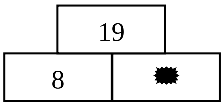
# I minivideo (MV) su *soluzioni ibride di equazioni* mediante striscioline e macchie di carta

1. Le attività oggetto dei MV intendono favorire, in generale, lo sviluppo del *pensiero relazionale*.
2. Vanno viste all'interno dell'evoluzione del *balbettio algebrico*; nella costruzione dei prerequisiti hanno notevoli implicazioni anche in geometria.
3. Riguardano principalmente queste competenze:
   i. rappresentare un numero passando dalla forma *canonica* alla *non canonica* e viceversa;
   ii. verificare un'uguaglianza fra numeri espressi in forma non canonica senza effettuare calcoli 'importanti'. Per es: data l'uguaglianza 37+56=39+54 capire che opportune *sostituzioni di forme canoniche con altre non canoniche* 37+54+2=37+2+54 permettono la sua verifica senza ricorrere a calcoli più complicati (93=93).
   iii. comprendere l'uso dell'*incognita*;
   iv. risolvere primi embrioni di *equazioni*;
   v. confrontare figure *equiestese*;
   vi. riconoscere due figure *equiestese* anche dopo che hanno subito delle modifiche.

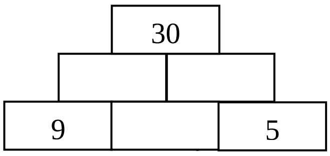
## A. ALCUNE PREMESSE

4. Sin dalla prima primaria gli alunni, attraverso attività come la Matematochetta, le mascherine, le piramidi dei numeri, la Matematoca, la griglia, ecc. incontrano le *metafore* dell'*incognita* (per esempio la *macchia*) inserite in scritture che esprimono le relazioni fra gli enti in gioco e spesso sono in forma di equazione o di pseudoequazione. Alcuni esempi:
   - Quando risolvono delle minipiramidi:




   e scrivono 8+✸=19, 19=8+✸, 19-✸=8, ecc.

   - Quando risolvono piramidi a tre piani di questo tipo:




   e organizzano una scrittura come 9+n×2+5=30.

   - Nel gioco del Domino, quando per esempio due tessere contigue, su una delle quali è caduta una macchia, portano ad un'uguaglianza del tipo:

   12+5=20-✸.

   - Nella soluzione di situazioni problematiche con la Matematoca (l'episodio si riferisce ad una terza):

| |
|---|
| Luigi si trova su una tessera su cui c'è scritto:<br>'Aggiungi il doppio di 3 al punteggio del dado'<br>Lancia il dado ma i compagni non fanno in tempo a vedere il punteggio. Vedono che Luigi fa 5 passi.<br>Rappresenta la situazione in modo che Brioshi trovi il punteggio del dado. |

   e gli alunni decidono che la frase da inviare a Brioshi è:

   d+3×2=7.

In tutte queste situazioni, una volta elaborata la rappresentazione corretta, per trovare il valore dell'incognita si dovrebbe risolvere l'equazione ma alunni di seconda, terza o inizio quarta primaria, anche se hanno familiarità con l'early algebra, non sanno ancora cosa sia. Normalmente l'individuazione del valore dell'incognita è il frutto di una successione di intuizioni, tentativi, ipotesi guidati dall'insegnante.

## B. CONSEGUENZE DI TALI PREMESSE: VERSO LA *SOLUZIONE IBRIDA DI EQUAZIONI* CON IL SUPPORTO DI MINIVIDEO

5. Nell'importante avvio alla pluralità delle *rappresentazione* delle relazioni fra gli enti di una situazione problematica accade quindi spesso che essa, una volta tradotta correttamente in linguaggio matematico, generi un'equazione per risolvere la quale gli alunni non possiedono ancora gli strumenti necessari. Nell'affrontare questa difficoltà attraverso la strategia dei MV ci siamo ispirati al concetto di *pseudo equazione* o *equazione ibrida*, termini coniati dal ricercatore J. T. Da Rocha Falcão per indicare i modi nei quali alunni di 6–10 anni, non ancora introdotti all'algebra, risolvono semplici problemi algebrici grazie alle suggestioni indotte da una preventiva rappresentazione che può essere spontanea oppure – più frequentemente – opportunamente indotta dall'insegnante (disegni, colori, frecce, schemi, …).
   Nei casi che abbiamo esaminato in **A.** le scritture ottenute dagli alunni possono essere considerate equazioni formalmente 'vere' anche se l'incognita viene spesso indicata con la macchia e non con la lettera (dipende dall'età e dalle competenze degli alunni). È nella <u>soluzione di queste equazioni</u> che i MV, e le attività che essi generano nelle classi, fanno coesistere in modo organico, in fasi strettamente connesse fra loro, manipolazione di oggetti, linguaggio iconico, linguaggio simbolico, linguaggio naturale. In questo senso possiamo parlare di *soluzioni ibride*, mediante le quali gli alunni conquistano la trasposizione in linguaggio algebrico dei passaggi concreti con le striscioline attraverso i quali hanno in precedenza trovato il numero nascosto dalla macchia o dalla lettera.

