

# **Treni e vagoni, castelli e magie Sintesi di una sperimentazione sulla ricerca di regolarità in scuole materne e prime elementari nell'ambito del progetto ArAl<sup>1</sup>**

**Giancarlo Navarra**  
GREM, Università di Modena e Reggio Emilia

## **1. Introduzione**

L'attività rientra fra le sperimentazioni attuate nell'ambito del Progetto *ArAl*, *Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico* di cui viene illustrata l'impostazione in questi Atti in altri due articoli e nel sommario della Mostra-laboratorio<sup>2</sup>. È stata concepita con l'obiettivo di estendere ai primi livelli scolastici l'ipotesi teorica che gli ostacoli cognitivi nello studio dell'algebra nascano *in ambito pre-algebrico* e che sia possibile affrontarli precocemente impostando gli ambienti di studio dell'aritmetica secondo una prospettiva algebrica.

L'attività è trasversale tra la scuola dell'infanzia e quella elementare; ha coinvolto 53 alunni 'grandi' di quattro scuole dell'infanzia e 53 di tre prime elementari delle provincie di Belluno e Modena. Il progetto di base è stato redatto come traccia comune ai due ordini di scuole con l'intenzione di adattarlo alle diverse situazioni ambientali.

Il proposito è quello di sperimentare *l'esplorazione di situazioni che comportano la ricerca di regolarità*, tema presente anche nei programmi per la scuola dell'infanzia e diffuso in numerose Unità del progetto ArAl.

---

<sup>1</sup> Alla sperimentazione nel corso dell'a.s. 2002/03 hanno partecipato:

Scuole dell'infanzia: Istituto Comprensivo, S.Giustina (BL): Edda Alfani, Paola De Boni, Flora Deola, Maria Grazia Matiotti, Daniela Roman, Elena Tararan (Cergnai); Angela Bitondo, Patrizia Centeleghe, Lucia Morassutti (Meano); Istituto Comprensivo, Mel (BL): Luciana Biz, Elvia Da Canal (Carve); Circolo didattico, Sedico (BL): Cristina Cadore, Nadia Centelleghes, Anna La Grua, Daniela Milanese (Bolago).

Prime elementari: Dea Beppiani (Villapiana, Istituto Comprensivo, Mel, BL); Anita Da Pont (Istituto Comprensivo, S.Giustina); Vanna Incerti (Istituto Comprensivo, Spilamberto, MO).

A tutte le insegnanti va il nostro cordiale ringraziamento.

<sup>2</sup> Malara N.A., *L'esplorazione di situazioni come modalità da privilegiare sin dalla scuola primaria per dare significato allo studio dell'algebra*; Navarra G., *Il progetto ArAl, una proposta per il rinnovamento dell'insegnamento dell'area aritmetico algebrica nella scuola dell'obbligo*; Navarra G., *Il Progetto ArAl, Mostra e Laboratori*, pubblicati in questi Atti.

La scelta si basa sul fatto che questo tema favorisce il passaggio alla *generalizzazione*; insegna a riconoscere la *rete di relazioni* che sussiste tra gli elementi della *struttura* di una situazione; affina la capacità di avvicinarsi con metodo alle situazioni problematiche favorendo, nel riconoscimento di strutture simili, il pensiero *per analogia*; stimola a fare *previsioni* e a verificarne la validità.

Sono stati valorizzati molto alcuni aspetti metodologici:

- la *discussione* in quanto favorisce l'esplorazione comune delle situazioni, il confronto dei punti di vista, l'esplicitazione e la revisione critica del processo compiuto, il controllo dei significati; rappresenta – in generale – un'importante attività di tipo metacognitivo e metalinguistico;
- la *rappresentazione* delle situazioni proposte, importante per la sua funzione *esplicativa* e *chiarificatrice* nella costruzione dei concetti;
- la scelta dei *mediatori didattici*, ossia di quegli strumenti che possono *traghettare da un campo d'esperienza familiare ad uno sconosciuto* attraverso l'esplorazione di elementi percepibili come *comuni* sia alla situazione di partenza che a quella d'arrivo; sono stati usati molti mediatori – alcuni previsti in sede progettuale, altri elaborati in corso d'opera; ad esempio, per favorire l'individuazione del modulo della successione si è giocato con i treni e i loro vagoni, con tane di scoiattoli contenenti ghiande e noci, col fumo che esce dal camino di una strega in vena di incantesimi<sup>3</sup>.

