

Commenti dell'insegnante di classe
 Commenti degli insegnanti del gruppo
 Commenti dell'IR Giancarlo Navarra

9 novembre 2015

1 (Uso del registratore)

1

Presentazione dell'attività

I bambini hanno visionato due volte il [minivideo sull'equazione \$\dots + 15 = 35\$](#) e hanno poi avviato una conversazione per commentare e spiegare la situazione proposta nel filmato.

La maggior parte degli alunni conferma che la macchia vale 20 ma non sa spiegare perché. In un autentico e faticoso balbettio algebrico solo un gruppo di alunni prova ad argomentare; all'interno del gruppo stesso un bambino interviene e in qualche modo arriva alla conclusione seguendo solo i suoi pensieri, senza mai tener conto degli interventi degli altri.

Ci vuole comunque la guida dell'insegnante per arrivare alla conclusione che "il numero che non so" è la differenza fra 35 e 15.²

Una volta compreso, però, quasi tutti risolvono altre equazioni simili, anche con numeri molto grandi, quindi dove è impossibile intuire il valore della macchia.

La difficoltà dei bambini ad argomentare i propri ragionamenti fa capire una volta di più quanto sia importante dedicare molto tempo a questo genere di attività, soprattutto se si pensa a quanti esercizi tipo

$$\dots + 15 = 35 \qquad \qquad \qquad 35 - 15 = 20$$


si trovano sui testi di matematica, esercizi che vengono regolarmente eseguiti dai bambini, evidentemente spesso senza comprendere bene perché si fa così.

Qualche nota:

- la rappresentazione presentata nel video non ha fatto venire in mente a nessuno dei bambini il lavoro svolto con le bilance l'anno scorso, cosa che invece io mi aspettavo...; l'attenzione è rimasta bloccata sul contenuto del video;
- i bambini hanno fatto fatica a considerare la carta rossa come rappresentazione della macchia vista nel cartellino iniziale, la vedevano come la "striscia rossa", pur attribuendole il significato di numero da scoprire;
- ho avuto l'impressione che per il fatto di vedere le parti in movimento nel filmato, il tutto è stato vissuto in modo più procedurale che relazionale, infatti alla fine i bambini parlano di risultato dell'operazione. Con le immagini fisse questo non avviene³.

¹ Inizio con una premessa che in realtà scrivo dopo aver commentato tutta la trascrizione. Questo diario è molto importante e ringrazio davvero l'insegnante per averlo redatto. È importante perché è una delle prime sperimentazioni in classe del 'Progetto minivideo' ed è la prima trascrizione completa di un'audioregistrazione. Aiuta a capire punti nodali riguardanti:

(i) gli aspetti della 'sceneggiatura' che si sono rivelati poco chiari, perché hanno causato ostacoli o fraintendimenti negli alunni; penso ad alcune modifiche: disporre tutte le strisce una di seguito all'altra (v. Commento 5); sostituire la forma irregolare della macchia rossa con una striscia rettangolare non quadrettata; colorare dopo il taglio le parti uguali e lasciarle per un po' al loro posto prima di toglierle;