6. Le idee che stiamo esponendo si collegano alla strategia che vede, in quarta e/o quinta primaria, la *bilancia a piatti* come metafora per l'approccio alle equazioni di primo grado ad una incognita. Com'è noto, la metafora della bilancia è costruita attorno all'analogia tra l'<u>equivalenza</u> fra i membri dell'equazione e l'<u>equilibrio</u> fra i due piatti, colto dagli alunni attraverso la percezione dell'<u>orizzontalità</u> fra di essi.
   Ci si trova allora di fronte ad una sorta di 'vuoto didattico' fra due estremi: da un lato, in prima-seconda primaria, l'incontro con le prime *equazioni per gioco* (spesso proposte dagli stessi alunni, resi euforici da situazioni stimolanti e risolte per via intuitiva); dall'altro, in quarta-quinta primaria, l'incontro con la *bilancia a piatti* che apre la strada alla soluzione formale delle equazioni.
   Si ipotizza quindi che la strategia delle striscioline utilizzata nei MV, e delle attività che essi inducono, sia una fase intermedia (e provvisoria) costruita sull'equivalenza fra <u>figure equiestese</u>, da sviluppare a cavallo fra la seconda e l'inizio della quarta primaria, prima di incontrare la bilancia a piatti:

| prima | seconda | terza | quarta | quinta |
|---|---|---|---|---|
| Equazioni per gioco | | | Attività con la bilancia | |
| | Attività con le striscioline di carta (MV) | | | |

### B.1 Il primo esperimento

Il primo MV nasce all'interno del gruppo Progetto ArAl in Facebook. Gli alunni di una seconda primaria giungono, attraverso una situazione laboratoriale, all'equazione:

40-✹=7.

Il MV viene costruito con l'obiettivo di proporre un supporto concreto ad un possibile ragionamento che porti a scoprire il numero sotto la macchia:


F1


F2


F3


F4


F5

Il prototipo viene inserito nel gruppo; piace ma, come si vede nelle immagini F1-F5, vi è <u>un solo blocco di striscioline</u>, e non viene evidenziata quindi la corrispondenza fra i membri dell'equazione e <u>due blocchi di striscioline</u>, come avviene invece nei MV successivi.
Numerosi docenti lo portano nelle loro classi, lo proiettano due o tre volte di seguito e gli alunni lo interpretano:
Gli alunni di una classe propongono a loro volta un MV.

### B.2 Due esperimenti con notebook (messi provvisoriamente in frigorifero)

Il MV prototipo è seguito da altri due video 2.0 (un esempio), costruiti utilizzando l'opzione video di notebook (per la LIM Smart) che vengono momentaneamente messi in frigorifero; i MV 2.0 saranno oggetto di successivi sviluppi.

## C. I MINIVIDEO

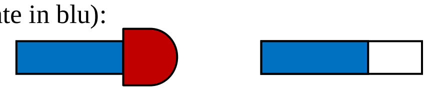
(**C.1**) Le striscioline e la macchia; attività propedeutiche;
(**C.2**) questioni di metodo sulla costruzione e sulla gestione in classe dei MV;
(**C.2**) i MV costruiti su equazioni.

### C.1 Le striscioline e la macchia; attività propedeutiche

Gli alunni:

- svolgono attività su figure equiestese; nel caso di coppie di figure, riconoscono che esse rimangono equiestese anche se una sola, o entrambe, subiscono certe trasformazioni (per esempio: due rettangoli congruenti rimangono tali anche se vengono tagliati in modi differenti);
- riconoscono situazioni in cui, date due figure equiestese (congruenti o meno), una parte di una di esse sia nascosta; ad es. una parte del primo rettangolo è nascosta dalla figura rossa:

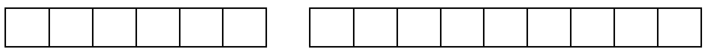
  capiscono che alla parte visibile del primo rettangolo corrisponde una parte equiestesa (in questo caso anche congruente) del secondo (evidenziate in blu):



  capiscono che si possono togliere e che le rimanenti sono anch'esse equiestese anche se la prima non è visibile:

- ampliano ulteriormente il riconoscimento a situazioni in cui, date due figure equiestese, la parte di cui non si conosce la lunghezza è indicata con una lettera (il percorso è poi lo stesso del precedente):


- riconoscono che figure equiestese rimangono tali anche se cambiano posizione nel piano (nei MV, finché le striscioline sono piccole si possono mettere sulla stessa linea, se sono lunghe bisogna metterle su file sovrapposte);
- possono compiere esercizi di traduzione partendo da una certa disposizione delle striscioline (con o senza la macchia o la lettera) e rappresentandola con un numero (in forma non canonica); per es:

 → 6+9

- o, inversamente, rappresentano una frase in linguaggio matematico (per esempio: 7+✸, 19+24, n+15, … ) con delle striscioline e, se c'è, con la macchia (o la lettera);
- vengono guidati a sostituire una strisciolina (tagliandola) con striscioline più piccole di differenti lunghezze.

