

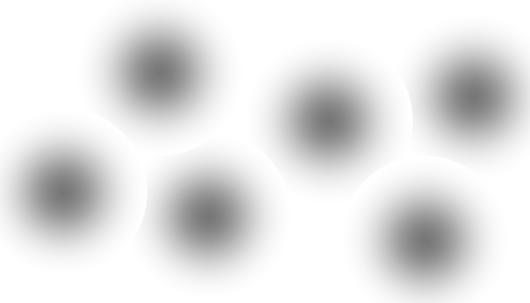
Primi appunti per un'esplorazione del progetto ArAl¹

Giancarlo Navarra

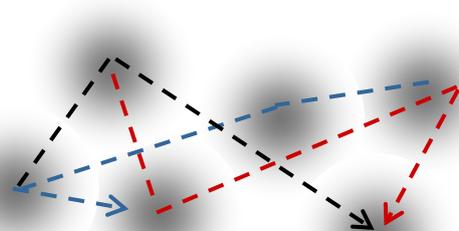
Istituto Comprensivo 'G. Rodari' di S.Giustina (BL), GREM Università di Modena

1. Il Progetto ArAl sta diventando un insieme di temi sempre più articolato e per certi aspetti *labirintico*. Il quadro teorico si evolve, si ampliano i filoni lungo i quali si sviluppano le attività sperimentali, si arricchiscono i materiali didattici pubblicati dalla Pitagora e quelli nel sito in relazione all'e-learning e all'uso delle nuove tecnologie. La crescita del progetto può disorientare gli insegnanti e rendere difficile il loro approccio ai temi della pre-algebra, anche per la difficoltà espressa in più occasioni di integrare le attività ArAl nella quotidianità del loro lavoro. Le riflessioni che seguono intendono fornire ai ricercatori e ai docenti un contributo per l'individuazione di un sistema di riferimento che favorisca la *lettura* del progetto e gli *spostamenti* al suo interno.

2. Cominciamo con il rilevare che l'universo ArAl è *privo di un centro*. Usando ancora la metafora del labirinto, si può dire che non esiste un percorso pre-definito che conduca il visitatore avveduto ad una *meta*. Così è per concezione – cioè nella sua *elaborazione teorica* - e così per risultato – cioè nella sua evoluzione nella *prassi*. Rappresentiamolo in questo modo, come un insieme di sistemi relazionati fra loro. Si vuole suggerire l'idea di un sistema *policentrico*.

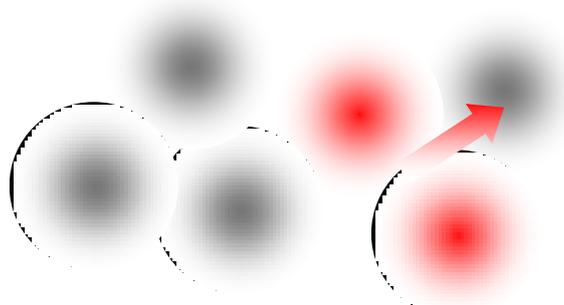


3. Il progetto esibisce quindi una pluralità di percorsi e richiede piuttosto riflessione e metodo per essere affrontato. Ricorriamo alla metafora dell'*arcipelago*: esso può essere esplorato in momenti successivi, visitando le isole più o meno vaste che lo compongono seguendo itinerari suggeriti non da un disegno preordinato ma dalla curiosità del viaggiatore, dalla casualità dei venti e delle correnti e dagli strumenti di cui è stato in grado di dotarsi.



¹ Per certe idee espresse nell'articolo sono debitore nei confronti dei curatori dell'Enciclopedia Einaudi, compagna insostituibile di molte delle mie peregrinazioni culturali nei mondi della conoscenza.

4. La comprensione approfondita di più temi connessi fra loro (le *isole* in rosso nel prossimo disegno) potenzia la capacità di allargare l'esplorazione ad un altro tema del progetto, e di afferrare in modo nuovo la coerenza di nuove relazioni che sino a quel momento risultavano opache.

