

19 Febbraio 2011 (40 minuti)

1 (uso del registratore)

Commenti delle insegnanti (I = Insegnanti di classe nel diario)

Commenti del coordinatore Salvatore Sini

Commenti dell'E-tutor Giancarlo Navarra

Premessa, obiettivi, contesto in cui si colloca il diario

La classe è formata da 17 alunni tutti provenienti dalla stessa quinta primaria¹. Quattro studenti presentano difficoltà di attenzione rilevanti e, in generale, i ragazzi sono piuttosto vivaci e ancora poco abituati all'intervento ordinato. Hanno già incontrato i numeri relativi sulla retta dei numeri per operare con le sottrazioni impossibili nell'insieme dei numeri naturali e con il termometro, attraverso esperienze di misura della temperatura del ghiaccio fondente e dell'acqua che bolle; in particolare è stato operata anche la taratura di un termometro. Hanno anche lavorato col primo quadrante del piano cartesiano attraverso l'individuazione di punti, assegnate le coordinate e viceversa. La classe ha già incontrato il progetto ArAl nel primo quadrimestre attraverso lo sviluppo di una piccola parte dell'Unità 7².

Nella lezione precedente abbiamo lavorato sull'associazione delle immagini alle temperature (come proposto dal quaderno N° 9³).

Proietto sullo schermo la situazione problematica:

4 Gennaio ore 10:45 temp. -5°	4 Gennaio ore 11:00 temp. -4°	4 Gennaio ore 12:00 temp. -2°	4 Gennaio ore 15:00 temp. +2°	4 Gennaio ore 18:30 temp. -6°
-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

I: Queste sono le temperature registrate a Bologna il quattro gennaio in diversi momenti della giornata, poiché dovremmo confrontare le temperature e discutere delle variazioni nell'arco di quel tempo, vi chiedo di riportare i dati in una tabella che indichi chiaramente l'ora di rilevamento e la temperatura relativa.

Andrea: Dobbiamo rappresentare le variazioni di temperatura?⁴

I: Ora dovete rappresentare i dati in tabella; quando avrete terminato condivideremo le proposte e sceglieremo la tabella da inviare a Brioshi⁵. I ragazzi lavorano individualmente sul proprio quaderno per qualche minuto. Successivamente invito gli studenti a proporre alla classe le loro produzioni.

Lucrezia disegna alla lavagna la tabella riportata di seguito⁶.

tabelle

18.30	-6				
15.00					+2
12.00				-2	
11.00			-4		
10.45		-5			

¹ Poiché l'insegnante non ne parla, penso che gli alunni non abbiano incontrato l'early algebra nella scuola primaria. Sarebbe stata una bella occasione per dare continuità ad un percorso in continuità fra la primaria e la secondaria di primo grado.

² G. Navarra, A. Giacomini. 2005. Unità ArAl 7: Studio di regolarità, dai fregi alle successioni aritmetiche. Pitagora Editrice Bologna.

³ G. Navarra, S. Sini (a cura di). Quaderno ArAl n.9. Approccio ai numeri relativi dalla quarta primaria alla prima secondaria. Tracce di lavoro. (Revisione di N. A. Malara).

⁴ È interessante notare che Andrea è già proiettato verso la situazione problematica successiva e non si pone il problema della comunicazione dei dati perché per lui, probabilmente, sono chiari già nei cartelli che ho proiettato; l'aspetto della comunicazione deve spesso essere rinforzato perché ancora gli studenti non vivono l'esigenza della condivisione, cioè se la situazione problematica è chiara per ciascuno, tutto va bene.

⁵ Ovviamente conoscono già questo mediatore didattico perché l'abbiamo incontrato nella precedente unità ArAl.

⁶ Non potendo fotografare la lavagna per motivi tecnici, ho scannerizzato i quaderni.

I: Discutiamo la rappresentazione dei dati che propone Lucrezia.

Gianmarco: Ho capito il procedimento che ha usato Lucrezia, da meno sei arriva a meno due in ordine crescente, però...

Lucrezia: Sì, è così, da meno sei, meno cinque, meno quattro, meno tre, meno due, meno uno, zero, più uno, più due.⁷

I: Prova a spiegarti meglio.⁸

Lucrezia balbetta qualcosa che non recepisco e non sa verbalizzare ciò che pensa.

I: La tabella che propone Lucrezia possiamo inviarla a Brioshi?

Scharon: No!

I: Non si può dire sì o no senza argomentare.

Sharon: Dovrebbe essere più facile da capire.

I: Cosa c'è di difficile da capire?⁹

Lorena: Ci sono tutti i dati tipo: alle 10.45 meno cinque, alle 15.00 più due...

Alessia D: Secondo me è inutile lasciare gli spazi.

C: Sì, *in coro*.

I: Chi è d'accordo con Alessia dica perché.

Lorena: Io non sono d'accordo perché ogni spazio indica un grado.¹⁰

Alessia D: Ma cosa importa lasciare gli spazi se è una tabella di dati.

