24 febbraio 2011 4 *(appunti,uso delle lavagne tradizionali)*

Commenti delle insegnanti (I = Insegnanti di classe nel diario)
Commenti dell'E-tutor Giancarlo Navarra (IR = Insegnante Ricercatore nel diario)
Commenti del coordinatore scientifico N. Malara (UR)

Obiettivi

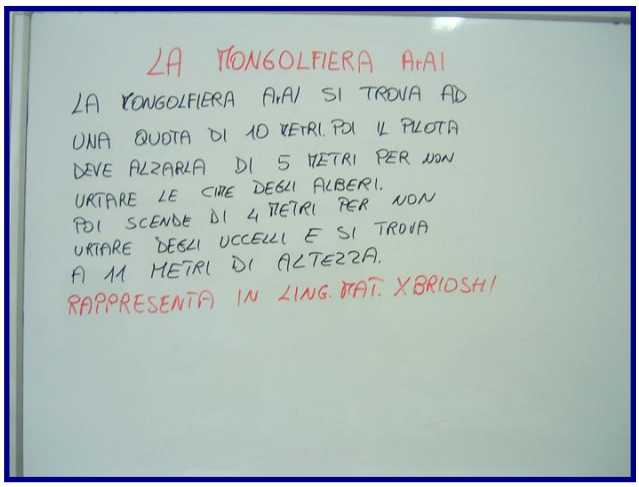
In fase di progettazione le insegnanti hanno concordato e ipotizzato come quarto incontro lo sviluppo del seguente obiettivo:

OBIETTIVO DI APPRENDIMENTO:
3 - Descrivere variazioni di temperatura nei linguaggi naturale e matematico.

ATTIVITÀ:
3.4. Descrivere le variazioni dei risparmi di Federica.
3.5. Descrivere le variazioni dell'altezza di una mongolfiera.
3.7. Chiedere agli alunni di attribuire significato ad una frase matematica in relazione ad un contesto a scelta.

Fase 1

Le insegnanti propongono la seguente situazione problematica:



A[1]: La mongolfiera da dieci metri aumenta prima di cinque metri e poi scende di quattro metri e arriva a undici metri.
A: Da dieci si deve aumentare di più cinque, poi diminuire di meno quattro[2], così arriva a undici metri.
A: Però più cinque e meno quattro sono spostamenti e allora sono di colore rosso.
A: Mentre 10 è il punto di partenza e allora è nero.
A: Maestra, la mongolfiera è diversa dalla campana, qui si sale e il segno è positivo.[3]
A:Quando scende il segno è negativo.
I: Adesso provate a rappresentare in linguaggio matematico per Brioshi, ognuno sul proprio foglio.
Le docenti trascrivono le due traduzioni proposte alla lavagna.

---

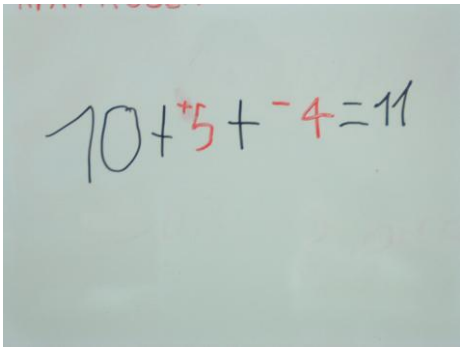
[1] *Vi propongo di inserire nei prossimi diari i nomi degli alunni.*
[2] *Mi rifaccio ad un commento che ho scritto nel diario di Tavarado-Accettulli (Trieste): "È opportuno far riflettere sull'allocuzione 'numero con segno', e ragionare sul fatto che esso è composto da due elementi: il* segno *e il* numero, *e questa duplicità fa la differenza con i numeri naturali. Si può quindi guidare gli alunni all'analisi delle relazioni fra il linguaggio naturale e quello matematico facendo osservare che, quando si parla di 'aumentare di... ' o 'diminuire di... ', ci si riferisce* al solo valore *del numero, ad es si dice: 'È aumentata di 5°' e non 'È aumentata di più 5°', si dice 'È diminuita di 4°' e non 'È diminuita di meno 4°'. Il numero 'completo' (con il segno) rappresenta proprio* la traduzione *in linguaggio matematico dei due concetti relativi ad 'aumentare' e 'diminuire'.*
[3] *Bella osservazione. In futuro si potrebbe riprendere. Abbiamo già scritto in altri diari dei commenti sulla possibile relatività del sistema di riferimento. Sento comunque il bisogno di riflettere più approfonditamente sulla significatività di questa ipotesi nell'approccio ai numeri con segno nella scuola primaria, e credo che in questo senso anche i diari ci aiuteranno molto.*

$10+^{+}5+^{-}4$[4]

$10+^{+}5+^{-}4=11$

Gli alunni concordano sulla seconda rappresentazione.

