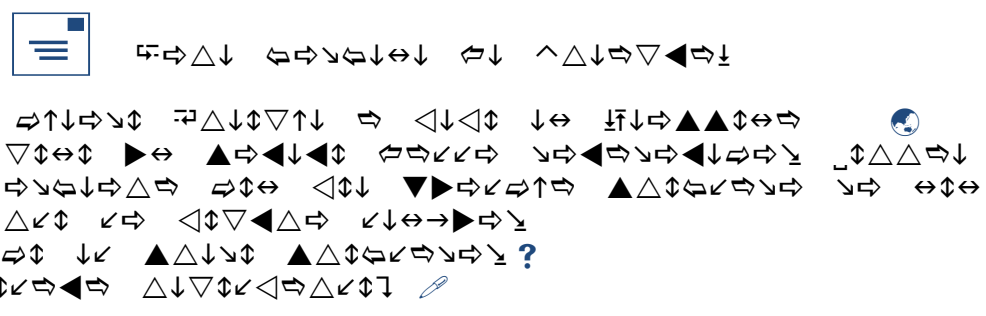


Martedì 10 febbraio 2009


Diario 1

La lettera di Brioshi

La classe prima, composta da 22 alunni, è una classe vivace ma capace di rispondere in modo pertinente e maturo alle sollecitazioni e alle richieste dell'insegnante soprattutto se queste vengono proposte in maniera differente dalla conduzione di una normale lezione. Viene pertanto proposta ai ragazzi la lettura e la decodificazione della lettera che Brioshi ha mandato ai bambini della IIA della scuola primaria L. Mauro:



$a + b = 13$
 $a = b ?$
 $a = b ?$



Consegnata la fotocopia con la lettera iniziano i commenti:

A (Letizia): Ci dà almeno una lettera?

A (Alessio): Ci potete fare voi il testo?

I: Cosa vuol dire?

A (Antonio): Ma io non ho capito bene cosa bisogna fare...

A (Antonio): Quando si ripete il segno è la stessa lettera?

I: Sì

A (Gabriele P.): A cosa servono **gli oggetti?**¹

I: A capire il significato della frase

A (Riccardo): Tutto c'entra con la matematica?

I: Dimmi tu cosa ti pare...

A (Riccardo): No

A (Gabriele G.): Sì

A (Gabriele G.): Cosa significa $a + b = 13$?

I: Provate a pensare cosa può aver scritto... perché scrive $a + b = 13$ e poi $a = b ?$ a diverso b? Ragionate...

Gli alunni continuano a guardare per almeno 5 minuti con molta perplessità il testo poi cominciano a chiedere di poter avere un indizio:

I: Un indizio... con cosa si inizia una lettera e come si finisce una lettera? ... Chi mi prova a rispondere?

A (Alessio): Con il proprio nome!

...manifestano esultanza

A (Gaia): Se si mette ciao dopo non è giusto...

A (Corneliu): **Se facciamo sbagliato non ci fa niente...**²

A (Alessio): Se ci sono due simboli uguali... la lettera è uguale?

I: Certo!

A (Gabriele P): C'è solo il suo nome o possono esserci anche altri nomi?

I: C'è un altro nome.

¹ Gabriele si riferisce ai simboli strani usati da Brioshi, immagina.

² Che domanda curiosa. A cosa allude?

| | | | | | | | | |
|---------------|-------|---|---------|--|--|--|--|--|
| Progetto ArAl | Italy | 2 | Brioshi | | | | | |
|---------------|-------|---|---------|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------------------|
| Trieste, M. Codermatz | I | I | 2 | 3 | 4 | 5 | I | 2 | 3 | Valentina Bologna |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------------------|

Lavorano per arrivare alla soluzione della lettera... molto concentrati sulla traduzione.

I: Ricordatevi che lui non è italiano e quindi alcune parole non sono scritte correttamente. Tutto il testo è scritto in un linguaggio che non capite o alcune parti sono scritte in linguaggio chiaro?

A (Gaia): C'è scritto che viene da un altro paese?