Lucrezia: Sì, perché non posso passare da meno quattro a meno due senza lasciare lo spazio.

I: Cercate di aiutare Lucrezia ad aggiungere dei dettagli nella sua verbalizzazione per spiegare meglio la sua tabella.¹¹

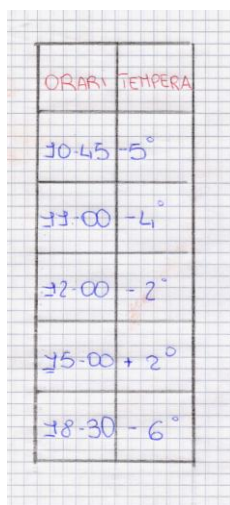
Viola: Lucrezia forse vuole rappresentare la retta dei numeri e la tabella assieme.

Lucrezia: Sì, è così, ma non riesco a dirlo.

Gianmarco: Io l'avrei semplificata, nel senso che avrei scritto diciotto e trenta e poi la temperatura a fianco.

I: Proponici la tua semplificazione.

Gianmarco disegna alla lavagna la sua tabella che riporto di seguito:



ORARI	TEMPERA
10-45	-5°
13-00	-4°
12-00	-2°
15-00	+2°
18-30	-6°

I: Ragazzi, ci eravamo accordati sulla posizione del segno¹², ricordate in alto a sinistra del numero. Quanti di voi hanno raccolto i dati come nella tabella di Gianmarco? *Alzano la mano in dieci, passo tra i banchi per verificare.*

⁷ Il commento che intendevo inserire qui lo scrivo in coda ai Commenti 11.

⁸ Invito Lucrezia a riflettere sulla sua proposta perché la tabella è evidentemente correlata alla retta dei numeri, cioè sembra indicare un rapporto diretto tra la rappresentazione tabulare e la linea dei numeri.

⁹ In questa fase c'è molta alternanza tra me e i singoli studenti, ancora i ragazzi non riescono a confrontarsi tra loro e si rivolgono a me anche se io non do risposte, comunque deve essere curata la discussione tra pari.

¹⁰ V. anche qui il Commento 11.

¹¹ Faccio un notevole sforzo per l'autocontrollo perché mi è venuta la tentazione di spiegare ciò che si intuisce: sono ripagata dall'affermazione di Viola.

¹² Dai diari che sto leggendo mi pare che emerga questa considerazione (con le sue conseguenze didattiche): se i numeri sono rappresentati come temperature, e quindi sono legati ancora al mondo esperienziale, possiamo mantenere la scrittura classica $+3^\circ$ o -7° (in riferimento a quella che chiamiamo 'semantica del reale'). È il passaggio graduale al mondo dei relativi (altro, rispetto alla realtà) che conferisce a questi numeri un'identità diversa, e conduce alla rappresentazione di cui parla l'insegnante: $+3$ e -7 (in accordo con la 'semantica della matematica'). Le rappresentazioni di Gianmarco quindi sono da considerare legittime, e quella che va curata è – per così dire – la trasparenza del passaggio fra le due semantiche.

Sharon (*non ha prodotto alcuna tabella*): Ma qui manca il giorno e la data.

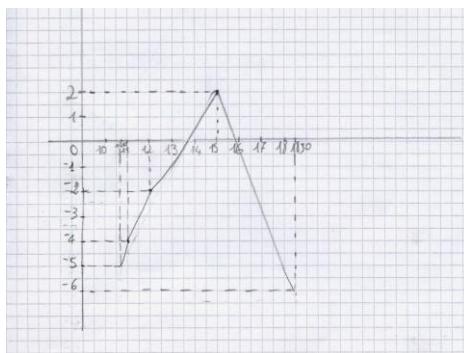
Salvatore: Non c'è bisogno di indicare il giorno e la data perché le temperature sono dello stesso giorno, è importante indicare l'ora e la temperatura.

I: Pensate che Brioshi possa interpretare correttamente i dati della tabella?

Federica: Forse dovremmo scrivere il titolo tipo "temperature registrate a Bologna il quattro Gennaio".

Gli studenti sono d'accordo e aggiungono il titolo alla tabella.

Lorena: Io vorrei proporre un altro modo di rappresentare i dati. *La invito ad andare alla lavagna per mostrarcelo; ciò che Lorena rappresenta lo fa all'impronta, successivamente la invito a riprodurlo sul quaderno per poterlo scannerizzare e inserire nel diario.*



Segue alla rappresentazione di Lorena un mormorio che indica forse stupore; invito gli studenti alla discussione.

Lucrezia: Avevo pensato anch'io di usare il piano cartesiano, ma siccome noi non abbiamo mai usato le parti negative, avevo il dubbio.¹³

Simona: Perché non hai messo il segno nei numeri uno e due della retta?

Lorena: Perché i numeri positivi possiamo scriverli anche senza segno.¹⁴

Matteo: È una rappresentazione, non una tabella.