### C.2 Questioni di metodo sulla costruzione e sulla gestione in classe dei minivideo

- A seconda dell'età degli alunni i MV potranno contenere numeri grandi o numeri piccoli, macchie o lettere; le scelte in questo senso verranno effettuate assieme ai docenti, delle classi pilota e non, prima di avviare la sperimentazione nelle classi. Le equazioni per ora contengono solo addizioni.
- Le attività possibili sono numerose; gli alunni (evidenzio **in rosso** l'attività di base):

  **(i) osservano e interpretano un MV con il supporto dell'insegnante (anche vedendolo più volte), poi traducono in linguaggio algebrico gli spostamenti, i tagli e le eventuali sostituzioni ad hoc delle striscioline con altre;**
  (ii) osservano, interpretano e traducono un altro MV da soli o in gruppo utilizzando le competenze maturate con il MV precedente;
  (iii) ricevono dall'insegnante un'equazione simile a quella presentata nel MV e, muniti di striscioline, da soli o in gruppi, individuano il numero nascosto dalla macchia o dalla lettera, elaborando strategie ispirate al MV, e traducendole in linguaggio algebrico; poi analizzano collettivamente alcuni protocolli;
  (iv) risolvono da soli un'equazione proposta dall'insegnante, questa volta senza l'aiuto delle striscioline;

(v) risolvono un'equazione con l'aiuto delle striscioline; poi l'insegnante presenta il MV relativo e confrontano le loro strategie con quelle adottate nel MV (che non è detto che siano le più produttive, può emergere il *principio di economia*).

**C.3 I minivideo**

Appunti di carattere generale:

- Le striscioline vanno usate fintantoché l'insegnante ne ravvede l'opportunità, poi vanno abbandonate (ed eventualmente riprese);
- in ogni MV si rappresentano i due membri dell'equazione sin dall'inizio con le striscioline e la macchia o la lettera;
- I numeri sono pensati per le classi seconda e terza e sono piccoli anche per non avere striscioline troppo lunghe; quando si proporranno numeri più grandi non ci sarà più bisogno di striscioline;
- è opportuno che l'insegnante faccia verificare ogni volta se il valore trovato è corretto sostituendolo nell'equazione.

Note per la lettura dell'elenco sottostante:

- nella prima riga è indicata la famiglia di equazioni al quale appartiene quella del MV;
- per ogni equazione vengono indicati i passaggi che la risolvono. Non è detto che siano i passaggi migliori, sono semplicemente quelli che traducono in linguaggio algebrico i gesti concreti attuati nel MV con le striscioline e la macchia (sostituzioni, cancellazioni, spostamenti). Potrebbero essere quelli con i quali gli alunni rappresentano ciò che hanno visto nel video;
- per ogni MV vengono proposte, oltre all'equazione 'protagonista', altre che presentano difficoltà simili;
- i numeri cancellati ai due lati dell'uguale sono contrassegnati con lo stesso colore.

VIDEO 1. **a+x=b**<br>
12+✹=23<br>
12+x=12+11<br>
x=11

Simili da proporre: 25=16+x *(possibile soluzione: 16+9=16+x → 9=x)*

VIDEO 2. **x+a=b** (i video sono due: V02A ✹+15=35 e V02B b+15=35)

| | |
|---|---|
| ✹+15=35 | b+15=35 |
| ✹+15=20+15 | b+15=20+15 |
| ✹=20 | b=20 |

Simili da proporre: 50=x+34

VIDEO 3. **x+a=b+c**<br>
x+16=7+19<br>
x+16=7+16+3<br>
x=7+3<br>
x=10

Simili da proporre: 26+15=13+x

VIDEO 4. **x+a+b=c**

| | | |
|---|---|---|
| x+9+6=24 | oppure | x+9+6=24 |
| x+9+6=9+6+9 | | x+15=24 → v. VIDEO 2 |
| x=9 | | |

Simili da proporre: 9+x+11=23

VIDEO 5. **a+b+x=c+d**

| | | |
|---|---|---|
| 7+9+n=11+12 | oppure | 7+9+n=11+12 |
| 7+9+x=(7+4)+(9+3) | | 16+n=23 → v. VIDEO 1 |
| 7+9+x=7+4+9+3 | | |
| x=4+3 | | |
| x=7 | | |

Simili da proporre: 9+x+5=7+10, 13+18+x=19+14, 11+6=8+3+x.

VIDEO 6. …