

Il progetto ArAl e l'approccio anticipato al pensiero algebrico: la formazione degli insegnanti fra teoria e prassi

Giancarlo Navarra

I.C. 'G.Rodari', S.Giustina (BL) - GREM Modena

Balbettio algebrico, discussione, early algebra, rappresentare, risolvere

1. Teachers' era

Un gruppo di ricercatori coordinato dall'israeliana Anna Sfard, all'ICME 10¹, ha presentato i risultati di un'indagine condotta in ambito internazionale sulle mutue relazioni fra ricerca e pratica nell'educazione matematica, intitolata emblematicamente *'There is nothing more practical than a good research'* (*'Non c'è nulla di più pratico di una buona ricerca'*).

Sfard ha posto in luce la tendenza che sta caratterizzando la ricerca in didattica della matematica degli ultimi cinquant'anni: da quella che è stata chiamata la *'programs' era* degli anni '60-'70 si è passati alla *'students' era* degli anni '80-'90, per avviarsi all'inizio degli anni 2000 verso la *'teachers' era*. In altre parole: le *'buone pratiche'*, centrali nella *'programs' era*, e la conoscenza degli stili cognitivi degli studenti e delle loro mutazioni, tipica della *'students' era*, sono sì necessarie ma non sufficienti se i docenti non hanno l'opportunità di confrontarsi e di affinare le proprie conoscenze – matematiche e didattiche - riflettendo sulle loro personali *epistemologie*.

Da qui quella che Sfard ha chiamato la *'teachers' era*. Lo slogan potrebbe essere: per educare *studenti metacognitivi* è necessario preparare *insegnanti metacognitivi*, conducendoli ad una *rivisitazione* di ruoli *che già ricoprono*.

Una formazione che volesse affrontare in una prospettiva nuova gli intrecci fra aritmetica e algebra (*early algebra*) dovrebbe condurre l'insegnante a rileggere in chiave critica la sua personale concezione di queste discipline e a porsi domande fondanti come *Quale aritmetica insegno? Quale algebra?*

2. Quale aritmetica? Quale algebra?

In questo processo il docente della scuola primaria è in qualche modo favorito perché può iniziare *ab ovo*, assieme ai suoi alunni, un approccio nella

¹ *International Congress on Mathematical Education, Copenhagen 2004.*

direzione del rinnovamento avviando una revisione graduale delle sue conoscenze e un superamento di stereotipi, misconcetti, difficoltà, verso la scoperta di nuovi punti di vista nell'affrontare l'insegnamento dell'aritmetica. Al tempo stesso, il docente della scuola secondaria di primo grado è in qualche modo sfavorito in quanto incontra alunni che probabilmente provengono da esperienze didattiche che li hanno condotti ad una concezione tradizionale dell'aritmetica come *altra cosa* rispetto all'algebra. Quindi egli deve, oltre che riflettere sulle conoscenze sue proprie, recuperare quelle acquisite dai suoi studenti negli anni precedenti *favorendo una loro rivisitazione*, per quello che è possibile, e aiutando a reconsiderarle in una prospettiva completamente differente.

Tutto ciò rappresenta una sfida molto complessa sia dal punto di vista della formazione che dell'autoaggiornamento, perché il docente deve essere messo in grado, attraverso delle efficaci chiavi di lettura, di pervenire gradualmente ad una visione d'insieme sempre più organica e articolata dell'universo che sta esplorando all'interno del triangolo costituito da: (a) *il suo personale retroterra culturale*; (b) *i temi della pre-algebra*; (c) *la didattica in classe*.

L'*early algebra* sostiene che i principali ostacoli cognitivi verso l'apprendimento dell'algebra nascono in modi spesso insospettabili in contesti aritmetici, e possono porre ostacoli concettuali anche insormontabili allo sviluppo del pensiero algebrico. Per prevenirli bisognerebbe invece, sin dai primi anni della scuola elementare, insegnare a *pensare l'aritmetica algebricamente*, attraverso la costruzione di un ambiente che stimoli in modo informale l'appropriazione sperimentale di un nuovo linguaggio (*balbettio algebrico*) in cui le regole trovino la loro collocazione gradualmente, sulla base di un contratto didattico tollerante verso momenti iniziali sintatticamente promiscui. Questa prospettiva è complessa anche perché deve innestarsi su un terreno dove le concezioni sulla didattica dell'aritmetica e dell'algebra sono profondamente radicate.

Proviamo a sintetizzarne alcuni nodi partendo proprio da quelle concezioni.

3. Verso l'early algebra

L'uso prevalente di problemi verbali standard contribuisce a consolidare nell'alunno la convinzione che la loro soluzione sia essenzialmente, o esclusivamente, *ricerca di un risultato*. Di conseguenza, la sua attenzione si concentra su ciò che è in grado di produrlo, e cioè sulle operazioni. Risolvere problemi per lui significa, in buona sostanza, *fare calcoli*.

Questa convinzione pone pesanti ostacoli, spesso sottovalutati, all'evoluzione del suo pensiero nella direzione dell'algebra. Nei problemi algebrici la preoccupazione del risultato viene allontanata a favore della *rappresentazione in linguaggio matematico delle relazioni che collegano informazioni e*

richieste del problema, cioè alla rappresentazione del *processo*. A livello algebrico si opera quindi ad un livello superiore di pensiero, dove il guardarsi mentre si sta calcolando sostituisce il calcolare, e questo comporta il passaggio dal livello *cognitivo* a quello *metacognitivo*, in cui il risolutore interpreta la *struttura* del problema.