Lorena: Il grafico fa vedere quando è salita la temperatura o scesa.

Matteo: Io dico che va bene perché indica quando la temperatura varia.¹⁵

I: Osservando il grafico proposto da Lorena, la temperatura di quanto varia tra le dieci e quarantacinque e le undici?

Andrea: La temperatura è salita di un grado.

I: Perché è salita?

Andrea: Salita inteso come da meno cinque a meno quattro, come nel termometro.

I: Di quanti gradi è variata la temperatura tra le undici e le dodici?

Gavino: È salita di due gradi perché è aumentata la temperatura.

*La lezione finisce qui e consiglio ai ragazzi di riflettere su come potremmo rappresentare in tabella le variazioni di temperatura, introducendo così la lezione successiva.*¹⁶

¹³ Si intuisce che la proposta di Lorena scaturisce da un'elaborazione dell'idea di Lucrezia (linea dei numeri – tabella) e conforta la mia scelta di aver dato molto spazio alla discussione sulla rappresentazione dei dati che, da una prima lettura del diario, potrebbe sembrare lunga e troppo tecnicistica. Ritengo che l'insegnante debba tenere le 'antenne' pronte a captare le microsituazioni che si creano nel dialogo tra studenti, perché possono portare ad interessanti sviluppi della lezione. Ha ragione Lucrezia: quando afferma di aver pensato alla rappresentazione dei dati sul piano cartesiano perché è implicito nella sua rappresentazione tabulare anche se ha omissso la colonna che rappresenta lo zero. L'avevo notato anch'io in una prima lettura e ho formulato l'ipotesi che Lucrezia abbia associato i numeri da -6 a +2 alle colonne e lo 0 alla linea comune alle colonne corrispondenti a -1 e +1. Per verificare la mia ipotesi sarebbe sufficiente chiedere a Lucrezia di indicare quello che per lei è il riferimento allo zero nella sua tabella. Se non lo sa giustificare o dice che ha 'dimenticato' la colonna dello zero, la mia ipotesi non è valida (almeno in prima battuta). Se invece Lucrezia indicasse la linea verticale, allora questo confermerebbe l'ipotesi, e aprirebbe la strada verso approfondimenti importanti sul fatto che in alcune rappresentazioni i valori numerici sono associati alle colonne (come in vari tipi di diagrammi a canne d'organo) in altre alle linee (come nel piano cartesiano quando la prima variabile è un numero naturale). Lorena con il suo grafico apre la strada proprio a questo confronto (mi pare che questa osservazione si colleghi molto bene al Commento 11 di Sini).

¹⁴ L'insegnante a questo punto avrebbe potuto approfittare della frase di Lorena per ampliare il campo delle conoscenze della classe presentando l'insieme Z degli Interi come distinto dall'insieme N dei Naturali.

¹⁵ Trovo che sia molto bella la discussione tra pari, è un momento di socializzazione importante in cui non intervengo per richiedere più rigore nella verbalizzazione, perché mi sembra di interrompere la buona relazione che si è creata tra Lorena e Matteo; inoltre credo che Matteo si convinca della validità della proposta perché Lorena argomenta le sue risposte.

¹⁶ Il tempo della registrazione non corrisponde al tempo della lezione perché ci sono momenti "muti" in cui gli studenti producono i loro protocolli.

12 Marzo 2011

50 minuti

1 (uso del registratore)

Ci troviamo nella fase 3 del percorso: descrivere cambiamenti nel linguaggio naturale e matematico.

I: Oggi vi propongo un problema già tradotto dal linguaggio naturale al linguaggio matematico, si tratta di stabilire la correttezza della traduzione argomentando: Giulia ha venti euro dentro un cassetto. Riceve altri sei euro dalla nonna e li aggiunge a quelli che ha già. Un giorno compra un CD e spende dodici euro. Ora nel cassetto sono rimasti quattordici euro. Rappresenta la situazione per Brioshi cominciando dall'inizio.

Gli studenti lavorano per qualche minuto sul loro quaderno.

I: Ora scriviamo alla lavagna le vostre frasi matematiche, poi le discutiamo.

M. Francesca: *Detta la frase che alla lavagna compare con la lettera a):*

a)	$20+^+6+^{-}12$	(13)
b)	$14=20+^+6+^{-}12$	(2)
c)	$20+^+6+^{-}12=14$	(2)

I: Chi ha scritto come Maria Francesca alzi la mano. *Sono tredici studenti, segno il numero a fianco alla frase.*

Francesco detta la frase che alla lavagna compare con la lettera b) Un altro studente ha scritto come lui.

Alessia Dore detta la frase indicata con la lettera c) Un altro studente ha scritto come lei.

I: Iniziamo la discussione.

Gianmarco: La prima l'ho scritta anch'io quindi sono d'accordo perché indica quello che ha detto il problema, però volevo discutere la b), potrebbe essere giusta perché prima si scrive il prodotto poi si fa il ragionamento.