I: Sì

Si discute sul fatto che è difficile decodificare perché non sa parlare bene l'italiano...

I: Ha senso... cosa vi sta dicendo Brioshi?

A (Davide): Cosa c'entra $a + b = 13$?

A (Diego): Ha 13 anni.

Tre compagni concordano.

I: Tutti siete d'accordo che $a + b = 13$ indica l'età di Brioshi?

La classe rumoreggia... Non tutti sono in accordo

A (Valentina): Io no, ma non so cosa vuol dire ancora...

I: Che cosa vuol dire $a + b = 13$?

A (Corneliu): Non ha 13 anni ma ne ha 26!

I: Cosa hai fatto?

A (Corneliu): Ho fatto $13 + 13 = 26$

A (Davide): Io ho pensato che visto che b è più grande di a^3 ho fatto $13 + 14 = 27$

A (Gabriele): I numeri potrebbero essere l'età dei suoi fratelli...

I: Siete d'accordo?

A (Lucrezia): Non si sa se ha dei fratelli...

I: Potrebbero esserci altri nomi nel testo... quelli dei fratelli

A (Gabriele G.): Ho capito! Ho scoperto la seconda parola

I: Cosa avete trovato?

A (Letizia + Anica): Cari... bambini

A (Riccardo): Cari bambini di Trieste

A (Davide): Nella seconda riga ha detto 'io non vengo dalla Cina'

A (Letizia+Anica): Cari bambini di Trieste, mi chiamo Brioshi e vivo in Giappone e sono un patito della matematica... ma abbiamo trovato anche altro

I: Con queste indicazioni che via hanno dato Letizia e Anica ... riuscite a completare la lettera?

I ragazzi continuano a lavorare con entusiasmo...

A (Letizia + Anica): Noi abbiamo scoperto tutto! Ci manca una parola...

I: Lascerei a Letizia e Anica la lettura...

A (Gabriele P.): Lo leggeranno com'è scritto?

I: Lo leggeranno in italiano

L + A leggono la lettera decodificata⁴ e c'è molto entusiasmo nell'aver scoperto che cosa c'era scritto.

I: Cosa vuol dire $a + b = 13$? È il problema che vuole noi risolviamo con lui. Allora la prossima volta partiamo da qui.

³ Qui sarebbe stato interessante promuovere la riflessione sul significato di 'b è più grande di a'. C'è l'idea che b 'viene dopo' nell'alfabeto, e quindi è 'più grande'. Questo tipo di sovrapposizione fra l'alfabeto e il significato delle lettere in matematica è un classico, frequente con soprattutto con alunni più piccoli (seconda - terza primaria).

⁴ Quindi mi par di capire che sinora la classe si è concentrata sui simboli sconosciuti e ha decrittato il testo attribuendo ad ogni segno una lettera dell'alfabeto (a segni uguali lettere uguali).

Venerdì 13 febbraio 2009 - prima ora

Diario 2

Vengono riconsegnate le fotocopie con le lettere di Brioshi, si rilegge il testo della lettera e la richiesta di Brioshi di risolvere il problema che viene scritto dall'insegnante alla lavagna:

| |
|---|
| $a + b = 13$ $a = b ?$ $a \neq b ?$ |
|---|

Viene lasciato ai ragazzi un po' di tempo per pensare.

A (Letizia): Non può essere che a e b sono uguali perché nessun numero sommato a se stesso dà 13.

A (Arianna): Può essere 6,5

A (Alessio): Se dovesse essere 6,5 si dovrebbe scrivere a virgola un'altra lettera. Ma a è un numero naturale.

I: Siete tutti d'accordo che a è un numero naturale?

Non sono d'accordo in cinque alunni, l'insegnante chiede perché non sono d'accordo:

A (Riccardo): È un numero razionale.

A (Alessio): La lettera può rappresentare anche un numero con la virgola⁵...

I: Il ragionamento di Riccardo e Alessio per cui la lettera potrebbe rappresentare anche un numero razionale vi convince?

