante, per certi aspetti il più importante. Perché un insegnante dovrebbe coinvolgere gli studenti in attività che comportano una riflessione sul linguaggio? La mia risposta è: in questo modo può rovistare nell'epistemologia dei suoi studenti, che spesso si basa su convinzioni ridotte all'osso, nonostante gli sforzi degli insegnanti che l'hanno preceduta. Gli studenti si costruiscono l'idea (povera) di una 'matematica del fare' anche perché, probabilmente, nessuno li ha mai guidati verso la riflessione sui linguaggi. Non sono abituati ad attività di tipo metalinguistico come quelle che ora l'insegnante sta proponendo. Le strategie per coinvolgere la classe sono numerose e la loro efficacia va esplorata cammin facendo. Alcuni esempi: far capire che la qualità dell'argomentazione è un valore per l'insegnante; negoziare e condividere termini e costrutti nuovi esaltando la rete delle relazioni che li collegano, ad esempio: forma canonica/non canonica conduce a processo/prodotto, che conduce a opaco/trasparente (su questa dualità tornerò nel Microepisodio 3) e ai due significati dell'uguale; condividere con gli alunni il proprio quadro teorico di riferimento non aggiungendo nozioni, ma costruendo assieme un nuovo patrimonio culturale. Per il momento mi fermo qui.*

[8] *È tutto vero quello che dice, ed è proprio lì la difficoltà: condurre gli studenti ad una graduale consapevolezza che ciò verso cui l'insegnante li sta guidando è una concezione più evoluta della matematica per costruire la quale saper produrre, interpretare e tradurre frasi (in linguaggio naturale e matematico) sono competenze che stanno alla base della costruzione delle competenze matematiche.*

19 - 13 + 7 x 3 Favour

19 - 13 + (7 x 3) = andrea

19 - 13 + (7 x 3) besmala

3. *L'I chiede alla classe quale, secondo loro, è la traduzione migliore e per quale motivo.*
4. A1: Quella di Besmala perché ha le parentesi.
5. A2: In quella di Andrea c'è = che non serve.
6. A3: Quella di Favour perché le parentesi non servono.
7. A4: Ha ragione perché anche se togliamo le parentesi facciamo prima 7×3.
8. A5: In questo caso le parentesi sono come mettere un cappotto in una giornata estiva.
9. I: Quindi quale frase ritenete essere la migliore traduzione?
10. Tutti: Quella di Favour[9].

19 - 13 + 7 x 3 Favour

19 - 13 + (7 x 3) = andrea

19 - 13 + (7 x 3) besmala

11. I: 19–13+7×3 è la traduzione in linguaggio matematico della frase: "Togli 13 a 19 poi aggiungi 7 moltiplicato per 3". Potremmo tradurre la frase di Favour con una frase in linguaggio naturale diversa?
12. A1: No, la frase è quella.
13. A2: Potremmo aggiungere delle cose… tipo metti il risultato… ma poi la frase è diversa.
14. A3: Potremmo concentrarci di più sulle operazioni… tipo il più.
15. A4: Non capisco nella frase c'è già aggiungi che vuol dire più.
16. A3: Tipo: fai la somma tra il risultato di una sottrazione e quello di una moltiplicazione.
17. I: Prendendo la frase di Favour e il suggerimento di A3 come potremmo tradurre in linguaggio naturale la frase?
18. A3: Fai la somma tra 19 meno 13 e il prodotto tra 7 e 3
19. A5: Allora è meglio: fai la somma tra la differenza tra 19 e 13 e il prodotto tra 7 e 3.
20. *L'ultima proposta viene accettata da tutti.*[10]

---

[9] *Dalle frasi (4-8) degli alunni emergono numerosi spunti per la generalizzazione degli argomenti che state trattando, sui quali sarebbe stato importante soffermarsi (forse lo avete fatto ma non compare negli appunti): Perché A1 attribuisce valore alle parentesi? Perché per A2 l'uguale non serve (la questione si ripresenta nella Microsituazione 4)? Perché A3 e A5 sostengono che qui le parentesi non servono? (splendida la metafora del cappotto) Cosa intende A4 dicendo che 'si fa prima?' Gli studenti saprebbero argomentare perché la frase di Favour è scelta come la migliore?*
Abbiamo riflettuto sull'uso delle parentesi, anche se non ho riportato gli interventi nel microdiario. Quello che è emerso è molto legato a un'idea procedurale: si fanno prima le parentesi.... Non è emerso che le parentesi e la loro possibile introduzione potrebbero rendere più chiare le relazioni tra le diverse operazioni.