I: Vogliamo discutere ciò che afferma Gianmarco?

Matteo: Per me la a) non è corretta perché quando tu (*rivolto all'insegnante*) hai letto il problema, hai detto anche il prodotto.

Lucrezia: Non è che c'entri molto, perché quattordici lo dice nel testo, si chiedeva solo la frase matematica.

Francesco: La prima frase è sbagliata perché nel testo del problema è indicato il prodotto.

Rileggo il problema.

Francesco: L'inizio è venti.

I: Francesco, perché secondo te possiamo iniziare con quattordici?

Francesco: Perché se no non sappiamo quanto le rimane.

I: Ma quello è il motivo per cui dobbiamo scrivere quattordici?

Samuele: Secondo me non si deve scrivere perché è sottinteso, perché è già scritto nel problema.

I: **Ma Brioshi riceve il problema o la frase matematica?**¹⁷

C: Riceve la frase matematica.

M. Francesca: Per me la prima frase è giusta.

Alessia Dore: Secondo me no perché siccome Brioshi non riceve il problema **come fa a sapere il risultato?**¹⁸

Marzia: Secondo me no, perché il problema dice che a Giulia rimangono quattordici euro e nella frase a) non c'è scritto.

I: Possiamo considerare la frase a) come la traduzione del problema?

Matteo: Sì perché secondo me traduce il problema.

¹⁷ *Cerco di condurre gli studenti alla rappresentazione del problema, cioè ciò che viene dichiarato nel testo e ciò che appare nella frase matematica. Questo passaggio è faticoso perché talvolta si corre il rischio di uno squilibrio tra processo e prodotto. Ultimamente, anche in ambito aritmetico, abbiamo lavorato molto sui significati, cioè sulla semantica e ora alcuni ragazzi non si rendono conto che la frase matematica è incompleta. Mi capita spesso di riflettere con gli insegnanti su questi temi, e un aspetto convincente è che la rappresentazione deve contenere tutte le informazioni del problema, superando in questo modo i concetti stessi di processo e di prodotto. D'altro canto il problema di Giulia aiuta ad andare in questa direzione perché si potrebbe dire che sia una forzatura vedere i soldi che restano nel cassetto come un prodotto (come farà tra un po' Francesco) e la successione delle entrate e delle uscite come un processo. Anche perché non c'è nessun prodotto, perché 14 è un'informazione, non un risultato. È come il solito un problema di cambio di prospettiva. Gli alunni continuano a sovrapporre al punto di vista nuovo quello vecchio, mostrando quanto sia forte il condizionamento ricevuto dalla prima primaria, e vedono la narrazione di ciò che è accaduto ai soldi di Giulia come una sequenza di operazioni, che per loro è il processo. Invece, potremmo dire che dobbiamo tendere a superare la dicotomia processo vs prodotto, una volta che sia diventata patrimonio culturale della classe, perché in un'equazione – in cui si inseriscono, appunto, tutti i dati, noti e sconosciuti – i due concetti evaporano in una grande varietà di parafrasi i cui componenti finiscono per perdere il loro significato originario ancorato alla situazione problematica che l'ha generata e che essa modella.*

¹⁸ *La questione si pone non in termini di equivalenza ma di risultato; è ancora molto forte il significato dell'uguale unidirezionale come conseguenza di una serie di operazioni ma l'intervento successivo di Marzia apre nella direzione che speravo. Si capisce che è un importante momento di costruzione collettiva.*

I: Proviamo a pensare ad un problema che potrebbe essere tradotto da questa frase¹⁹.

Francesco: Un problema senza il prodotto, cioè senza il quattordici?

Gianmarco: Potrebbe essere sottointeso.

I: E se fosse sottointeso, provate a riscrivere il problema che viene tradotto dalla frase a).

Andrea: Giulia ha venti euro nel suo cassetto, la mamma gliene regala sei e l'indomani spende dodici euro per comprare un lettore CD, ecco!²⁰

Samuele: Nella versione del problema di Andrea non si chiede quanti soldi le rimangono.

Lucrezia: Ma nel primo problema non si chiede quanti soldi le rimangono ma lo si dice e basta, quindi la frase a) non rappresenta il problema.

I: Quindi la frase a) la possiamo mandare a Brioshi?

C: Nooo!!!

I: Rispondete argomentando.

Federica: No, perché non è indicato il prodotto. *Dalle espressioni della maggior parte dei ragazzi si capisce che sono d'accordo. Vicino alla frase a) inserisco uno smile con la bocca in giù. Ora la lavagna appare come segue:*

a)	$20+^+6+^-12$	(13)	☹
b)	$14=20+^+6+^-12$	(2)	
c)	$20+^+6+^-12=14$	(2)	

I: Ora discutiamo le altre frasi.

Lucrezia: Il quattordici prima dell'uguale non va bene perché il problema dice di partire dall'inizio, cioè da venti non da quattordici.