Nel corso dell'attività sono state proposte esperienze molto varie basate su giochi, racconti, performances 'teatrali', manipolazioni, esperienze musicali, ecc. allo scopo di esplorare quali siano quelle più adatte per favorire l'approccio graduale alla *generalizzazione*.

L'obiettivo più alto che ci siamo posti inizialmente è stato quello di verificare se sia possibile condurre alunni di questa età *all'individuazione di analogie fra sequenze di elementi che presentano regolarità percettivamente molto diverse fra loro*. Ad esempio, portare a riconoscere la presenza *dello stesso* modulo *aab* in sequenze come: maschio/maschio/femmina in una fila di bambini, rossa/rossa/gialla in una fila di seggiole, verde/verde/arancio in una sequenza di colori, salto/salto/battito di mani in una successione di gesti e così via.

Secondo una metodologia costante del progetto ArAl, le insegnanti hanno curato i diari delle varie esperienze e la raccolta degli elaborati degli alunni; alcuni incontri sono stati registrati e fotografati, allo scopo di costruire un archivio documentale per le valutazioni in itinere e per quelle finali e per la redazione di un'Unità ArAl.

Presenteremo ora le fasi principali dell'attività, illustrandole di volta in volta con sintesi di diario e schematizzazioni delle situazioni proposte. 'I' indica genericamente l'insegnante (di classe o il ricercatore).

---

<sup>3</sup> L'argomento è approfondito in Navarra G., *Il progetto ArAl, proposta per un rinnovamento dell'insegnamento dell'area aritmetico algebrica nella scuola dell'obbligo*.

## 2. L'attività in sintesi

### 2.1. Giochi iniziali di avvio alle prime successioni femmina/maschio

I bambini vengono introdotti nell'ambiente di lavoro: *individuare la regolarità nella successione*. Si preferisce iniziare da esperienze che li coinvolgono personalmente, e di passare in un secondo tempo al gioco con oggetti, considerati come *altro da sé*. Bisogna aiutare a capire *come* guardare una sequenza (per esempio: femmina/femmina/maschio) superando anche le inevitabili interferenze di tipo affettivo ed emotivo (Denise è simpatica, Simone è il leader, 'Vado a sedermi io') imparando poco alla volta a cogliere la sequenza come *un qualcosa che si ripete*.

Sintesi di Diario (scuola dell'infanzia)

*I bambini, seduti sulla panchina, indossano cappellini rossi e cappellini blu. L'insegnante tocca il naso di tutti i bambini che hanno il cappellino rosso e li fa sedere su seggiole poste di fronte alla panchina. Invita quelli non toccati ad aprire gli occhi.*

I: Cosa vedete?

Serena: I rossi, i bambini rossi.

I: Tornate tutti a sedervi in panchina, chiudete gli occhi un'altra volta.

*Vengono toccati i blu che si spostano sulle sedie. I bambini sulla panchina aprono gli occhi.*

I: Cosa vedete?

Alessia: I bambini blu. No, i cappelli blu.

I: Adesso facciamo un altro gioco. Tutti con gli occhi chiusi!

*L'insegnante crea una fila alternando un cappellino blu e un cappellino rosso.*

I: Cosa vedete?

Serena: I bambini col cappellino rosso e i bambini col cappellino blu.

I: Come sono?

Nicola: Rosso-blu, rosso-blu, rosso- blu...

...

### 2.2. L'idea di infinito

Le successioni che si presentano (file di sedie, di bambini, di oggetti, di disegni) sono necessariamente 'finite'. Con l'accorgimento della fila di sedie che prosegue dopo la porta della classe si cerca di attivare l'*intuizione* dell'infinito della successione.

Sintesi di Diario (scuola dell'infanzia)

I: Se la fila continuasse fuori dalla porta che bambini ci andrebbero qui? (*l'ultimo è un blu*).

Alessia: Un rosso, perché lì c'è un blu.

Michelangelo: Un rosso perché da una parte c'è un rosso e da una parte c'è un blu.

Serena: Un rosso, perché Anna ha vicino un rosso e quello rosso ha vicino un blu e quello blu ha vicino un rosso.

...

Sintesi di Diario (prima elementare)

*Gli alunni guardano una fila di bambini seduti; la fila prosegue oltre la porta della classe.*

I: Che idea vi dà questa fila di sedie?

Lorenzo: Una strada.

I: Le sedie che escono dalla porta finiscono o continuano?

*Non vi è risposta*

I: La sedia vuota che idea vi dà?

Lorenzo: Un fantasma.

...