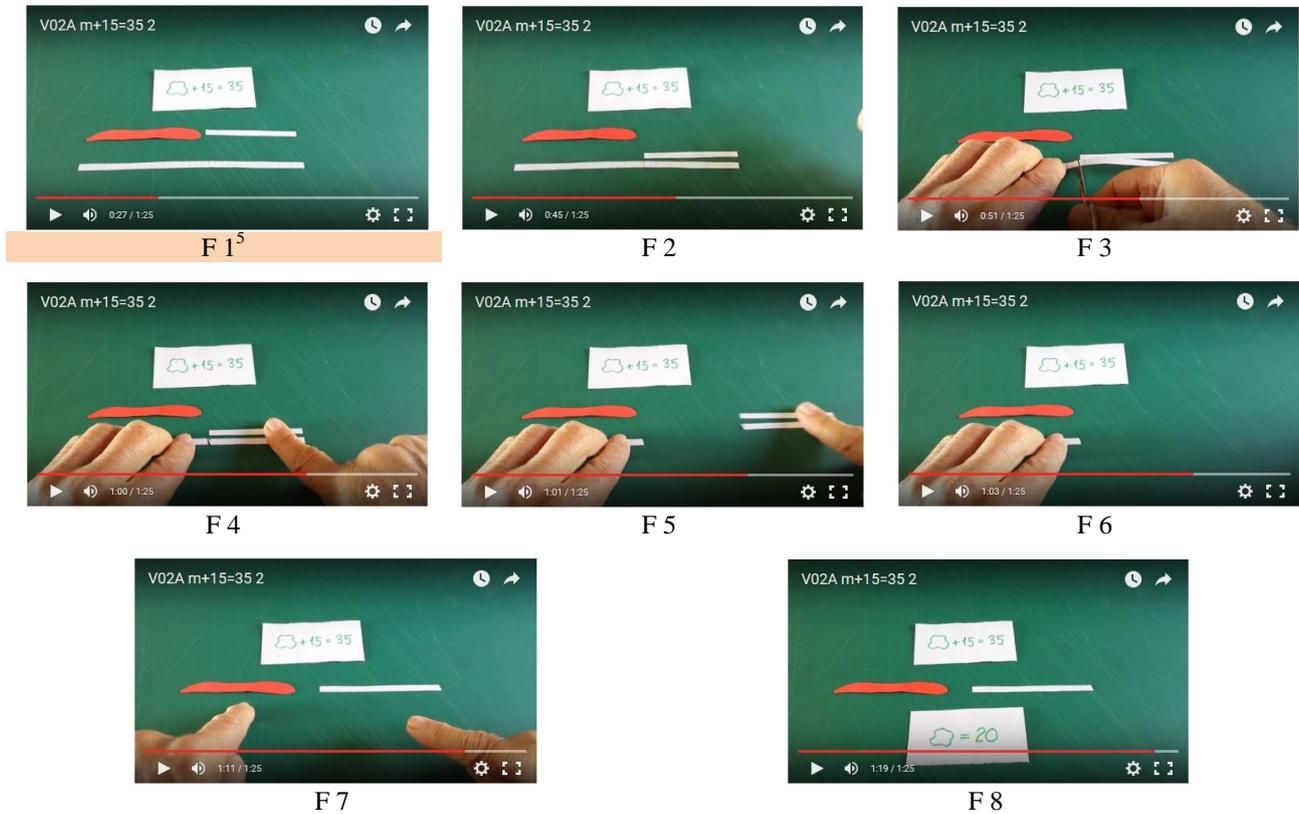
(ii) le difficoltà di un insegnante nell'impostare l'attività e nel gestire la discussione e le rappresentazioni;

(iii) le possibili iniziative da assumere dal punto di vista del metodo, per esempio: organizzare un breve incontro propedeutico con gli insegnanti, modulare le attività in modo da costruire negli alunni delle pre-competenze, ecc. Saranno preziosi altri diari come questo anche su altri minivideo.

² Il 'numero che non so' non è la differenza fra 35 e 15. Questa impostazione è probabilmente all'origine di certe difficoltà manifestate dagli alunni: dal video infatti non emergono spunti che facciano pensare ad una sottrazione. Il concetto di rappresentare – fedelmente e ordinatamente – le azioni così come si susseguono sovrverte completamente il punto di vista tradizionale, aritmetico, del risolvere, che è proprio quello che sta alla base dell'idea di usare la sottrazione. In questo senso, anche il successivo grafo – mediatore peraltro utilissimo in molte occasioni per aiutare a comprendere la relazione fra operazione diretta e sua inversa – è qui un elemento di 'disturbo concettuale'. Non è questa la competenza che si intende promuovere. Rimando per ulteriori approfondimenti su questi aspetti ai Commenti 21 e 22.