Matteo: Anche se è sbagliata perché non partiamo dall'inizio indichiamo...

Andrea: ... che sono equivalenti.²¹

Lucrezia: La c) però non è equivalente alla b) perché il quattordici andrebbe scritto in blu.

Samuele: Io sono d'accordo con lei perché il quattordici non indica una variazione, un cambiamento, perciò bisogna scriverlo in blu.²²

Scrivo alla lavagna la frase corretta:

a)	$20+^+6+^-12$	(13)	☹
b)	$14=20+^+6+^-12$	(2)	
c)	$20+^+6+^-12=14$	(2)	
d)	$20+^+6+^-12=14$		

G: Questa la possiamo inviare a Brioshi.

Francesco (autore della frase b): È equivalente alla b).

Gianmarco: La c), visto che abbiamo stabilito che più vuol dire e poi, in questo caso l'uguale potrebbe essere come abbiamo trovato questo numero, cioè questo numero è il ragionamento²³.

I: Potresti esprimerti con un linguaggio più chiaro?

Gianmarco: Quattordici è il prodotto e venti più più sei più meno dodici è il processo.

I: Com'è il prodotto rispetto al processo?²⁴

Francesco: È opaco.

Marzia: Che venti più più sei più meno dodici è²⁵ quattordici.

¹⁹ Il mio obiettivo è quello di condurre gli studenti alla consapevolezza che in questa fase del nostro lavoro non è interessante il risultato ma la rappresentazione del problema; mi sembra utile spingerli alla formulazione dello stesso problema ma con differenti proposizioni. *Concordo.*

²⁰ La soddisfazione di Andrea è anche mia.

²¹ Il "tandem" è perfetto!

²² Questa discussione a quattro è molto bella: sono stata ad ascoltarli molto compiaciuta! *Concordo. Alla fine del diario introdurrò a titolo sperimentale una novità a questo proposito.*

²³ Questo è un caso molto frequente tra i ragazzi: non costruiscono il pensiero prima di esprimerlo a voce alta. Io ho compreso ciò che intendeva dire Gianmarco, ma poiché tra i più importanti obiettivi del progetto ArAl troviamo la socializzazione delle idee e l'argomentazione per la condivisione, ritengo sia molto importante il rigore dei linguaggi: naturale, matematico e aggungerei iconico.

²⁴ Vedi mio Commento 17.

²⁵ "È" voce del verbo essere: la precisazione è importante perché si potrebbe scambiare per un errore di battitura, in realtà Marzia pone l'accento perché intende l'uguaglianza tra il numero e la frase matematica. Bello ciò che accade successivamente nell'uso dei termini "trasparente" e "non canonico".

I: Quindi venti più sei più meno dodici che cos'è?

Samuele: È una forma trasparente di quattordici.

Gianmarco: Anche che è una forma non canonica del numero quattordici.

Andrea: La frase rappresenta quattordici.

I: Potremo inviarla a Brioshi?

C: Sì!

I (disegno accanto alle due frasi due faccine sorridenti): Potrei scrivere altre forme non canoniche di quattordici?²⁶

Federica: Quindici più meno uno. Riporto alla lavagna ciò che suggerisce Federica che detta anche i colori dei numeri:

a)	$20+^+6+^-12$	(13)	☹
b)	$14=20+^+6+^-12$	(2)	☺
c)	$20+^+6+^-12=14$	(2)	
d)	$20+^+6+^-12=14$		☺
e)	$15+^-1=14$		

I: Confrontiamo la frase d) e la frase e); se le mandassimo a Brioshi come le potrebbe interpretare?

Samuele: Che la frase e) è la traduzione di un altro problema.

Federica: Quindici e uno non sono nominati nel problema iniziale.²⁷

Francesco: Non è la traduzione del problema.

Alessia Demelas: Le due frasi sono equivalenti ma una non racconta il problema.²⁸

Federica: Quindici più meno uno è una forma non canonica di quattordici. ma...

Andrea: Può essere la traduzione di un altro problema, perché di forme non canoniche di quattordici ce ne sono molte.

Gianmarco: Ma per risolvere i problemi non si può usare nessuna proprietà, per esempio la proprietà commutativa?²⁹

Francesco: In questo caso il venti si scrive prima perché devi partire dall'inizio.³⁰

Andrea: No, con i numeri relativi non si può applicare la proprietà commutativa.

C'è un po' di mormorio e gli studenti non sentono ciò che afferma Andrea; ripeto la sua affermazione e chiedo di discuterla.

Gianmarco: In questo caso il problema dà una partenza e una fine.

I: Proviamo ad allontanarci dal problema concreto, da un punto di vista matematico possiamo applicare a questa somma la proprietà commutativa?

Gianmarco: Cambiando l'ordine dei numeri, venti più meno dodici più sei, si può fare ma il primo numero non si può cambiare.

I: Perché?

Gianmarco: Se partiamo da più sei.