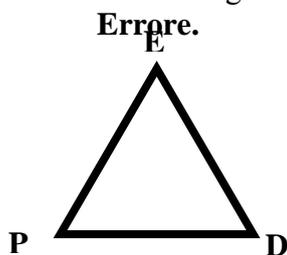


5. La nostra prospettiva è quindi quella di individuare una chiave di lettura applicando la quale ognuno possa giungere a conoscere *tutto ciò di cui sarà capace* in quel particolare momento del suo viaggio, e che consenta di muoversi all'interno del binomio *locale / globale* lungo due direzioni:

1. all'interno del singolo *locale*;
2. nella *mappa delle connessioni possibili fra i vari locali*, la cui percorribilità sia garantita non da itinerari predefiniti ma dal *metodo* che possa consentire di scegliere quelli di volta in volta più opportuni per l'insegnante, in base all'età degli alunni, alla fisionomia della classe, all'esperienza, all'investimento che egli intende fare nei confronti del progetto.

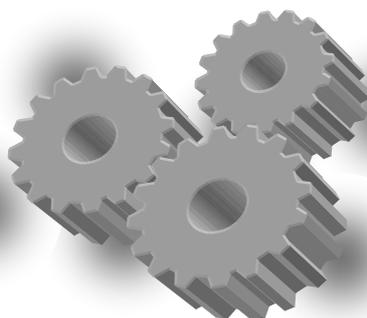
L'obiettivo è che il docente possa pervenire gradualmente - attraverso percorsi pur eterogenei e frazionati nel tempo, e una riflessione anche *di rottura* sulle sue conoscenze e sulle sue convinzioni - ad una visione d'insieme sempre più organica e articolata dell'universo che sta esplorando.

Si tratta quindi di organizzare delle informazioni che stimolino la costruzione di opportuni ambiti di lettura personali, che conducano a muoversi in modo significativo all'interno del triangolo



che fa interagire fra loro: **E** (quella che Shoenfeld ha chiamato *l'epistemologia personale dell'insegnante*: conoscenze, convinzioni, abitudini, pregiudizi, stereotipi); **P** (i temi della *pre-algebra* propri del Progetto ArA) e infine **D** (la *didattica*: programmi ministeriali, programmazione individuale, costruzione dei curricoli, valutazione).

6. Affrontiamo quindi l'analisi del progetto ricorrendo ad una terza metafora: ArAl come *macchina di cui capire il funzionamento*.

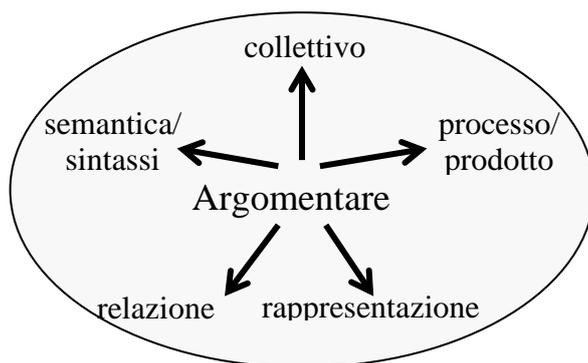


La ricomposizione dei meccanismi della macchina ArAl è un'avventura individuale, e dipende dai modi nei quali l'insegnante si colloca all'interno del triangolo EPD.

Questo, peraltro, è un antico problema legato all'organizzazione della conoscenza, soprattutto nei casi nei quali temi e discipline oggetto di studio sono vasti e dai confini frastagliati: la necessità di ricercare le reciproche azioni, le affinità e le opposizioni, la logica interna di oggetti che spesso hanno avuto diseguale sviluppo all'interno delle singole discipline, anche attraverso la loro evoluzione storica. Nel Progetto ArAl, esplorare *le connessioni fra matematica e linguistica* che privilegiano una concezione della *matematica come linguaggio* all'interno della quale sviluppare – negli insegnanti in prima battuta, e successivamente negli studenti - un convincente *controllo dei significati*.

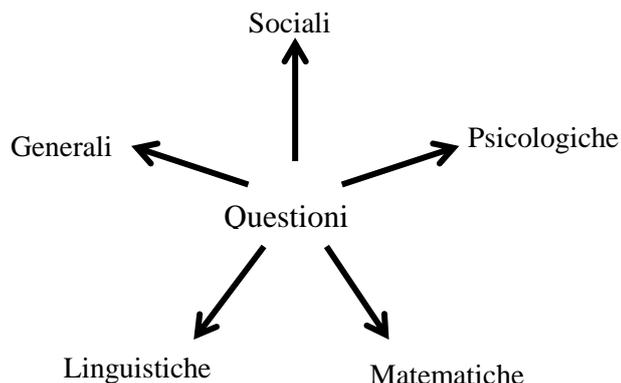
Lo scopo che ci prefiggiamo è quindi, più che di fornire modelli di comportamento, di condurre verso un terreno concreto che favorisca la riflessione sulla *grammatica* necessaria per muoversi all'interno del Progetto ArAl. Nei prossimi paragrafi si illustrerà il percorso seguito per raggiungere lo scopo.