³ L'osservazione è molto interessante e andrebbe opportunamente verificata con ulteriori sperimentazioni. Per ora mi limito ad alcune considerazioni. Ci si dovrebbe comportare, credo, come si fa con la bilancia: dopo una serie di manipolazioni molto dinamiche gli alunni vanno guidati verso un livello meta in cui rappresentano non le azioni in sé, cioè una sequenza di gesti che operano sugli oggetti, ma ciò che quelle azioni significano svolgendosi proprio in quel modo. Per favorire la comprensione della situazione dal punto di vista metodologico e didattico inserisco alla fine del diario tre immagini contenenti una prima Griglia interpretativa che collega le azioni del video e le corrispondenti competenze che si intendono attivare, nata dall'analisi di come si sono svolte le attività durante altre sperimentazioni.

Descrizione della situazione proposta⁴
 Minivideo:
 $x+15=35$
 $35-15=20$
 $x=20$



1. Marco: Io volevo dire che secondo me il rosso significava quello che non so ancora, invece quello bianco significava quello che so già (F1).

⁴ Non vorrei che ci fosse un fraintendimento su ciò che compare nel minivideo, che non intende insegnare a risolvere un'equazione, ma a rappresentare in linguaggio matematico la sequenza dei gesti. In questo senso le tre scritture inserite dall'insegnante nella 'Descrizione della situazione proposta', basate sulla sottrazione, non rappresentano ciò che accade nel video; le trascrizioni che gli alunni dovrebbero elaborare sono diverse:

1) Situazione di partenza	$x+15=35$
2) La forbice taglia la striscia lunga 35 in due parti lunghe rispettivamente 20 e 15	$x+15=20+15$
3) Vengono tolte strisce uguali da entrambe le parti; le rappresentazioni possibili sono più di una; ipotizzo che gli alunni adottino la cancellazione	$x+15=20+15$
4) Gli alunni rappresentano ciò che rimane.	$x=20$

⁵ Per favorire l'interpretazione degli interventi e dei commenti inserisco delle foto ricavate dal video e puntualizzo alcuni aspetti molto importanti dal punto di vista della 'regia' del filmato (quindi sono responsabilità mie) affinché gli alunni non trovino difficoltà supplementari (da evitare) nell'interpretazione di ciò che vedono. Poiché il diario si riferisce ad uno dei primi minivideo, risente inevitabilmente di 'peccati originali' che in quelli successivi sono stati gradualmente modificati. Per esempio non ho più disposto le striscioline che rappresentano i due membri dell'equazione uno sotto l'altro ma una di seguito all'altra, distanziandole in modo da evidenziare i due membri dell'equazione; la disposizione sovrapposta favorisce la percezione delle lunghezze uguali ma mi sembra che opacizzi, nella rappresentazione in linguaggio matematico, la necessità di inserire il simbolo '='. Solo l'attività in aula può permetterci comunque di capire quale sia migliore. Inoltre nei video successivi, dopo aver tagliato una striscia in due parti, non tolgo via immediatamente le strisce uguali come ho fatto in questo video, ma le coloro con la stessa tinta e le lascio al loro posto in modo che gli alunni abbiano tempo di riflettere su ciò che è accaduto, e solo dopo qualche secondo le sposto all'esterno dell'immagine.