RAPPRESENTAZIONE IN LINGUAGGIO MATEMATICO



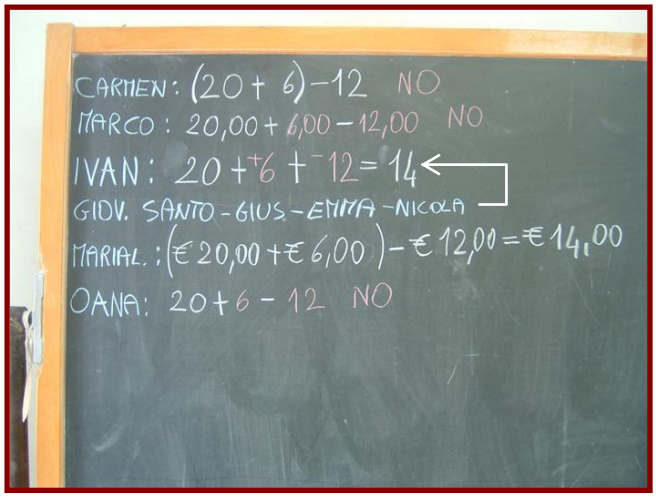
Fase 2

Le docenti propongono una situazione problematica diversa.

3.4. I risparmi di Federica

Federica ha €20 dentro un suo cassetto.
Riceve altri €6 dalla nonna e li aggiunge a quelli che ha già.
Un giorno si compera un CD e spende €12.
Ora nel cassetto sono rimasti €14.
Rappresenta la situazione per Brioshi cominciando dall'inizio.

Le proposte degli alunni vengono trascritte alla lavagna per la discussione collettiva[5].



[4] *Solo due alunni hanno proposto questa rappresentazione.*
[5] *Toglierei i NO dalla lavagna, sono fuorvianti in questo momento, essi sono frutto della discussione che segue. Questa lavagna così come è si può mettere a conclusione di tutto.*

Marialucia e Gloria: Ai venti euro Federica aggiunge i sei euro e poi spende dodici euro e gliene rimangono quattordici. È giusto, maestra!
Nicola: Le prime due rappresentazioni non vanno bene perché mancano i soldi rimasti nel cassetto, cioè i quattordici euro. Anche quella di Oana non va bene per lo stesso motivo.
Oana: Non sono d'accordo con la terza rappresentazione perché quando compera i CD sottrae i soldi, non li aggiunge, deve fare meno e non più[6].
Ivan: No, è giusta la mia rappresentazione perché stiamo operando con i numeri con segno.[7]
Marina: Anche io non sono d'accordo con la terza rappresentazione perché stiamo operando con i soldi e non con le temperature.
Marialucia: Non vuol dire niente, perché anche quando abbiamo operato con la campana subacquea e la mongolfiera abbiamo utilizzato i numeri con segno.
Gloria: Allora sono giuste tutte e due.[8]
Ivan: Possiamo rappresentare questa situazione problematica in due modi.
Marialucia: Sì, come eravamo abituati a fare prima normalmente, e anche con i numeri con segno.[9]