[10] *La sequenza di interventi (11-19) è molto interessante perché emergono poco alla volta i termini 'differenza' e 'prodotto'. Quello che mi/le chiedo è: poiché la frase conclusiva di A5 (19), accettata da tutti, contiene sì i due termini ma il suo impianto è procedurale ("Fai la somma… ") perché l'insegnante non ha continuato verso un'impostazione 'globalmente' (e non solo parzialmente) relazionale? O lo ha fatto e non compare? Ha mai affrontato esplicitamente con gli alunni la dualità relazionale/procedurale? Questo è un passo molto importante verso un cambiamento di prospettiva nel loro modo di concepire la matematica.*
Verissimo, ne sono assolutamente consapevole e ho provato a guidarli verso una fase più relazionale... ma gli occhi sbarrati, mi hanno fatto desistere. L'alternativa era che fossi io a proporla, ma ho preferito lasciarmi un'altra possibilità per cercare di farla emergere da loro.

Microepisodio 3.

1. *L'I propone la seguente frase e chiede di tradurla in linguaggio naturale:*

$$\boxed{14 + a = 36}$$

2. A1: "a" è un numero che non conosciamo.
3. A2: "a" è una lettera quindi può essere qualunque numero.
4. A3: Non in questo caso: non possiamo aggiungere qualunque numero a 14 se vogliamo come risultato 36.
5. A4: Infatti "a" è come dire 22.
6. A5: Sì, ma solo in questo caso…
7. I: Ok, ma come possiamo tradurre in linguaggio naturale la frase?[11]
8. A2: A 14 aggiungiamo un numero che ci dà 36.
9. A6: A 14 aggiungiamo un numero che come somma dà 36.
10. A1: Aggiungiamo, somma… non c'è bisogno di dirlo ancora… basta aggiungiamo o somma.
11. A7: Quanto devi aggiungere a 14 per arrivare a 36?
12. A8: Se aggiungi 22 a 14 ottieni 36.
13. A9: Ma 22 non lo conosci…
14. I: Secondo voi qual è la frase più chiara? Se dovessimo scegliere una di queste frasi perché un vostro amico capisca che deve scrivere 14+a=36 quale sceglieremmo?
15. A3: Per me sono tutte chiare…
16. A5: Però quella che ti fa capire meglio che devi trovare un numero è quella con il punto?
17. *Alla fine tutti concordano che "Quanto devi aggiungere a 14 per arrivare a 36?"*[12] *è la traduzione più **TRASPARENTE** (utilizzo questo termine per la prima volta e ai ragazzi "piace" chiarisce quello che volevano dire). Non introduco il termine* opaco[13].
18. *I: Proviamo con un'altra frase:*

$$\boxed{24 - x = 18}$$

19. A7: Quale numero togliamo a 24 per avere 18?
20. A8: Però possiamo anche dire quale numero aggiungiamo a 18 per arrivare a 24.
21. A2: Sì, però è meno trasparente, io farei più, non meno.
22. A10: Ha ragione: il numero da trovare è lo stesso ma non è la traduzione, è meno chiara.
23. A8: E se dico togli 6 a 24 per ottenere 18? Non è più trasparente?
24. Coro: No… non si capisce che devi trovare un numero.
25. I: quindi ci sono delle traduzioni più OPACHE, poco chiare e altre più TRASPARENTI, più chiare. Per voi qual è la traduzione più trasparente?
26. *Concordano sulla proposta di A7 che, per oggi, diventa "l'eroe" della situazione!*

---

[11] *Gli interventi (2-6) aprirebbero la strada verso due significati diversi della lettera. Sarebbe stato importante confrontare le posizioni di A1 (2) ("un numero che non conosciamo") e A2 (3) ("Può essere qualunque numero") e trarre delle provvisorie conclusioni. È importante che l'insegnante impari a cogliere i dettagli degli interventi degli alunni e a riproporli alla classe come spunto per la riflessione.*
Il tempo non mi è bastato, ma abbiamo ripreso la riflessione in un'altra attività: cercherò di riportarlo in un altro microdiario. Come potrei continuare l'attività?