Andrea: Non possiamo perché se tu parti da più sei cambi il testo del problema.³¹

²⁶ Questa proposta mi sembra opportuna perché vorrei allontanare l'attenzione dal testo del problema e spostarla verso un uso più consapevole dei numeri con segno, cioè verso la generalizzazione.

²⁷ È molto forte ancora la necessità di stabilire una relazione tra la concretezza della situazione problematica e la sua traduzione; forse il mio tentativo di condurre gli studenti verso la generalizzazione è precoce? Penso che siano necessari ancora altri esempi, ma non so come tu abbia lavorato attorno a questa lezione.

²⁸ Bella questa immagine di Alessia, d'altra parte la traduzione di un problema in linguaggio matematico è il "racconto" del problema espresso con i simboli della matematica.

²⁹ Sono molto colpita dall'affermazione di Gianmarco e non mi rendo conto che anziché riferirsi alla somma per l'applicazione delle proprietà commutative dice "per risolvere problemi".

³⁰ Riemerge il riferimento al testo del problema in cui la frase "Rappresenta la situazione per Brioshi cominciando dall'inizio" forse andrebbe rivista e o eliminata o detta in modo meno incisivo perché condiziona molto la riflessione dei ragazzi; è un po' una "gabbia" e inibisce il pensiero divergente. Probabilmente hai ragione, perché, anche se non venisse esplicitato, l'inizio della storia sarebbe probabilmente percepito comunque in quanto tale.

³¹ Vedi il Commento 27.

I: Avevo suggerito di non pensare più al problema concreto perché prima si discuteva della traduzione del problema, poi Gianmarco ha proposto una discussione sull'applicazione della proprietà commutativa con i numeri con segno³².

Andrea: Si può fare purché il più sei sia scritto in blu perché indica la partenza.

I: Il primo numero deve essere sempre scritto in blu? Spiega perché secondo te è così.

Andrea: Sì perché non è una variazione.

I: Gianmarco proponeva di applicare la proprietà commutativa nella frase d); è possibile?

Gianmarco: In questo caso il venti diventa una variazione, quindi...

I: Ma noi partiamo dalla frase d) per applicare la proprietà commutativa.

Samuele: Scriviamo $+6 +12+20=14$, però questa frase è sbagliata perché se noi abbiamo sei euro e ne togliamo dodici, come facciamo?

I: Perché pensate che il primo numero si debba sempre scrivere in blu anche applicando la proprietà commutativa?³³

Alessia Dore: No, il sei è rosso perché indica una variazione.

Andrea: Ma in quella frase matematica non è una variazione.

Federica: Secondo me il primo numero che sia scritto in rosso o in blu deve sempre essere il numero più grande³⁴.

In coincidenza con la "sentenza" di Federica suona la campana con mio grande dispiacere perché sono state poste molte importanti questioni. Brevemente vi racconterò quello che ho proposto ai ragazzi per affrontarle con un'attività di tipo laboratoriale: l'uso del regolo calcolatore.

³⁵

³² Forse sarebbe convenuto verificare la domanda di Gianmarco sulla commutatività con degli esempi concreti, anche se probabilmente avrebbe incontrato delle difficoltà con i segni delle operazioni e con quelli in apice, o con i numeri che cambiano il loro stato perché all'inizio sono delle posizioni ma se passano in un altro posto diventano dei cambiamenti. Interferenze semantiche tutt'altro che banali, che, affrontate in questo modo 'ingenuo', costituiscono momenti importanti nell'evoluzione del balbettio algebrico e quindi nella progressiva costruzione di significati.

³³ Non è una domanda semplice. La separazione di significato fra numero come posizione e numero come cambiamento è molto legata alla situazione problematica di partenza, e avendo esperienza con pochi esempi si fa fatica a staccarsi da questo riferimento. Mettendomi nei panni degli alunni non saprei bene cosa rispondere, perché una risposta 'corretta' presupporrebbe che i numeri che vengono spostati portassero con sé la loro 'natura', e quindi rimanessero rossi o blu indipendentemente dal posto occupato. Ma questo creerebbe un corto circuito fra la traduzione e il problema. Ripeto, niente affatto banale.

³⁴ Sarebbe azzardato se dicessi che quest'ultima parte della discussione, cioè dal primo intervento di Gianmarco all'ultimo di Federica, potrebbe essere un bell'esempio di balbettio algebrico? Ho anticipato la risposta affermativa nel Commento 32.

³⁵ Indice di presenza dell'insegnante nel processo di verbalizzazione (v. nuove voci del Glossario all'ultima pagina):

$$IP = \frac{24}{55} = 0,47$$

Molto brevemente: IP è maturato commentando dei diari della sperimentazione della Metodologia dei diari pluricommentati nell'ambito linguistico (MDPAL). Dopo aver definito per sommi capi gli aspetti teorici di IP (v. ultima pagina) l'ho applicato in alcuni diari e l'ho fatto anche con il tuo. Nel nostro prossimo incontro di Sassari vorrei riflettere su questo strumento e sulle sue potenzialità (come apertura verso delle ipotesi di interpretazione delle dinamiche di classe).