2. Elia: Io non ho capito che cos'è... quella specie di cartellini con la carta... non ho capito⁶.
3. Alan: Io ho capito benissimo, io ho capito che, tipo, fa vedere che quando c'è quello rosso e quello bianco prima c'è quello rosso che c'è una misura, dopo che misura quello lungo lungo, quello bianco vicino a quello rosso rimane una più grande e dopo mette il cartellino dell'uguale...⁷
4. Bettina: Quello rosso è quello che non so, l'ha messo sotto la macchia, e invece quello bianco lo ha messo sotto a quello che sappiamo, dopo ha preso la stessa taglia di lungo, ha fatto l'uguale e dopo ha messo l'altro bianco.
5. Matteo L.: Il rosso è quello che non sappiamo e il bianco è quello che sapevamo, quindi quando ha tagliato (F 3) ha messo l'uguale e lo ha tolto via (F 5 - F 6) e ha messo quello che c'era sotto il rosso (F 6 - F 7).
6. Riccardo: E dopo aver tagliato ha messo da una parte il rosso e da una parte il bianco (F 7).
7. Cristina: Quando ha tagliato dopo ha tirato via quei due pezzi uguali e ha messo al posto... quello che è rimasto, al posto di quello che aveva tolto insomma, quindi è venuto, come posso dire... quello che c'era scritto in quello sotto⁸ (F 8).
8. I: Cioè come? Spiegami bene, non capisco cosa intendi.
9. Cristina: Che sotto c'era scritto macchia e 20 (F 8). Secondo me quel coso bianco è 20 e la macchia... è la macchia⁹.
10. I: E la macchia quanto vale?
11. Matteo L.: 20! Ma si sa!¹⁰
12. Giuseppe: È uscito il cartellino che la macchia è uguale a 20...
13. I: A voi cosa sembra? Perché è scritto così?
14. Alan: Ah! Perché dentro la macchiolina c'era 20+15!
15. Matteo L.: Ma no! Dentro la macchiolina c'era solo il 20, e dopo se unisci 20 con 15 fa 35¹¹.
16. I: E questo come lo sai?
17. Matteo L.: Perché c'era già che la macchia più 15 è uguale a 35 nell'altro cartellino.
18. I: In quale cartellino? Allora ditemi un momentino: cosa vedevamo nel video?¹² Forse dobbiamo chiamare le cose col nome giusto... Sopra c'era un cartellino scritto in quale linguaggio?
19. Matteo L.: In linguaggio matematico.
20. I: E sotto che c'era?
21. Giuseppe: I disegni!
22. I: Diciamo che era come un disegno... cosa si vedeva?
23. Alan: Una macchia.
24. Cristina: Una striscia di carta.
25. Marco: Io volevo dire che non avevo capito bene perché aveva tagliato, perché in realtà c'era il più e poi non avevo capito come poteva arrivare a 35 se toglieva...¹³

⁶ Sarebbe importante capire con quali prerequisiti gli alunni siano giunti al video. Dico questo perché i dubbi di Elia (2) non dovrebbero esserci, nel senso che il significato degli oggetti dovrebbe essere chiaro da prima di iniziare l'attività, altrimenti si che le cose si complicano (si vedano a questo proposito nella Griglia finale i punti (a) e (b)).

⁷ Alan anticipa qui ciò che ha visto alla fine, e cioè il cartellino con $x=20$. Conviene probabilmente, come metodo, far assistere una prima volta al video in silenzio, e poi ripetere la visione interrompendo il video nei momenti cruciali e chiedendo ogni volta di interpretare ciò che accade e ciò che si vede. Mi sembra invece, leggendo la Presentazione dell'attività, che gli alunni discutano a video spento, ma può darsi che mi sbagli.

⁸ Cristina ripete l'anticipazione di Alan (3).

⁹ Ritengo necessario che gli alunni imparino a controllare la terminologia che usano: Cristina (9) parla di 'quel coso'; Cristina (7) di 'pezzi'; altri (1) (3), (4), (5), (6) di 'il rosso' e 'il bianco'; Elia (2) di 'cartellini di carta'; poco dopo Alan (14) e Matteo (15) di 'macchiolina'; lo stesso Matteo L (17) usa successivamente 'macchia' e 'cartellino'; Giuseppe (21) di 'disegni'; Alan (34) di 'foglietto'; Bea (51) di 'striscia rossa'; l'insegnante (69) di 'pezzetto'. Suggestivo di condividere due termini – ad esempio 'macchia' e 'striscia' – e di attenersi a quelli, dopo aver stabilito che con il primo si indica il numero sconosciuto e con il secondo un numero, e dopo aver compreso che c'è una corrispondenza fra ogni numero dell'equazione e il numero dei quadratini della striscia relativa.