[12] *La frase concordata va benissimo ma è ancora di tipo procedurale. L'insegnante avrebbe potuto approfittare anche di questa occasione per far emergere il punto di vista relazionale (sempre in forma graduale, progressiva, rispettosa del livello del balbettio algebrico al quale si muove la classe) e giungere ad una frase che dica cos'è l'oggetto in questione, per esempio: "La somma fra 14 e un numero sconosciuto è uguale a 36", o "La somma fra 14 e a è 36", o "È un'uguaglianza fra la somma di 14 e a e 36" e così via.*

[13] *Alcune osservazioni sull'uso della dualità trasparente/opaco. Perché non è stato introdotto anche il termine 'opaco'? Inoltre: 'trasparente' rispetto a cosa? Mi sembra che il termine sia stato usato in modo naive, mentre invece bisognerebbe indagare collettivamente sul suo significato, che ha a che fare con la visibilità del processo, e cioè delle relazioni (additiva, di equivalenza) fra gli enti in gioco, noti o sconosciuti, interne alla rappresentazione Gli alunni vanno resi consapevoli che possono partecipare attivamente alla produzione di pensiero matematico.*

Microepisodio 4.

1. *I propone la seguente attività:*

Inventa un problema...

22 + 16 + X = 67

2. *I chiede a due alunni di dettare il testo del problema inventato per scriverlo alla LIM e discuterne tutti insieme.*

Riccardo: Riccardo, Nicolò, Mattia e Claudio giocano a yu-gi-oh.

Alla fine della partita Riccardo ha vinto 67 figurine. 22 le ha vinte battendo Claudio, mentre 16 le ha vinte battendo Nicolò.

Quante ne ha vinte contro Mattia?

x = 29 numero di figurine vinte da Riccardo contro Mattia

3. A1: Va bene il testo di Riccardo[14]. Ci sono i numeri e anche le operazioni sono giuste.
4. A2: Però x=29 non serve, basta la domanda.
5. A3: Non chiedeva di risolvere.
6. Riccardo: Sì, però così ho controllato che facesse 67.
7. *Alla fine concordano che il testo del problema è chiaro (utilizzano spesso la parola trasparente).*
8. I: M la frase 22+16+x=67 allora rappresenta come risolverlo?
9. A4: Si.
10. A2: Non proprio…
11. A4: Per risolvere dobbiamo trovare quanto vale x e quindi devo fare altre operazioni…
12. A5: Per trovare x avrei dovuto scrivere 67-(22+16)= .
13. I: Ma noi siamo partiti da un'altra frase (*riporta l'attenzione sulla frase originale*):

22 + 16 + X = 67

14. A6: Sono i dati che ci sono serviti per scrivere il problema.
15. A7: È la traduzione in numeri del testo del problema.
16. *Tutti concordano con l'ultima affermazione.*
17. I: Leggiamo adesso il testo di un altro compagno:

Daniele: In una settimana un operaio lavora 22 ore, in un'altra lavora 16 ore. Sapendo che nella seconda settimana ha lavorato meno cerca di recuperare. In due settimane lavora 29 ore. Quante ore ha lavorato l'operaio?

18. A5: Manca 67 e 29 non deve esserci.
19. A8: Io non capisco 22 +16 non fa 29.
20. Daniele: No, in ALTRE due settimane lavora 29 ore.
21. A9: Allora non recupera ore.
22. I: Proviamo a migliorare il testo in modo che tutti capiscano quello che voleva dire Daniele.

Daniele: In una settimana un operaio lavora 22 ore, (in un'altra) nella seconda settimana lavora 16 ore. Sapendo che nella seconda settimana ha lavorato meno cerca di recuperare. (In due settimane) Nelle ultime due settimane del mese lavora 29 ore. Quante ore ha lavorato l'operaio in un mese?

23. *Il nuovo testo è frutto di più interventi.*
24. A 3: Adesso è più chiaro.
25. A 8: Sì, però non va bene con la frase iniziale.