Per completezza di informazione, vi mando i due diari MDPAL. Basta che cerchiate gli IP. Sono molto eloquenti.

Con questo documento vorrei provare a descrivere, attraverso le immagini, l'attività che si è svolta successivamente a quella del diario del 12 Marzo 2011. Non c'è stata la registrazione anche perché non ha senso in quanto gli studenti hanno lavorato col regolo che era stato precedentemente costruito. Di seguito alcune immagini chiariscono l'attività.

Il regolo³⁶ è costruito sul foglio a quadretti, ritagliato e incollato su un cartoncino (Fig. 1).

Ogni studente l'ha modulato in modo da poterlo riportare alla linea dei numeri disegnata sul quaderno (Fig. 2).

Fig. 1

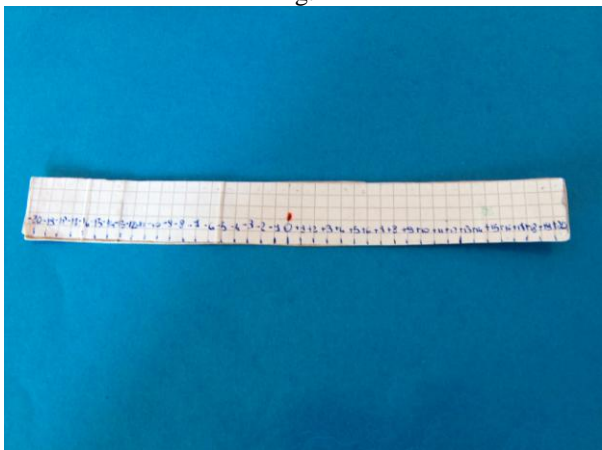
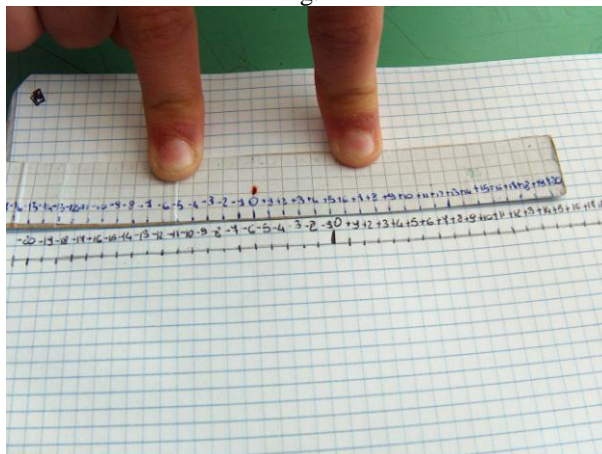


Fig. 2



Come si può notare, il regolo può scorrere sulla retta dei numeri disegnata sul quaderno (Figg. 2 e 3).

Fig. 3

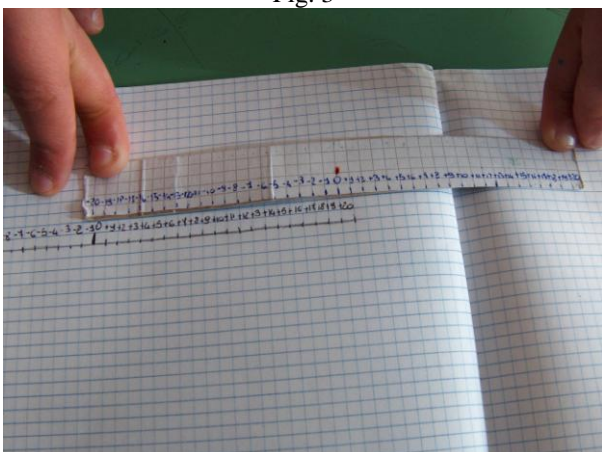
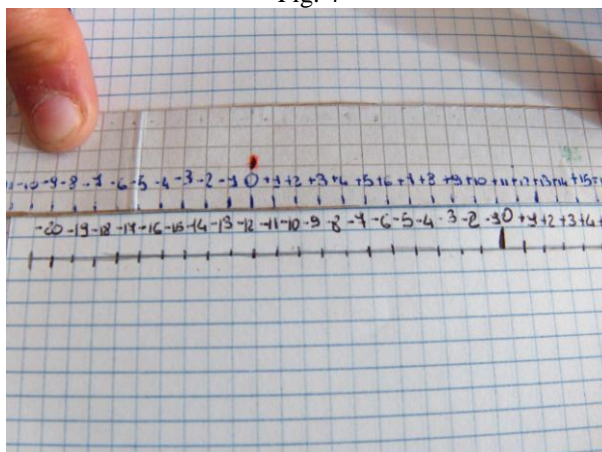


Fig. 4



In questa immagine si nota che la retta dei numeri è interrotta, lo studente che sta operando si rende conto che deve continuarla (in teoria lo sapeva già che è infinita ma è bello che riconosca da solo il limite del suo lavoro).