7. Il punto iniziale d'osservazione dei meccanismi della nostra macchina si colloca, inevitabilmente, all'interno del *Glossario*. La descrizione di ogni termine (attualmente sono 72, ma saranno più di 90 nel suo prossimo ampliamento) conduce ad altri termini del Glossario. Ad esempio, il termine *Argomentare* conduce a: *Collettivo*, *Processo/prodotto*, *Rappresentazione*, *Relazione*, *Semantica/sintassi*:



Conveniamo di chiamare quella rappresentata *RETE* del termine *Argomentare*. Assumendo come *matrice delle Reti* il Glossario, definiamo *RETE* l'insieme dei rimandi che collegano un termine ad altri termini del Glossario. Una Rete può essere considerata in maniera duplice: attraverso la sua struttura *interna* (come universo a sé) e rispetto alla sua possibilità di aggregarsi *esternamente* con altre Reti. Queste considerazioni ci portano a riflettere sulla *struttura* del Glossario.

8. Rileviamo innanzitutto che i 71 termini afferiscono a cinque *Questioni*:



Alcuni esempi dei cinque raggruppamenti:

Questioni Generali:

- Brioshi
- Diario
- Mediatore didattico
- Opaco/trasparente
- Pensiero prealgebrico
- Pensiero relazionale
- Processo/prodotto
- Rappresentare/risolvere

Questioni Linguistiche:

- Argomentare
- Balbettio algebrico
- Forma canonica / non canonica
- Lettera
- Linguaggio
- Metafora
- Parafrasi
- Semantica / sintassi
- Tradurre

Questioni Matematiche:

- Codifica formale
- Forma additiva / moltiplicativa
- Frase matematica
- Incognita
- Pseudoequazione
- Regolarità
- Relazione
- Struttura
- Uguale

Questioni Sociali - didattiche:

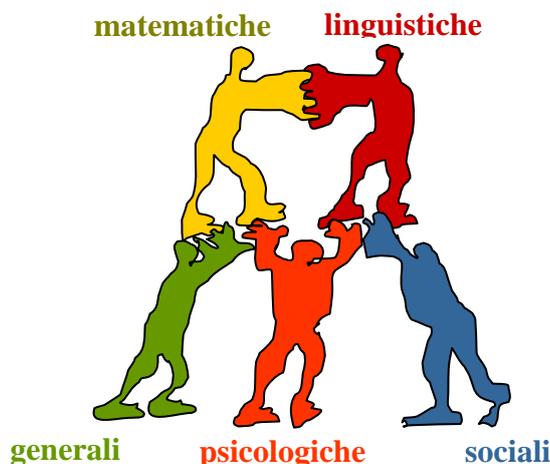
- Collettivo (confronto, ...)
- Condividere
- Contratto didattico
- Discussione
- Mediazione sociale
- Negoziazione

Questioni Psicologiche²:

- Percezione
- Persistenza semantica

² Le Questioni Psicologiche sono state finora trattate marginalmente. Negli ultimi anni si è sviluppata una grande attenzione verso gli aspetti legati alla *Percezione*. Per questa ragione questo termine è stato inserito nell'elenco anche se non compare ancora nel Glossario.

Le Questioni Generali, Psicologiche e Sociali rappresentano il *supporto metodologico* alle Questioni Matematiche e Linguistiche.



Infatti, se è vero che ArAl è un progetto che concerne l'educazione *matematica*, è altrettanto vero che il peso delle tre componenti 'di supporto' è determinante. L'approccio precoce all'aritmetica in una prospettiva algebrica poggia su una forte base costituita da presupposti di natura *sociale e psicologica* e su una serie di concetti basilari di tipo *generale* che l'insegnante deve imparare a promuovere e a gestire.

Acquisire la consapevolezza che la costruzione delle conoscenze avviene attraverso la promozione nella classe di *dinamiche sociali* che favoriscano il *confronto* e la *verbalizzazione*, che l'individuazione di opportuni *mediatori didattici* (ad esempio Brioshi) è determinante per una conquista stabile di *significati*, che è necessario promuovere attività che esaltino gli aspetti *metacognitivi e metalinguistici*, rappresenta un presupposto *sine qua non* per condurre le attività di natura più propriamente *matematica*.

L'impoverimento di questi aspetti di base, o un loro sviluppo superficiale o frammentario, impoveriscono la fisionomia culturale del progetto e ne inficiano gli stessi potenziali risultati.