---

[14] Anche in questo caso si può aprire un panorama algebrico riflettendo sulla consegna aritmetica "Quante ne ha vinte contro Mattia?" e aprendo ad una consegna algebrica "Rappresenta la situazione in modo che altri possano trovare il numero delle figurine vinte contro Mattia". Si affronta cioè la dualità risolvere/rappresentare.

26. Gli altri sostanzialmente concordano[15].

[15] In situazioni come questa propongo di porre a confronto la frase iniziale in linguaggio matematico presentata dall'insegnante con i testi del problema inventati dagli alunni producendo una nuova rappresentazione, e cioè una traduzione in linguaggio atematico del testo inventato, e verificare se è uguale a quella data. Nella seconda versione di Daniele come sarebbe stata la rappresentazione? A5 (18) ha ragione quando afferma che manca 67 e che 29 non deve esserci, ma l'errore sarebbe emerso con ancora maggiore chiarezza se si fosse cercato di costruire una traduzione del testo, per esempio: 22+16+29=x (x = numero delle ore di lavoro dell'operaio), che è diversa diversa da 22+16+x=67. Confrontare e verificare parafrasi è un'attività di grande importanza.

Utilizzerò questo suggerimento per la prossima attività. In classe non mi è venuto in mente e mi sono limitata a lavorare su testo e, in un'attività successiva che non compare, a far fare la parafrasi del testo. Sarebbe stato molto utile chiedere una nuova rappresentazione sulla base dei testi prodotti. Si potrebbe fare come lavoro di coppia lavorando sul testo del compagno, anche se ho notato che, lavorando individualmente, non hanno capacità critica. Prima della discussione in classe, (microdiario) avevo ricopiato i testi di tutti e avevo chiesto loro, di valutare sei la frase data rappresentava il testo prodotto e se il testo era chiaro nella sua formulazione e perchè. TUTTI hanno risposto si ad entrambe le domande non riuscendo a produrre alcuna "argomentazione".

(Le lascio immaginare alcuni testi, se vuole glieli invio)

È probabilmente troppo presto e comunque manca una abitudine a riflettere in modo metacognitivo, quindi sto procedendo molto lentamente per cercare di non perderne troppi strada facendo...

12 novembre 2014 Microsituazione 5

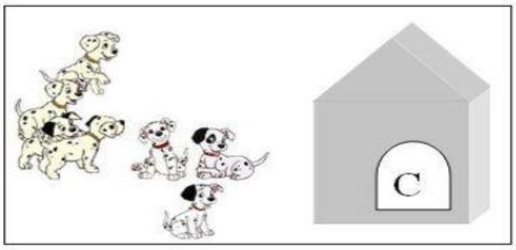
Commenti insegnante di classe
Commenti Navarra (E-tutor)

EVENTUALI ESPERIENZE PRECEDENTEMENTE CONDOTTE IN CLASSE IN AMBIENTE EARLY ALGEBRA
La classe sta seguendo un percorso sul linguaggio matematico in ambiente early algebra. L'episodio proposto si colloca nel seguente scenario: il quesito è stato inserito in una prova di verifica. Successivamente ho raccolto tutte le spiegazioni degli alunni e le abbiamo discusse in classe.

OBIETTIVI DELL'ATTIVITÀ
Riconoscere la frase che rappresenta l'immagine
Spiegare la correttezza della rappresentazione
Commentare spiegazioni fornite da altri

Quesito assegnato: Risolvi l'esercizio[16] *e spiega perché hai scelto quella frase per rappresentare l'immagine:*

5. Un negozio di animali ha messo in vetrina 11 cuccioli. Alcuni sono visibili, altri non si vedono perché sono dentro la casetta:



Quale frase rappresenta correttamente la situazione?