¹⁰ Ribadisco quello che ho scritto nel Commento 6: per evitare queste anticipazioni è necessario che il contratto didattico preveda che, quando si riesamina il video, ad ogni interruzione gli alunni abbiano il compito di rappresentare solo ciò che compare senza pensare a ciò che avverrà in seguito. Indubbiamente i numeri piccoli nell'equazione favoriscono la 'corsa in avanti' verso il risultato e la sensazione che sia ovvio e facile trovarlo.

¹¹ Emerge il punto di vista procedurale.

¹² Ribadisco l'opportunità che le discussioni si sviluppino non a memoria, ma avendo davanti le immagini che gli alunni devono interpretare. L'attenzione deve essere concentrata su ogni singolo episodio, altrimenti si rischia un accavallarsi di immagini, di ricordi, di impressioni. Anche per gli alunni la consegna in questo modo è chiara; per esempio, all'inizio (F 1), un alunno potrebbe dire: "Qui sopra ci sono una accanto all'altra la macchia, e cioè il numero sconosciuto, e una striscia lunga 15 quadratini; sotto c'è una striscia lunga 35 quadratini; la macchia e la striscia di 15 quadratini, assieme, sono lunghe come la striscia lunga 35 quadratini". Bisogna cioè puntare all'argomentazione completa organizzata da un solo alunno per volta, ed evitare rispostine staccate come (23) e (24).

26. Matteo L.: Ma come?!? Lo mostrava sul primo cartellino che era il più!
27. Marco: Ma lo ha tolto con le forbici...
28. Alan: Eh sì! Per far vedere quanto rimaneva¹⁴.
29. Matteo L.: Ha fatto l'uguale con quel più. Ha messo quello che restava, l'ha messo sul... 35.
30. Marco: Ma io non avevo capito bene, avevo solo capito come aveva rappresentato, anche se non avevo capito benissimo, il 20¹⁵.
31. I: ... come ha rappresentato il 20... c'è qualcuno che invece questo l'ha capito?
32. Matteo B.: Io non avevo capito perché ha tagliato la linea, poi ha mandato via le due...
33. Matteo L.: Eh, perché erano uguali!
34. Alan: Sì, perché sotto c'erano i 35, poi lui ha messo il foglietto bianco, che là c'erano i 15 che si sapeva, l'ha messo, ha preso le misure, ha tagliato e dopo è rimasto... 20¹⁶.
35. I: Che cos'è 'sto 20?
36. Matteo L.: È il numero nascosto, che non si sapeva ancora...
37. Elia: È il numero misterioso!
38. Matteo L.: Che non sapevamo.
39. I: E adesso sapete che era 20?
40. Matteo, Elia, Bea, Alan: Sìì!
41. I: E come avete fatto a capire che la macchia è proprio 20?
42. Matteo L.: Perché c'era la macchia... uguale 20.
43. I: Ma questo lo ha fatto Giancarlo, ha messo lui alla fine la macchia con l'uguale 20, ci ha fatto capire, anzi l'ha scritto anche in linguaggio matematico, mi pare...
44. Marco: Perché $15+15$ fa¹⁷ 30, più 5 fa 35.
45. I: E... c'entra con quello che hai visto nel filmato?
46. Marco: No...
47. I: Abbiamo visto $15+15+5$?
48. Tutti: Nooo!
49. I: Cosa abbiamo visto nel film?¹⁸
50. Alan: Abbiamo visto 35...
51. Bea: No, abbiamo visto una macchia più 15 uguale 35... una striscia rossa...
52. Matteo L.: ... che è la macchia! Sotto c'era il 20, alla fine.
53. Bea: C'era la striscia rossa, una bianca, dopo una più lunga.
54. I: E quella striscia più lunga cos'era?
55. Matteo L.: Era tutto insieme! Il numero nascosto più 15 uguale 35.
56. Bea: Era 35 che Giancarlo ha tagliato il numero uguale, ha tagliato 15, così mostrava che era il 20 il numero che era rimasto.
57. I: Bea lo puoi rispiegare per favore? Dillo di nuovo quello che hai pensato tu.
58. Bea: C'era una striscia rossa che era la macchia, dopo c'era una striscia bianca, dopo Giancarlo ha preso una striscia più lunga, che era 35, dopo ha tagliato 15, dopo ha tolto il 15 del su e anche del giù e quello che restava era il 20 e allora l'ha messo vicino alla striscia rossa¹⁹.
59. Matteo L.: Ecco io non riesco a spiegare questo ma lo sapevo!