Sintesi di Diario (prima elementare)

*L'insegnante ha disegnato alla lavagna una successione con i gessi colorati.*

I: Dove inizia la fila?

*Si individua insieme l'inizio della successione.*

I: Come si può far vedere che la fila continua? Non voglio più disegnarla alla lavagna.

A: Fare una freccia!

*Si disegna una freccia alla "fine" della successione.*

A: Fare una freccia, ma più lunga.

A: Fare un punto di domanda.

*Molti non condividono il punto di domanda.*

I: Secondo voi la fila continua ancora quanto?

A: Tanto.

A: Tanto, tanto.

I: Quando leggete una fiaba e si vuol far capire che la storia continua che cosa c'è?... Cosa vedete?... Cosa si mette?

A: Dei puntini!

A: Io metterei alla fine della fila dei puntini e una freccia

*Si segnano dei puntini e una freccia alla "fine" della successione*

...

### 2.3. L'idea di incognita

Si vuol suggerire un *embrione* di idea, che spinga a vedere *oltre* la realtà. Questo gioco è molto vicino all'universo fantastico dei bambini: immaginare cose nascoste, svelare un segreto, scoprire un mistero. Si attiva il pensiero *relazionale* e si stimolano delle congetture, che vengono esplicitate ad alta voce. Qui il mediatore è un pezzo di stoffa che copre una sedia.

Sintesi di Diario (scuola dell'infanzia)

*Le sedie sono disposte secondo il modulo giallo-giallo-rosso. La seconda sedia è nascosta.*

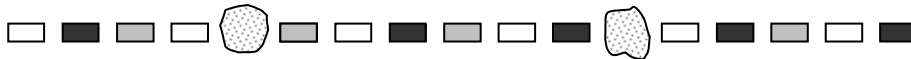


→

Maddalena: È rossa.  
 Simone: È rossa perché lì c'è una rossa.  
 Mike: È gialla perché ci sono 3 gialle... no... e rossa!  
 Tutti: È rossa!  
 ...

Sintesi di Diario (scuola dell'infanzia)

*L'insegnante con i cubetti dei Duplo forma la sequenza basata sul modulo giallo/blu/rosso, quindi senza che i bambini vedano copre un blu e un rosso e li invita ad indovinare.*



*Juri indovina il primo colore e quando gli si chiede il perché, confessa che ha spiato.*

Serena. Il blu, perché è dopo il giallo.

Romina: È blu, perché non si possono mettere due gialli.

I: Secondo voi c'è una regola?

Serena: Il blu deve andare dopo il giallo...

Juri: ...e il blu va prima del rosso.

Erwin: Giallo, blu, rosso (*lo dice una sola volta*).

Mattia: la regola è giallo-blu-amaranto (*sorride per la competenza cromatica e ripete la sequenza*).

*Si prende in considerazione il secondo colore nascosto.*

Romina: Rosso.

I: Perché?

*Silenzio*

I: Com'è la regola?

Thomas: Giallo/blu/rosso.

Juri: Perché non li mettiamo sul treno?

I: Giusto! Bella idea! Vuoi provare tu? Sulla locomotiva mettiamo i primi tre della regola.

*I bambini mettono i Duplo nel vagone.*



...

## 2.4. Passaggio al modulo

La sintesi precedente introduce un aspetto nodale dell'attività: l'individuazione del *modulo* della successione (questi bambini la chiamavano 'regola'). Chiariamo questo passaggio commentando la prossima sintesi.

Sintesi di Diario (prima elementare)

*I bambini hanno gli occhi chiusi in modo che non possano vedere il modo in cui disponiamo i compagni (maschio – femmina alternati). L'ultimo, prima della sedia vuota, è un maschio.*

*Si chiede chi facciamo sedere nella sedia e perché.*

Francesco: Una femmina, perché prima c'è un maschio.

Alice: Una femmina, perché vedo un maschio – una femmina, quindi ci va una femmina.

Veronica: Si siede una femmina, perché se c'è Alessandro ci va una femmina.

...

I tre alunni esprimono – attraverso delle sfumature di linguaggio - due punti di vista diversi. Francesco e Veronica mostrano una visione della situazione che possiamo definire *locale* (*Ci va un maschio perché prima c'è una femmina*) mentre Alice, evidenziando *la coppia*, esprime un embrione di visione *globale* (“*Vedo un maschio – una femmina, quindi ci va una femmina*”).