☐ A. c = 11 + 7
☐ B. 7 + c = 11
☐ C. 11 = c - 7

1. I: Prima di esaminare le vostre "spiegazioni" rileggiamo l'esercizio e proviamo a raccontarlo. Che cosa rappresenta l'immagine?
2. Alessia: Si vedono dei cuccioli che giocano, una cuccia sopra la quale si vede la lettera C. Il testo racconta che in una vetrina ci sono 11 cuccioli. Solo alcuni si vedono, altri cuccioli non si vedono.
3. I: Che cosa chiede l'esercizio?
4. Pamela: Di trovare quanti cuccioli ci sono nella casetta.
5. Nicolò: Quale tra le tre frasi rappresenta meglio il disegno.
6. Martina: Ha ragione Nicolò perché sotto il disegno è scritto "Quale frase rappresenta correttamente la situazione?" quindi l'esercizio non chiede di fare calcoli, ma di trovare la frase che rappresenta meglio[17].
7. I: Ok, ora leggiamo le spiegazioni di coloro che non hanno individuato la rappresentazione corretta e cerchiamo di capire quale errore hanno commesso.
8. Spiegazioni fornite da coloro che NON hanno individuato la rappresentazione corretta:
9. Sirio: La C perché non sai quanti cani sono in vetrina.

---

[16] *In letteratura si parla spesso, dal più semplice al più complesso, di esercizio – problema – situazione problematica. Direi che quella che l'*insegnante *ha proposto appartiene, per la sua complessità, alla terza categoria.* La situazione è analizzata tra le prove del Curricolo ArAl (Competenza A5, Guida per l'insegnante).

[17] *Ottimo lo scambio (4-6).* Permette *di riflettere con la classe sulla differenza* fra i tre *interventi. Pamela (4) non coglie il senso della consegna, formulata a livello metacognitivo (confrontare delle rappresentazioni), e la abbassa ad un livello cognitivo (trovare un 'risultato'). Suggerisco all'insegnante di* parafrasare *la consegna* del problema *assieme alla classe, in modo da rendere evidente la relazione tra il punto di vista di Pamela e quello di Nicolò (5) e Martina (6), riformulandola per esempio in questo modo "*Quale frase (la richiesta è formulata a livello *metacognitivo*, in cui bisogna confrontare le tre frasi *e* sceglierne una*)* permette di trovare *(*prestazione a *livello cognitivo) il numero dei cuccioli dentro la casetta?". Si può vedere così che ciò che chiede Pamela è, per così dire,* annidato nella consegna.

10. Riccardo: Sirio non ha letto bene l'esercizio perché è scritto quanti cani ci sono in vetrina.
11. Favour: Ho scelto sia la B sia la C per l'uguale.
12. Martina: Secondo me = 11 ha indotto in errore perché 11 è nel testo.
13. Riccardo: Ho messo la C perché i cuccioli in tutto sono 11.
14. Riccardo: Perché ho letto male il testo il meno mi è sembrato un più.
15. Pamela: Ho scelto la C perché se dobbiamo trovare un numero che non conosciamo si deve usare la sottrazione. Per me la A è sbagliata perché il testo dice che i cani sono 11e quindi se sommiamo questi due numeri troviamo un numero maggiore. La B è sbagliata perché è impossibile fare quella addizione siccome non sappiamo il numero da sommare a 7.
16. I: Esaminiamo la spiegazione di Pamela una frase per volta: Prima: 'Ho scelto la C perché se dobbiamo trovare un numero che non conosciamo si deve usare la sottrazione'. Ha ragione Pamela? Proviamo a fare degli esempi.
17. Fahd: Ho 10 caramelle, ne mangio 5: quante ne rimangono (numero sconosciuto)? Uso il meno.
18. Rebecca: Compro 10 caramelle, un amico me ne regala 5: quante ne ho? Uso il più
19. Aurora: Compro 3 pacchetti di caramelle. Ogni pacchetto contiene 10 caramelle. Quante caramelle ho in tutto? Uso la moltiplicazione.
20. I: quindi cosa possiamo concludere?
21. Tutti: Un numero sconosciuto si può trovare anche con operazioni diverse dalla sottrazione.
22. I: Seconda: 'Per me la A è sbagliata perché il testo dice che i cani sono 11 e quindi se sommiamo questi due numeri troviamo un numero maggiore'.
23. Andrea: Pamela ha ragione, infatti C rappresenta i cuccioli nella casetta[18] e deve essere un numero più piccolo di 11, perché in tutto i cuccioli sono 11.
24. I: Terza: "La B è sbagliata perché è impossibile fare quella addizione siccome non sappiamo il numero da sommare a 7".
25. Sofia: L'esercizio non ci chiede di fare calcoli ma di trovare la rappresentazione giusta.
26. I: Ora leggiamo le spiegazioni di coloro che hanno individuato la rappresentazione corretta. Ditemi se ci sono spiegazioni che secondo voi sono sbagliate e perché.
27. Tutti[19]: Quelle di Maryem, di Fahd e di Martina. Maryem ha interpretato male il testo, in quella di Fahd non è vero che la C vuol dire qualunque numero, Martina non si capisce cosa vuol dire "concreta".
28. I: Tra le spiegazioni rimaste qual è quella più CHIARA /TRASPARENTE?
29. <u>Spiegazioni fornite da coloro che hanno individuato la rappresentazione corretta:</u>
30. Besmala: La B ti dice che 7 cuccioli fuori insieme a quelli dentro sono in tutto 11.
31. Fahd: Perché in 7+C la C vuol dire qualunque numero[20].
32. Nicolò: Ho scelto la B perché 7 sono i cagnolini che si vedono in vetrina e C sarebbe il numero di cagnolini dentro la casetta.
33. Chiara: Perché sappiamo che fuori ci sono 7 cuccioli e dentro non si sa.
34. Carlo: Perché ci dà il risultato 11.
35. Maryem: Perché fuori sono sette e dentro 11[21].
36. Alessia: La B ti dice 7+4=11. Anche se non abbiamo 4, ma abbiamo C ho scoperto il valore di C con questa operazione: 11–7=4[22].
37. Martina: Ho scelto la B perché è più concreta[23].
38. Daniele: La B perché ha sommato tutti i cani e da come risultato 11. La A è sbagliata perché l'esercizio ti chiede di trovare la forma non canonica adatta per trovare 11. La C no perché se si fa C-7 non si può ottenere 11, perché dobbiamo sommare insieme i cani [24].
39. Clark: La B è giusta perché 7+C, cioè la casetta, corrisponde a 11.