¹³ Trovo questo intervento interessante. Concordo. Marco ha intuito che il taglio della striscia porta alla rappresentazione $15+20$.

¹⁴ Alan inverte i termini della questione: sostituire 35 con $20+15$ non ha lo scopo di 'vedere quanto rimane' ma di individuare un'opportuna forma canonica di 35 che permetta di togliere strisce uguali da entrambe le parti, mantenendo quindi le figure equiestese.

¹⁵ Qui la responsabilità è mia, immagino. Dipingendo le strisce uguali dello stesso colore (come ho fatto nei video successivi) e lasciandole al loro posto per qualche secondo, credo che si riducano (forse si eliminino) i dubbi.

¹⁶ L'argomentazione è confusa, ma Alan ha capito (o per lo meno intuito) il significato dei gesti di F2 e F3.

¹⁷ Ahhh!

¹⁸ Anche in questo caso il vedere le immagini aiuterebbe molto. Chissà se tutti ricordano allo stesso modo (ci sono i vari dis-: distratti, disattenti, disordinati, ...).

¹⁹ Bea è stata molto brava; si potrebbe partire dalla sua argomentazione, suddividendola opportunamente, per ricavare in modo trasparente le traduzioni in linguaggio algebrico illustrate nel Commento 4:

1. C'era una striscia rossa che era la macchia, dopo c'era una striscia bianca, dopo Giancarlo ha preso una striscia più lunga, che era 35,	$m+15=35$
2. dopo ha tagliato 15	$m+15=15+20$
3. dopo ha tolto il 15 del su e anche del giù	$m+15=15+20$
4. e quello che restava era il 20 e allora l'ha messo vicino alla striscia rossa	$m=20$

E qui l'attività poteva concludersi.

60. Marco: Io volevo dire che secondo me la linea più lunga era tutto, che valeva 35, perché siccome aveva messo l'uguale e anche la lunghezza era tipo uguale...
61. I: E come l'hai capito che era 35? Hai ragione, credo, anch'io ho pensato così, ma mi piacerebbe sapere come hai fatto a capirlo tu, voglio capire come hai pensato...
62. Marco: **Volevo dire che secondo me la linea lunga valeva uguale di quello che non sapevamo con... con il 15.**²⁰
63. I: E quindi...
64. Bea: La linea più lunga di tutte era 35 perché era lunga come la striscia rossa e anche quella bianca unite.
65. I: Chi ha capito cosa intende Bea?
66. Cristina: Per me è vero, ha preso la macchia con la striscia piccola ed era uguale a quella grande...
67. I: E da lì cosa hai capito? Lui cosa ha fatto dopo?
68. Bea: Dopo ha tagliato come la striscia, quella bianca, e l'ha tolta come l'altra e ha messo quella più lunga, che penso sarebbe 20, con la striscia rossa.
69. I: Ha fatto vedere che la macchia rossa vale come quel pezzetto di linea bianca che voi avete detto che è 20. Come viene fuori questo 20, che non so?
70. Matteo L.: Facendo 20 più 15!
71. I: Ma allora 20 cos'è?
72. Tutti: Il numero che non sapevamo!
73. I: **E come l'ha ottenuto Giancarlo? Come ha fatto?**²¹
74. Matteo L.: 35 meno 15.
75. I: Allora se lui ha fatto 35 meno 15, perché ha tagliato via il 15, il 20 che cos'è?
76. Matteo L.: Il risultato... ehm... la differenza!
77. I: La differenza. Lui ha mostrato nel video che la differenza fra...
78. Matteo L.: ... 35 e 15 è 20.
79. I: Siccome anche sopra, come diceva Bea, la macchia più quel pezzettino che vale 15 era uguale a 35, **allora se tolgo il pezzettino dal 35 mi resta la macchia**²². Se la differenza fra 35 e 15 è 20, allora 20 è proprio il valore...
80. Bea e Marco: ... della macchia!