Pensiamo ai differenti significati che può assumere un problema verbale a seconda di com'è impostato (non tragga in inganno l'elementarità dell'esempio, si sta proponendo una questione di *metodo*):

Filippo e suo papà hanno raccolto 120 mele. Le hanno messe in ceste a mucchi di 20.
Trova il numero delle ceste.

Filippo e suo papà hanno raccolto 120 mele. Le hanno messe in ceste a mucchi di 20.
Rappresenta la situazione in linguaggio matematico in modo che, se richiesto, sia possibile trovare il numero delle ceste.

Filippo e suo papà hanno raccolto 120 mele. Le hanno messe a mucchi di 20 in 6 ceste.
Rappresenta la situazione in diversi modi usando solo il linguaggio matematico.

L'esperienza mostra che ognuna di queste situazioni riceve, da parte di una classe abituata a farlo, un grande numero di risposte diverse. Se attorno ad esse si imposta una *discussione collettiva* si affinano, oltre alle capacità *metacognitive* (riflettere sulle proprie conoscenze, sulle differenze sottili fra sapere e capire, sul rapporto fra padronanza delle tecniche e comprensione delle teorie che le supportano, porsi in relazione con le ipotesi e le proposte dei compagni) quelle *metalinguistiche* (riflettere sul linguaggio naturale e sui linguaggi della matematica, sulla loro *sintassi* e la loro *semantica*, sulle *traduzioni* fra linguaggi). In termini generali, la discussione conduce alla *costruzione delle conoscenze come risultato di una negoziazione, frutto di una mediazione sociale*. Ma la discussione collettiva, il confronto, la *verbalizzazione*, l'*argomentazione*, comportano da parte dell'insegnante la consapevolezza dei 'rischi' e delle peculiarità di queste modalità didattiche. Ad esempio: la discussione sulle traduzioni di una consegna come questa:

Traduci per Brioshi² la frase: 'Alla metà di 30 togli il triplo di 4'.

comporta la capacità di attribuire significati anche sottilmente differenti alle tipologie di possibili proposte formulate dagli alunni: (a) '30:2-3×4' favorisce

² Brioshi è un alunno giapponese immaginario (di età variabile a seconda dei suoi interlocutori) e costituisce un supporto molto potente all'interno del progetto ArAl (gli è interamente dedicata la prima Unità). Viene introdotto per avvicinare gli alunni anni alla comprensione della necessità del *rispetto delle regole* nell'uso di un linguaggio, necessità ancora più forte nel caso in cui si incontri un linguaggio formalizzato, e questo in ragione dell'estrema sinteticità dei simboli usati. Brioshi sa comunicare solo attraverso un uso corretto del linguaggio matematico e si diverte a scambiare problemi e soluzioni con classi di altre nazioni servendosi dei mezzi più diversi, dai messaggi su fogli di carta a più sofisticati scambi attraverso Internet.

la *trasparenza del processo*; (b) la risposta costituita dal numero '3' sottolinea la ricerca del prodotto, e come risposta è *opaca* di significati; (c) '30:2-3×4=3' evidenzia sia il *processo* che il *prodotto*, è ridondante rispetto alla consegna. A proposito di (b), le motivazioni della decisione dello studente di limitarsi a rispondere con un numero sono così spiegate da Schoenfeld (Cornoldi, 1995):

‘Studenti anche universitari sembrano basarsi su una approssimativa epistemologia del *makes sense*, in cui “la plausibilità di un argomento, o il fatto che si senta che esso è giusto, sono considerati sufficienti per ritenere l’argomentazione completamente accettabile e convincente.”

In altre parole: l’abitudine dell’insegnante di accettare il *risultato* o poco più come testimonianza di elaborazioni o tentativi non altrimenti esplicitati, può alla lunga confortare l’alunno nella convinzione che l’obiettivo sia raggiunto quando il numero ottenuto è ‘giusto’. Ancora Schoenfeld spiega che:

‘Le modeste argomentazioni che si possono trovare in molti studenti non sono dovute a debolezze logiche dei soggetti o a incapacità di monitorare la propria attività di pensiero, perché i soggetti appaiono potenzialmente capaci di fare ciò, quanto al fatto che una debole epistemologia non fa ritenere necessario fare più di così’.

In conclusione: consegne puntate alla *verifica di abilità* (ricercare risultati, eseguire algoritmi - come risolvere un’espressione o un’equazione-, applicare una formula di geometria) abitano gli alunni a redigere protocolli che in genere si rivelano poco interessanti sul piano dell’interpretazione, a differenza di quelli contenenti consegne di tipo *metacognitivo*, più significativi in relazione sia ai progetti degli autori che alle aspettative degli insegnanti.

Siamo qui in presenza di una delle dualità principali del quadro teorico di riferimento dell’*early algebra*: *rappresentare* (attività decisiva per la progressiva formazione del pensiero pre-algebrico) e *risolvere* (attività ‘classica’, formatrice dell’imprinting di un pensiero aritmetico che spesso rischia di condizionare negativamente, in modi spesso definitivi e, come si è detto, insospettabili, la sua evoluzione in una direzione algebrica).

Bibliografia

- Cornoldi C. (1995). *Metacognizione e apprendimento*. Il Mulino: Bologna.
- Malara N.A., Navarra G. *Quadro teorico di riferimento e Glossario*. Bologna: Pitagora Editrice.
- Navarra G. (2001). Progetto ArAl: percorsi nell’aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico, in *Atti Incontri con la matematica n.15*. Bologna: Pitagora Editrice. 173-176.
- Navarra G. (2003). Il progetto ArAl: una proposta per il rinnovamento dell’insegnamento dell’area aritmetico-algebrica nella scuola dell’obbligo, in *Atti Incontri con la matematica n.17*. Bologna: Pitagora Editrice. 151-161.