---

[18] *È opportuno sottolineare in questi casi che C non* rappresenta 'i cuccioli', ma <u>il numero dei cuccioli</u>. *Subito dopo Andrea in effetti parla di "numero più piccolo" ma* è meglio che l'esplicitazione sia evidente.

[19] Purtroppo non posso farmi un'idea perché non ci sono i protocolli.

[20] Perché C non può rappresentare qualunque numero.

[21] Ha interpretato male le informazioni dell'esercizio.

[22] È interessante perché spiega l'operazione per trovare C. L'osservazione dell'insegnante riflette un punto di vista aritmetico (l'operazione per trovare). Lavorare in una prospettiva *algebrica* significa portare l'attenzione sul fatto che Alessia risolve, in modo naif, *un'equazione*: 7+c=11 → c=11-7. La seconda frase, tradotta dagli alunni in linguaggio naturale, potrebbe essere: "il numero dei cuccioli nella casetta è uguale alla differenza fra il numero di quelli in vetrina e di quelli visibili". È importante che l'insegnante si faccia, con l'esperienza, le antenne in questo senso, e colga gli infiniti spunti che permettono di far evolvere il pensiero nella direzione algebrica.

[23] Non si capisce cosa vuol dire concreta

[24] Quella di Daniele perché spiega anche le altre frasi. La rappresentazione non canonica di un numero può contenere anche una lettera.

40. Federico: Perché dice che 7, cioè i cuccioli visibili, e "C" che sarebbe casetta, sommati fanno 11 cioè quelli in vetrina.
41. Sofia: La rappresentazione B è quella giusta perché i cuccioli esposti sono 11 cioè la somma di quelli visibili e quelli nella casetta.

[25].

---

[25] *Nella discussione finale l'attenzione della classe si concentra sulla spiegazione di Daniele che reputano la più trasparente. Provo a portare la loro attenzione su quella di Alessia e sul ragionamento che ha esplicitato, ma non li convince, non la percepiscono come trasparente e l'attenzione torna su quella di Daniele che la maggior parte preferisce. Penso che siano anche influenzati dal fatto che stiamo lavorando con le piramidi e nelle ultime abbiamo introdotto la lettera per rappresentare il numero sconosciuto e abbiamo ripreso i termini forma canonica e non canonica. Provo nuovamente a riportare l'attenzione su altre frasi (Besmala, Sofia, Federico), ma rimangono fermi nelle loro convinzioni. Probabilmente sto chiedendo troppo e sono stanchi.*

Avrei potuto riprendere e sottolineare molti spunti emersi dalle loro spiegazioni, ma seguire i loro interventi e trascriversi, non mi lascia la lucidità che vorrei. Rispetto alle prime discussioni, il livello di partecipazione è molto migliorato, sia nella qualità degli interventi, sia nel numero di alunni che intervengono (non sempre i soliti noti!) Mi piace segnalare gli interventi di Martina, una bimba molto in difficoltà, che invece è intervenuta più volte e si è sentita ascoltata dai compagni.