---

[6] *Questo intervento è molto interessante ed offre all'insegnante la possibilità di toccare con mano come sia dominante la conoscenza pregressa e come sia difficile riconsiderare situazioni note sotto una nuova luce. Non è che questa rappresentazione sia errata, essa rispetta i canoni degli insegnamenti ricevuti nell'affrontare l'aritmetica dei numeri naturali. È che adesso si vuole ampliare l'ambito numerico, introdurre nuovi numeri che consentono lo studio di situazioni nuove ma anche di rivedere e riorganizzare situazioni vecchie. Nell'esempio in questione si vuole indurre un modo nuovo di guardare a queste situazioni, dove le azioni di dare/avere siano espresse dal segno di operazione ma siano incorporate nel numero stesso. Questo mutamento di punto di vista non è affatto spontaneo o banale, anche se le esperienze precedenti sui termometri, le boe subacquee o le mongolfiere può indurre un trasferimento per analogia da quelle a questa situazione, come qualcuno ha fatto. Forse l'insegnante poteva accompagnare la consegna con una frase del tipo 'Potremmo rappresentare questa situazione con i numeri con segno, come si potrebbe fare?' Magari si poteva in precedenza far osservare che i numeri con segno si prestano a rappresentare le opposizioni sopra/sotto, alto/basso, destra/sinistra, che sono sempre sorrette di predicati sottointesi 'andare' o 'spostarsi', ma che vi sono altre opposizioni, espresse da predicati verbali diversi come ricevere/dare, parlare/ascoltare, salire/scendere, 'dare in prestito' e 'prendere a prestito', ecc., allo stesso modo sensibili delle rappresentazioni mediante numeri con segno. Questo commento si collega molto bene al Commento 10 di questo diario, al Commento 30 del diario di Mel (Beppiani, Navarra) e al 2 del diario di Trieste (Accettulli, Tavarado).*

[7] *Anche Giovanni, Santo, Giuseppe, Emma e Nicola sono d'accordo sulla terza 'loro' rappresentazione.*

[8] *Si, è bene che i ragazzi si abituino che possono benissimo esserci rappresentazioni diverse corrette, si tratta spesso di stabilire criteri di preferenza e di opportunità, che dipendono da ciò che è in discussione o si vuole ottenere.*

[9] *Questo brano di discussione è molto bello e si presta ad una riflessione da condurre in tutte le classi, proprio per oggettivare il problema di voler inquadrare in uno stesso schema, quello dei numeri con segno, situazioni diverse, sia vecchie che nuove, e di aprire la strada per arrivare a concepire queste rappresentazioni come 'nuovi numeri' su cui si costruisce una aritmetica nuova ma che mantiene tutto quello che si conosceva prima, seppure con rappresentazioni nuove. In questo nuovo ambiente le due operazioni di addizione e sottrazione si unificano nella sola addizione, le differenze semantiche tra le opposizioni verbali una volta espresse dalle operazioni sono ora espresse dai segni incorporati nei nuovi numeri. Il vantaggio di questa nuova visione è forte perché non ci sono più operazioni come la sottrazione che non si possono fare come nei naturali quando il minuendo è più piccolo del sottraendo. Il tutto si condensa nel concetto di opposto di un numero con segno: a-b è di fatto a+(-b). Questa identificazione è importantissima da conquistare.*

Inizia poi una breve discussione sui conti bancari, sui conti in passivo, in rosso, in cui i numeri sono rappresentati con il segno negativo, sui conti in attivo, con i numeri positivi, ecc…[10]

Fase 3

3.6. Le docenti chiedono agli alunni di scrivere una storia per questa frase matematica:

$$4+^{+}3+^{-}4=3$$

Gli alunni individualmente inventano situazioni problematiche che poi vengono lette a turno per verificarne la correttezza. Anche in questo caso i compagni fungono da controllori.

ALCUNI ESEMPI

a) Laura abita in collina. Alle ore 8:00 si sveglia e nota che il termometro segna la temperatura di 4°. Alle ore 12:00 verso l'ora di pranzo la temperatura aumenta di 3°. Nel pomeriggio, alle ore 17:00 la temperatura diminuisce di 4° ed arriva a 3°.

b) Un sub si trova a 4 metri di profondità, vede un pesce grosso e per catturarlo scende di 3 metri, poi vede una medusa, si spaventa, e sale di 4 metri e arriva a 3 metri di profondità.[11]

c) Un elicottero si trova ad un'altezza di 4 metri. Alla vista di uno stormo di uccelli sale di tre metri, poi scampato il pericolo scende di 4 metri e arriva a tre metri di altezza.