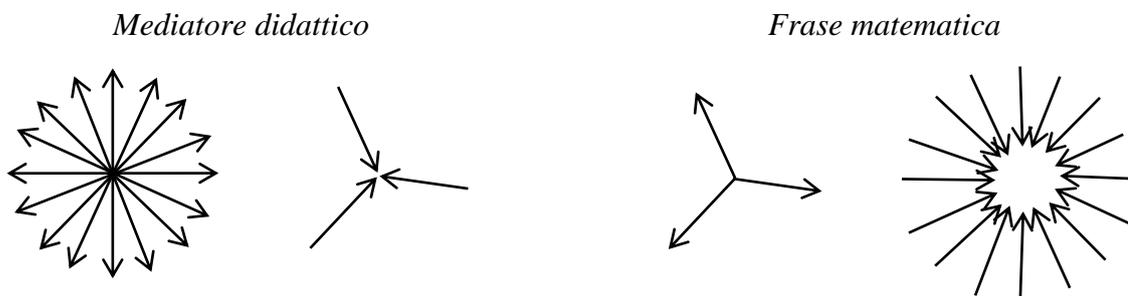
9. La lettura analitica del Glossario ha condotto ad una tabella (Tabella 1, allegata all'articolo) che evidenzia le connessioni fra le Reti dei 48 termini presi in esame. Nell'ultima colonna a destra sono evidenziate le *numerosità delle Reti*; ad esempio: la Rete di *Balbettio algebrico* è formata da 5 rimandi, quella di *Brioshi* da 8 rimandi, quella di *Mediatore didattico* da 15.

Nella prima riga in alto sono evidenziate le *ricorrenze dei termini*; ad esempio, sempre a *Balbettio algebrico* corrisponde il numero 4: significa che questo termine compare in quattro reti. Allo stesso modo *Brioshi* compare in 9 Reti e *Mediatore Didattico* in 4. In altre parole: nel momento in cui un insegnante legga sul Glossario il termine *Mediatore Didattico*, trova una grande quantità di rimandi (15) che lo inviano ad altrettanti termini. La ricchezza di questo termine è quindi dovuta alla *numerosità della sua Rete*. Allo stesso tempo, però, non è frequente incontrarlo, perché è citato solo in 4 Reti.

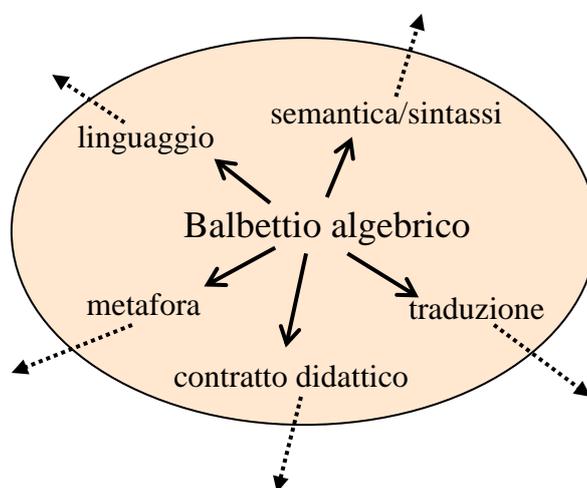
Al contrario, la Rete del termine *Frasese matematica* è povero di rimandi (solo 3) ma compare in ben 17 Reti, e quindi è molto diffuso, e la sua significatività è quindi di grande importanza *trasversale*. La sua ricchezza è dovuta alla *numerosità delle sue occorrenze*.

Queste considerazioni chiariscono e ampliano quanto è stato detto nel paragrafo 7 a proposito della struttura *interna* (come universo a sé) di un termine e della sua aggregazione *esterna* con altre Reti. Esprimendoci in termini fisici, potremmo dire che vi sono termini (come *Mediatore Didattico*) in cui la forza centrifuga è maggiore di quella centripeta e altri (come *Frasese matematica*) in cui avviene l'inverso. Le ricchezze dei termini sono quindi differenti. Ampliano la *percorribilità* del Glossario

ma al tempo stesso richiedono all'insegnante di porsi nei suoi confronti da angolazioni differenti, tutte da scoprire. Possiamo modellizzare così la situazione:

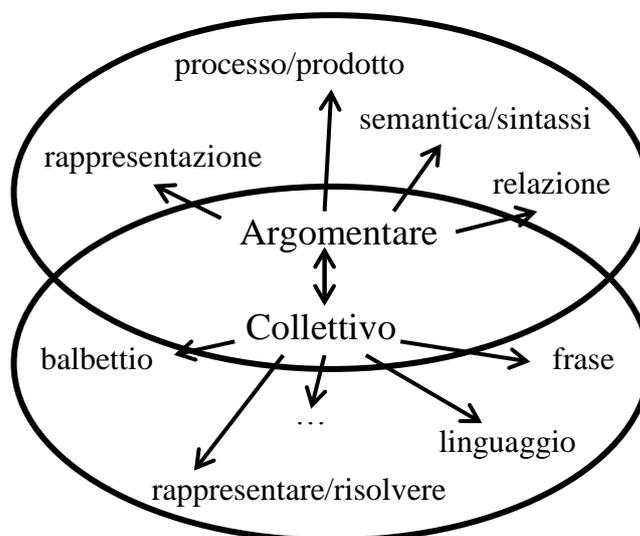


10. Approfondiamo l'analisi della tabella. Giungiamo all'individuazione di un altro particolare tipo di termini del Glossario. Per capire di cosa si tratta ricorriamo a due esempi; il primo: la Rete di *Balbettio algebrico*:



I cinque termini di questa Rete (*Semantica/sintassi*, *Traduzione*, *Contratto didattico*, *Metafora*, *Linguaggio*) conducono ad altre Reti, allargando quindi l'orizzonte di *Balbettio algebrico*.

Il secondo esempio è più articolato, e fa riferimento ad una situazione molto diversa:



Questa volta nella Rete di *Argomentare* compare il termine *Collettivo* e, viceversa, nella Rete di *Collettivo* compare il termine *Argomentare*. Potremmo dire che fra i due termini vi è una sorta di

corrispondenza biunivoca. I rimandi in entrambe le direzioni, come in questo secondo esempio, rivestono uno speciale interesse. Stimolano un processo di approfondimento/estensione che pare uno strumento proficuo per affrontare i fenomeni di circolazione attorno ad un dato argomento. Lo scambio di rimandi è, in qualche maniera, *la connessione più forte che si può trovare fra due Reti*. In questo caso viene enfatizzata – una volta di più – l'importanza della comunicazione (l'*argomentare*) nella costruzione sociale delle conoscenze (evento *collettivo*).

I termini del Glossario ArAl che godono di questa prerogativa sono 34, e sono 23 le relazioni che li collegano (in arancione nella Tabella 2). Alcuni termini quindi sono più *densi* di relazioni di altri.

11. La prima tabella, che già nella sua completezza fornisce interessanti elementi per una visione d'insieme del mondo prefigurato dal Glossario, suggerisce un ulteriore approfondimento.

Proviamo a selezionare i termini con Reti e Occorrenze *uguali o maggiori di 10* (evidenziati nelle rispettive colonna e riga in azzurro). Riportiamo in una tabella questi termini e suddividiamoli in base alla loro appartenenza alle Questioni. Sono 16, e conducono a letture molto interessanti.

<i>Questioni</i>	<i>Reti ≥ 10</i>	<i>Occorrenze ≥ 10</i>
<i>Generali</i>	Mediatore Ebbrezza da simbolo	Processo/Prodotto Rappresentare/Risolvere Rappresentazione
<i>Sociali/didattiche</i>	Collettivo	
<i>Linguistiche</i>	Lettera	Lettera Linguaggio Semantica/Sintassi Frasi Matematiche Tradurre
<i>Matematiche</i>	Relazionale Incognita	Additivo-moltiplicativo Relazione

Una prima constatazione: questi termini sono gli unici che compaiono nel paragrafo 'Le parole chiave di questa Unità' in tutte le Unità ArAl (la media è di 27 termini). Ciò attribuisce loro uno status di forte rappresentatività dell'impianto teorico del progetto.

Le Reti con più di 10 rimandi sono sei. Esse svolgono un ruolo chiave nella teoria del progetto. In un ambiente così profondamente segnato dall'intreccio fra matematica e linguaggio l'individuazione di *mediatori* come *ponti* fra le due discipline rappresenta un'esigenza *generale* di importanza determinante, così come avviene per gli aspetti *sociali* concernenti i processi *didattici* messi in opera ai fini di una costruzione *collettiva* – cioè condivisa – delle conoscenze. Il termine *Lettera* può essere visto come 'scontato' (ci ritorneremo fra poco) ed è inevitabile che emergano le difficoltà nel suo uso (*ebbrezza da simbolo*, *incognita*). Anche il quarto termine è paradigmatico di quello che forse è l'obiettivo principale del progetto, e cioè di favorire lo sviluppo del pensiero *relazionale*, alla ricerca del superamento del *locale*, e della ricerca di visioni proiettate verso la *modellizzazione* e la *generalizzazione*.