Ultima nota: 5 alunni (circa 20%) non forniscono nessuna spiegazione, tra cui l'alunno certificato che individua però la rappresentazione corretta.

Prendo in considerazione la spiegazione di Daniele (38), visto che è la più gettonata, e pongo alcune questioni:

- "La B perché ha sommato tutti i cani*": si è riflettuto sul fatto che non si sommano 'cani' ma numeri? In questo modo si approfondirebbe il significato della lettera in ambito matematico.*
- *"*e dà come risultato 11": *interpretare 11 come 'risultato' e non come 'numero dei cuccioli in vetrina' lascia trasparire il punto di vista procedurale* di *Daniele: si è discusso con la classe su questo aspetto? Sarebbe molto importante perché permette di spostare l'attenzione verso una prospettiva* algebrica.
- "La A è sbagliata perché l'esercizio ti chiede di trovare la forma non canonica adatta per trovare 11": *anche qui Daniele parla di 'trovare', che conferma il suo punto di vista procedurale che lo porta a cercare un risultato; ritengo che quando Daniele parla di 'forma canonica' in realtà pensi all'*operazione *che permette di 'trovare 11'. Se la mia ipotesi fosse vera, confermerebbe l'importanza di una discussione sul suo protocollo per far emergere dei nodi che vanno approfonditi se si intende lavorare in una prospettiva* prelgebrica.
- "La C no perché se si fa C-7 non si può ottenere 11, perché dobbiamo sommare insieme i cani": *Daniele conferma il suo punto di vista aritmetico (si fa, si ottiene, si sommano i cani).*
- *In conclusione: mi chiedo quale significato abbiano attribuito gli alunni, nel rimanere sulla frase di Daniele, al concetto di trasparente; ritengo che sia più vicino a 'comprensibile' perché la frase esprime un punto di vista piano, tradizionale, basato su operazioni e risultati, 'comprensibile', appunto.*

La frase (25) di Sofia ("L'esercizio non ci chiede di fare calcoli ma di trovare la rappresentazione giusta") *pone la questione correttamente al suo livello metalinguistico anche se poi l'alunna non chiarisce perché la rappresentazione che ha scelto sia per lei quella 'giusta'.*

La frase (30) di Besmala ("La B ti dice che 7 cuccioli fuori insieme a quelli dentro sono in tutto 11*") andrebbe parafrasata, dando ai termini 'insieme' e 'in tutto' un significato più 'matematico', anche lasciando la sua 'freschezza linguistica', per esempio: "La somma tra il numero dei cuccioli fuori e quello dei cuccioli dentro è uguale al loro numero totale".*

La frase (40) di Federico ("Perché dice che 7, cioè i cuccioli visibili, e "C" che sarebbe casetta, sommati fanno 11 cioè quelli in vetrina.") interpreta correttamente la struttura della rappresentazione 'c' ma esprime l'errore di attribuire alla lettera C il significato di iniziale del nome Casetta e di associare a 7 e 11 delle parole ('cuccioli visibili' e 'quelli in vetrina') senza precisare 'numero di… '.

Una conclusione generale: lavorare in una prospettiva prealgebrica significa anche, per un insegnante, affinare la sensibilità nel riconoscere le continue microsituazioni nelle quali è possibile affiancare/contrapporre al punto di vista procedurale degli alunni il punto di vista relazionale. Per fare questo è necessario che alunni e docenti condividano certi termini del quadro teorico e li usino costantemente nel corso delle loro argomentazioni; questo aiuta gli alunni a capire perché tali riflessioni sono importanti nella costruzione e nella gestione consapevole delle loro competenze.