Quando gli alunni (materna e prima elementare si comportano allo stesso modo) cominciano ad esaminare le loro prime sequenze, la loro ricerca manifesta una visione *circostritta* della situazione: per Francesco e Veronica, la presenza dell'ultimo maschio porta ad affermare che nella sedia vuota ci va una femmina. In realtà questa conclusione *condensa* in sé una *doppia percezione*: se i due bambini affermano che dopo il maschio c'è una femmina (*percezione locale esplicita*), significa che di fatto hanno colto l'esistenza di una regolarità che però non sono capaci di esprimere (*percezione globale implicita*). E la ragione di questa difficoltà può essere così sintetizzata: il modulo e la sua ripetizione rappresentano la *struttura* della situazione, che è un concetto *astratto*, e quindi difficile da esprimere. L'individuazione della coppia finale maschio – femmina fatta da Alice costituisce invece, per così dire, *un momento visibile* della struttura, e la sua concretezza è più semplice da esprimere.

Percepire la struttura rappresenta un passo importante verso la generalizzazione.

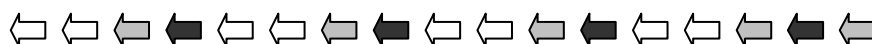
Sintesi di Diario (scuola dell'infanzia)

Viene preparata una sequenza di frecce di plastica di modulo giallo-giallo-rosso-verde



I bambini ripetono ad alta voce il modulo (che nel gergo di classe chiamano 'regola').

I: Immaginiamo che un bambino continui la fila in questo modo (aggiunge una freccia rossa invece di una gialla)



Marina: Sbagliato!

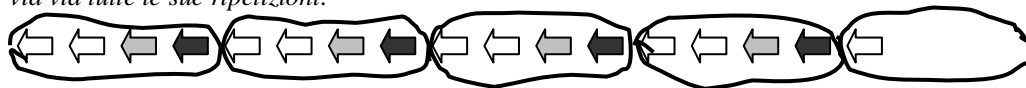
I: Come lo spiegheresti tu?

Marina legge la fila dall'inizio: giallo-giallo-rosso-verde-giallo-giallo-rosso-verde-giallo...

I: (chiudendosi gli occhi con le mani) Troppi colori! non capisco niente!

Marina: (è costretta a citare solo la regola) giallo-giallo-rosso-verde.

Giancarlo, per aiutare i bambini a capire la regola, racchiude con un nastro il modulo e poi via via tutte le sue ripetizioni:



Alla fine dentro l'ultimo 'recinto' lascia solo una freccia gialla.

Veronica aggiunge la seconda gialla, Mattia la rossa e Giona una gialla.

Giancarlo invita Giona a rileggere la regola, Giona si corregge e mette la freccia verde.

...

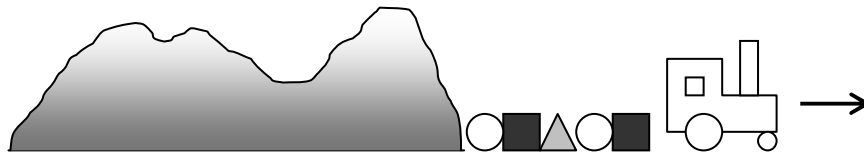
## 2.5. Strategie per l'individuazione del modulo in una successione

Gli alunni hanno capito *cos'è* il modulo. Il passo successivo è quello di imparare a *ricoscerlo* all'interno di una successione *qualsiasi*, e quindi ad effettuare la ricerca per poterlo individuare. La successione ormai non è più solo una concatenazione concreta di oggetti all'interno dei quali l'occhio 'si perde'; si impara a guardarla in un modo diverso, a riconoscerne la *struttura*.

Sintesi di Diario (scuola dell'infanzia)

*Si presenta un treno<sup>4</sup> disegnato su un cartoncino che, lentamente, viene fatto uscire dalla galleria sotto la montagna (dipinta su un altro cartone ritagliato).*

*Il treno trasporta materiali (forme geometriche e altro) che sono disposti allo stesso modo in tutti i vagoni. I vagoni non sono evidenziati, e bisogna scoprire cosa contiene ognuno di essi.*



*Il treno comincia ad uscire dalla galleria; appena si vede una figura la locomotiva si ferma e gli alunni sono invitati ad ipotizzare la regola.*

Enrico: (dopo che sono usciti il quadrato e il tondo) Viene un quadrato!

Nicola: La regola è quadrato-tondo!

L'insegnante fa avanzare la locomotiva ed esce un triangolo.

Valentina: La regola è quadrato-tondo-triangolo!