Passando alle occorrenze, notiamo che *Lettera* compare nuovamente: è *l'unico termine con la Rete e il numero delle Occorrenze maggiori di 10*. Costituisce assieme alle sue parafrasi (*Indicatore*, *Iniziale*, *Segnaposto*) il principale snodo stradale del Glossario. Le peculiarità di *Lettera* che stiamo ricostruendo confermano che ci si muove in un terreno di confine tra *lingua* e *matematica* e sottolineano efficacemente l'assunto teorico del progetto ArAl. Conducono a tre domande di fondo:

1. Cosa *rappresenta* la lettera quando è usata in matematica?
2. Come si sviluppa la 'didattica della lettera'? La lettera come ente matematico è intuibile e il suo significato si acquisisce con l'esercizio, come avviene nella didattica tradizionale, o è necessario, come si sostiene in ArAl, l'uso di *mediatori* che ne favoriscano una comprensione graduale per passi successivi molto diluiti nel tempo?
3. L'uso corretto della lettera, in particolare in un linguaggio formalizzato, poggia su un sistema di *regole*. Per comprendere la loro necessità/importanza è ancora sufficiente l'esercizio? O sono necessarie altre strategie? Nel progetto ArAl si ricorre a questo scopo al mediatore *Brioshi*.

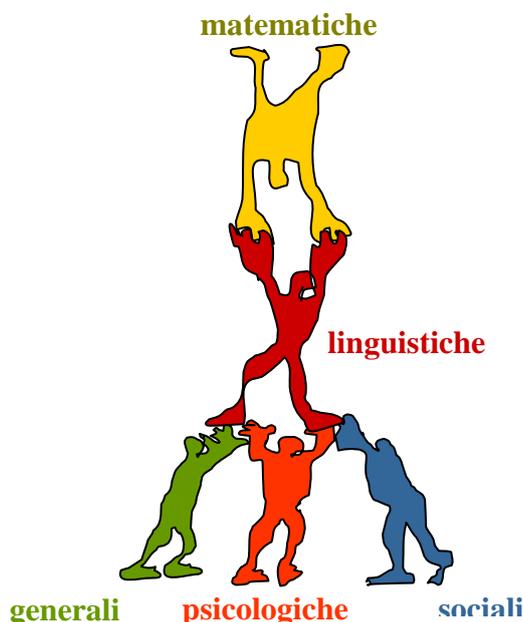
Il punto di vista ArAl è: l'approccio alla lettera non è né semplice né intuitivo, i suoi significati si chiariscono e si consolidano con l'esercizio solo in modo superficiale. È necessario costruirli con opportuni *mediatori* che favoriscano la graduale consapevolezza del sistema di *regole* soggiacenti alla costruzione delle rappresentazioni nel linguaggio matematico.

Lettera è il principale snodo stradale. La tabella evidenzia come l'area *Relazione/relazionale* e tre coppie: *Processo/prodotto*, *Rappresentare/risolvere*, *Semantica/sintassi*, siano altrettanti snodi autostradali.

Incognita e *Mediatore didattico* sono i termini con le Reti più numerose (15); *Linguaggio* quello con più occorrenze (20); *Brioshi* (Rete di 8 termini, 9 occorrenze) conferma la sua grande centralità.

Attorno al controllo di questi termini si gioca, in larga misura, la costruzione di una comprensione approfondita dell'impianto teorico del progetto e delle sue implicazioni nella prassi.

12. La maggiore quantità di termini legati alla *Questione Linguistica* (e il particolare ruolo di *Lettera*) le conferiscono un ruolo che suggerisce una diversa rappresentazione delle relazioni fra le cinque Questioni:



Le Questioni *generali*, *sociali-didattiche* e *psicologiche* rappresentano il supporto metodologico alle Questioni *linguistiche* che, a loro volta, intrecciandosi con le *matematiche*, ne favoriscono la comprensione.

Riferimenti bibliografici

Materiali relativi alla *Collana Progetto ArAl*, Pitagora Editore, Bologna e al sito www.aralweb.it
AAVV, *Enciclopedia*, 16: Indici, Giulio Einaudi Editore, 1984