---

[10] *In questo episodio compaiono due tipi di interventi: quelli a favore di rappresentazioni 'aritmetiche' e quelli che riconoscono invece un collegamento con i numeri con segno esplorati precedentemente con le temperature e le profondità. In effetti nelle situazioni problematiche come questa di Federica, di carattere 'finanziario', i numeri in gioco non sono effettivamente dei numeri relativi (come nel caso delle temperature, delle variazioni in altezza o in profondità, della linea del tempo), ma possono essere visti (come fanno molti alunni in questo episodio) come dei 'normali' numeri che vanno sommati o sottratti. Mi viene da pensare che però proprio questa loro possibile 'valenza relativa' possa suggerire un loro utilizzo significativo in una chiave didattica parzialmente diversa. Mi spiego: proporrei, a docenti che non avessero ancora affrontato un problema come questo, di presentarlo - come esplorazione, sfida, individuazione di diversi punti di vista - con due consegne la seconda delle quali, di tipo* meta, *venga proposta dopo che la classe ha sviluppato la prima. Per esempio:*

Federica ha €20 dentro un suo cassetto. Riceve altri €6 dalla nonna e li aggiunge a quelli che ha già.
Un giorno si compera un CD e spende €12. Ora nel cassetto sono rimasti €14.

1) Rappresenta la situazione per Brioshi cominciando dall'inizio.
2) Un'insegnante ha proposto questo problema in un'altra quinta. Dopo un po' è intervenuta un'alunna, Elena "Maestra, non so se sia giusto, ma io ho pensato a come abbiamo rappresentato i problemi con i termometri e la campana subacquea e ho scritto questa frase. Posso venire alla lavagna?"
Riuscite a capire quale frase potrebbe aver scritto Elena?

Il problema potrebbe essere dato al di fuori della sperimentazione, in modo da indurre con la prima consegna una soluzione non condizionata, (probabilmente) tradizionale, e poi con la seconda stimolare l'aggancio ai numeri con segno. In questo modo si aprirebbe una negoziazione sulle rappresentazioni, senza che una delle due debba essere necessariamente quella 'corretta'.

[11] *Durante la lettura delle situazioni problematiche inventate, Marialucia riconosce che il problema di Santo, indicato con la lettera b, funziona come la campana subacquea. Bello!*

d) Il termometro di una macchina alle ore 11:00 segna 4 gradi. Alle ore 15:00 aumenta di tre gradi. Nel pomeriggio poi scende di 4 gradi e il termometro segna 3 gradi.

e) Un allenatore di calcio per l'allenamento ha 4 palloni da calcio. Il presidente, grazie ad uno sponsor, ne compra altri 3, ma durante gli allenamenti 4 palloni si sgonfiano e ne rimangono 3.

Alla fine gli alunni notano che le situazioni problematiche a e d si assomigliano sia per la temperatura che per i versi dei segni. Il problema b è simile a quello della campana subacquea, mentre quello c assomiglia al problema della mongolfiera. L'ultimo, quello e, è per loro accettabile lo stesso anche se con una nuova situazione.[12]
L'attività si conclude.

[12] *Questa mi sembra una prospettiva di lavoro interessante, nella fase propedeutica di approccio ai numeri con segno. Mi riferisco agli 'Appunti iniziali' del Quaderno 9 in cui abbiamo scritto: "*Le attività che proporremo sono *attività generative concrete,* ossia: hanno il compito di *far nascere l'esigenza di utilizzare i numeri con segno come strumenti di rappresentazione delle esperienze svolte*, trasferendo poi su questi nuovi numeri le conoscenze sui naturali e scoprendo gradualmente analogie e differenze". *In questo senso, ragionando a tavolino, mi viene da dire che l'esempio che abbiamo inserito in 3.7. sia meno significativo di altri, nel senso che la sequenza delle operazioni in questo caso è possibile anche con i numeri 'ordinari': in* $4+^{+}\mathbf{3}+^{-}\mathbf{4}=3$ *non ci sono mai calcoli impossibili con i naturali. Invece, per esempio, in frasi come* $4+^{-}\mathbf{8}+^{-}\mathbf{4}=^{-}\mathbf{8}$ *oppure* $^{-}\mathbf{8}+^{+}\mathbf{13}+^{-}\mathbf{20}=^{-}\mathbf{15}$ *i calcoli avvengono in un universo completamente diverso, e richiedono competenze che nell'insieme dei naturali non si possono acquisire. Quindi i numeri con segno e le operazioni fra essi sono in questi casi strumenti* necessari *di rappresentazione.*