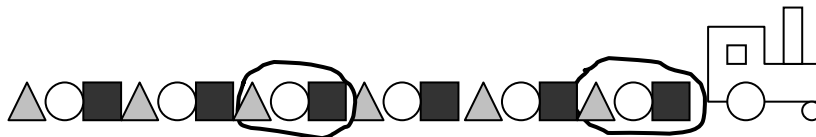
I: Se tu avessi ragione cosa dovrebbe uscire adesso?

Valentina: Un quadrato!

L'ipotesi di Valentina viene confermata. Esce il treno completo.

Giancarlo chiede ad Alice di cerchiare la regola e Alice cerchiare il primo modulo.

Poi Giancarlo chiede a Marco di cerchiare una regola che non sia attaccata a quella che ha cerchiato Alice. Con l'aiuto di Alice Marco ci riesce.



...

## 2.6. Le successioni 'amiche'

Una volta capito come riconoscere la *struttura* di una successione, gli alunni si accorgono che molte successioni del tutto differenti possono averne una uguale. Di fatto conquistano l'embrione del concetto di *analogia strutturale*. Questo è un passaggio molto importante verso la generalizzazione: è la scoperta di quelle che abbiamo battezzato successioni 'amiche'.

<sup>4</sup> Varianti del treno, come di altre strategie, sono state utilizzate in tutte le classi, spesso attraverso interessanti rielaborazioni delle insegnanti allo scopo di migliorarne la funzionalità.

#### Sintesi di Diario (scuola dell'infanzia)

*L'insegnante prepara delle successioni 'amiche' utilizzando materiali diversi: pasta e gherigli di noci, tesserine colorate, cucchiari con forchette. Il modulo da individuare è AABB; si preparano quindi tre file composte rispettivamente da: due gusci di noce e due pezzi di pasta, due tesserine bianche e due blu, due forchette e due cucchiari. Le file sono collocate accanto al treno grande, in modo da utilizzare il rinforzo visivo dei vagoni. Mentre prepara le file, l'insegnante si fa aiutare da qualche bambino a proseguire nella successione.*

I: Cosa stai facendo?

Marco: Bianco-bianco-blu-blu. *(sta continuando la fila di tesserine)*

I: Guardate le file, hanno qualcosa in comune?

Mattia: Sì, due cucchiari-due forchette, i pezzettini colorati no perché non sono in fila bene.

...

I: Cosa mettereste sul primo vagone del treno?

M: Due bianchi.

Romina: Due bianchi e due blu.

I: Secondo voi perché?

*Silenzio.*

I: Come le possiamo chiamare? *(indicando le tesserine messe sul primo vagone).*

Erwin: File a coppie.

Mattia: File ripetute degli stessi vagoni.

*Mattia propone di mettere sul vagone solo le tesserine bianche.*

Alessia: Bisogna mettere anche le blu, altrimenti a cosa serve?

*Alla fine tutti sono d'accordo che sul primo vagone si mettono le tesserine bianche e anche quelle blu. Quindi a turno i bambini collocano le tesserine della fila sui vagoni successivi.*

*Si prende quindi in considerazione la fila formata da due noci e due pezzi di pasta.*

I: Cosa mettereste sul primo vagone?

*Quasi tutti rispondono correttamente a parte due, di cui uno metterebbe solo le noci e uno solo la pasta. Alessia viene invitata a mettere gli elementi sul primo vagone, l'operazione risulta corretta. Poi altri bambini continuano finché si esauriscono gli oggetti della fila.*

I: E di ciò che faccio ora cosa mettereste sul primo vagone? *(fa due salti, batte due volte le mani; ripete più volte la sequenza).*

Bambini in coro: salto-salto-battimani-battimani!

I: E dell'ultima fila? Cosa mettereste sul vagone?

Serena: Cucchiario-cucchiario-forchetta-forchetta!

...

I: C'è qualcosa che si assomiglia?

Barbara: Sì.

I: Con i Lego, vediamo se ti riesce di fare una fila amica di quelle sopra.

*Barbara realizza una successione con due mattoncini gialli e due rossi che si ripete.*

...

*Alla fine si fornisce a ciascun bambino un foglio con un trenino e si chiede di disegnare una successione amica di quelle osservate. Non tutti i bambini ci riescono da soli.*

#### Riferimenti generali

[www5.indire.it:8080/set/aral/aral.htm](http://www5.indire.it:8080/set/aral/aral.htm), a cura di Malara N.A., Navarra G., Giacomini A., Iaderosa R..