Griglia interpretativa

	Gli alunni osservano:	Competenza corrispondente
a	gli oggetti che poco alla volta entrano nel video;	Mettere in relazione numero, simbolo o lettera di una frase in linguaggio matematico con l'oggetto corrispondente che lo rappresenta (strisciolina o macchia).
b	la lunghezza delle striscioline;	Riconoscere la corrispondenza fra i valori numerici presenti nell'equazione (12 e 23) e il numero dei quadratini delle striscioline.
c	la distanza lasciata fra tra gli oggetti che le mani introducono per primi e quello/i che entra/no in un secondo momento;	Riconoscere la corrispondenza fra la distanza e il segno '='.

1

	Gli alunni osservano:	Competenza corrispondente
d	l'uso del colore sulla strisciolina a sinistra e su una parte di quella a destra;	Individuare la presenza di uno stesso numero nei due membri dell'equazione sia quando esso è presente in forma esplicita (in questo caso: 12 a sinistra) sia quando è "nascosto" all'interno di un numero più grande (12 come parte di 23).
e	il taglio della strisciolina di destra in due parti;	Scomporre un numero (23) nella somma fra due numeri (12+11).
f	lo spostamento all'esterno del campo visivo di parti uguali delle figure;	Capire che se da figure <u>equiestese</u> si tolgono figure uguali le parti rimanenti sono <u>equiestese</u> .

2

	Gli alunni osservano:	Competenza corrispondente
g	la scrittura finale;	Cogliere la scrittura come rappresentazione in linguaggio matematico di ciò che rimane visibile dopo gli spostamenti (macchia a sinistra e strisciolina a destra). Capire quindi l'equivalenza fra: <ul style="list-style-type: none"> • la scrittura in linguaggio matematico $x=11$, • i due oggetti rimasti, • la frase in linguaggio naturale: "il valore del numero sconosciuto (nascosto dalla macchia) è 11".

3

²⁰ Anche Marco (62), Bea (64) e Cristina (66) esprimono lo stesso concetto della prima frase di Bea (58) – la prima riga dello schema precedente - e si sarebbero riconosciuti nella relativa traduzione.

²¹ L'ultima parte della discussione si muove su un terreno ambiguo. Con la sua domanda l'insegnante (73) fa intendere che il 20 è stato ottenuto con una sottrazione, e che quindi è la differenza fra 35 e 15. Ma, come ho già spiegato in più Commenti, non è così che bisogna procedere.

²² Non è che 'si tolga un pezzettino dal 35'. Il 15 va tolto da entrambi i membri, altrimenti, se si toglie 15 solo dal 35, le due figure non sono più equiestese. Se lo stesso problema venisse affrontato con la bilancia, e se un alunno proponesse di togliere un peso solo dal piatto di sinistra, gli si direbbe che si rompe l'equilibrio e che non viene rispettato il primo principio di equivalenza.