“Con questa attività abbiamo verificato che il primo numero di una somma algebrica (questi termini sottolineati li uso io perché ancora non sono una conquista dei ragazzi... ma ci stiamo arrivando) non necessariamente deve essere il più grande” (affermazione di Federica al termine del diario precedente).

³⁶ Per la prosecuzione della sperimentazione il prossimo anno valuteremo anche assieme a Tore l'inserimento nel Quaderno 9 del Regolo.

Glossario

Nuove voci, stesure provvisorie.

I termini sottolineati rimandano a voci esistenti.

Principio di devoluzione

La devoluzione è un punto nodale della teoria delle situazioni di Guy Brousseau. È un atto che riguarda l'insegnante nei confronti degli allievi, attraverso il quale *egli consegna a loro l'obiettivo cognitivo*. È il processo di *responsabilizzazione* attraverso il quale l'insegnante ottiene che lo studente impegni la sua personale responsabilità nella gestione di un'attività cognitiva, che diventa allora una *sua* attività. Egli va educato, attraverso un opportuno contratto didattico, ad assumere tale ruolo e l'insegnante, da parte sua, deve accettare - e imparare a gestire - le conseguenze di questo trasferimento momentaneo di responsabilità, in particolare per quanto concerne l'incertezza che questa assunzione può generare nella gestione dell'attività.

Indice di presenza dell'insegnante nei processi di verbalizzazione

Si ritiene che vi sia *una relazione forte tra la costruzione dei significati in un qualsiasi ambito disciplinare e le modalità sociali attraverso le quali essa viene attuata*.

Avviene spesso che le lezioni siano dialogate, nel senso che l'insegnante lascia ampio spazio agli alunni e li stimola con continue domande. Questo sembra verificarsi soprattutto in fase di recupero di conoscenze sviluppate in precedenza, più che nella costruzione di conoscenze nuove. La caratteristica comune di questa tipologia di conduzioni è che l'insegnante organizza l'argomento attraverso una costruzione molto frammentata di passaggi, più o meno lunga mantenendo il ruolo costante di ago della bilancia., ad una catena di domande. In questi casi è carente l'aspetto della devoluzione: l'alunno non assume su di sé la responsabilità della costruzione del sapere. D'altro canto è difficile che questo accada se l'impegno maggiore è quello di rispondere, spesso con estrema sinteticità, ad una sequenza di domande concatenate fra loro.

Riteniamo allora necessario concentrarsi sul ruolo dell'insegnante nella conduzione delle discussioni. Per farlo introduciamo il concetto di *Indice di presenza dell'insegnante nei processi di verbalizzazione (IP)*:

$$IP = \frac{\text{Numerodi frasi dette dall'insegnante (F}_I)}{\text{Numerodi frasi dette dagli alunni (F}_A)}$$

Consideriamo una situazione di classe in cui l'insegnante intenda favorire la partecipazione. Si muove fra due estremi:

(a) Introduce una questione (ad es: "Vediamo di spiegare cos'è il gioco del gambero") e promuove il dialogo fra pari ponendosi ai margini della discussione; se ne ha l'opportunità, registra pubblicamente le varie fasi alla lavagna o sulla LIM. Quando lo ritiene opportuno stimola la discussione proponendo una questione intermedia di supporto.

(b) Gestisce un 'botta e risposta' in cui ad ogni domanda segue una risposta più o meno corretta che induce la domanda successiva e così via (successione di interventi con la prevalenza del modulo IA, dove I=Insegnante, A=Alunno).

Caso (a): immaginiamo che alla questione iniziale seguano otto interventi degli alunni. IP diventa:

$$IP = \frac{1}{8} = 0,12$$

In questo caso quanto più grande è il denominatore, cioè il numero degli interventi, tanto più il rapporto tende a zero.

Caso (b): la stessa situazione viene sviluppata attraverso otto domande dell'insegnante e otto risposte degli alunni. IP è:

$$IP = \frac{8}{8} = 1$$

In questo caso il rapporto tende a 1.

Quindi IP varia fra 0 e 1: quanto più tende allo zero tanto più discreta è la presenza dell'insegnante e si favorisce l'assunzione di responsabilità da parte degli alunni (indipendentemente dalle loro competenze disciplinari e linguistiche); quanto più tende a 1, tanto più la presenza dell'insegnante è 'invadente' e si favoriscono le posizioni di dipendenza degli alunni, a scapito di una costruzione consapevole di significati.

Se assumiamo come riferimento i primi 46 interventi di questo diario (numerati), IP diventa:

$$IP = \frac{22}{24} = 0,92$$

Molto vicino, quindi, a 1.

NOTA: Mi prometto di verificare l'ipotesi soggiacente IP in altri diari.