A (Riccardo): Se non prendo in considerazione i numeri con la virgola⁶, andrei totalmente a caso...

I: Cosa intendi per caso?

A (Riccardo): Tutte le somme che danno 13 potrebbero essere...

I: Quali sono le coppie?

Gabriele G. si alza dal posto e va a scrivere alla lavagna:

| | | |
|--------|-------|--------|
| 1 + 12 | a = 1 | b = 12 |
| 2 + 11 | a = 2 | b = 11 |
| 3 + 10 | a = 3 | b = 10 |
| 4 + 9 | a = 4 | b = 9 |
| 5 ... | | |
| 6... | | |

A (Gabriele G.): ... basta così...?

I: Tanto non cambia niente... perché vale la proprietà commutativa⁷

A (Arianna): Sono d'accordo con ciò che hanno detto Alessio e Riccardo... perché se fossero stati due numeri uguali sarebbe stata uguale anche la lettera ... $a + a = 13$

A (Micaela): Brioshi chiede se i due numeri sono uguali o diversi.

I: Alcuni di voi pensano siano uguali, altri pensano che siano diversi

A (Riccardo): È algebra questa! È matematica con le lettere

I: Gabriele G. si è fermato a 6 + ... siete tutti d'accordo che bisogna continuare?

Il consenso è corale.

⁵ Se Alessio non avesse fatto così presto il suo intervento la discussione si sarebbe certamente fermata alla rappresentazione nell'insieme dei numeri naturali, la sua velocità di ragionamento ha rapidamente guidato tutti a fare le conclusioni più opportune senza essere troppo guidati dall'insegnante.

⁶ Credo che convenga che i registri linguistici tuoi e degli alunni si uniformino. Da un lato il clima di balbettio algebrico favorisce anche terminologie o costrutti approssimativi (i numeri 'con la virgola'); da un altro, se tu dici 'numeri razionali' vuol dire che ritieni implicitamente che questi termini appartengano ad un lessico condiviso, e quindi sarebbe opportuno indurre una uniformità in questo senso anche nella classe. L'affinamento linguistico comporta anche un progressivo affinamento concettuale.

⁷ Ho dato la risposta troppo presto... Vero. Mi aggancio al Commento precedente. Tu tendi, per ragioni legate alla tua formazione, ad un uso appropriato di termini e di concetti, ma 'concedi' alla classe un loro uso naïf che ritengo, alla lunga, poco produttivo, perché crea lo stereotipo negli alunni 'che tanto la prof capisce quello che voglio dire' con la conseguenza implicita 'e quindi è inutile che mi sprechi'.

| | | | | | | | | |
|---------------|-------|---|---------|--|--|--|--|--|
| Progetto ArAl | Italy | 4 | Brioshi | | | | | |
|---------------|-------|---|---------|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------------------|
| Trieste, M. Codermatz | I | I | 2 | 3 | 4 | 5 | I | 2 | 3 | Valentina Bologna |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------------------|

I: a, b appartengono all'insieme N dei numeri naturali posso avere 14 soluzioni... 14 rappresentazioni⁸

Si contano insieme.

I: Se a e b non appartengono all'insieme N dei numeri naturali, quante sono le soluzioni?

A (Alessio): Tantissime

A (Gabriele G.): Parecchie

A (Riccardo): Una sola... ma ho sbagliato

A (Letizia): Sono tantissime perché si può fare $0,5 + 12,5$

A (Alessio): Non deve essere per forza $0,5$ ma $1,8 + 11,2...$

A (Riccardo): Ce ne sono infinite!⁹

I: Qual è la risposta che mandiamo a Brioshi?

A (Riccardo): Che sono infinite...

I: Diciamolo bene...

Vengono scritte dall'insegnante alla lavagna le risposte da inviare a Brioshi¹⁰:

- 1) Se a, b appartengono a N
14 soluzioni
 $a \neq b$
- 2) Se a, b appartengono a Q
Infinite soluzioni
Sia con $a = b$
Sia con $a \neq b$

Si chiede agli alunni di scrivere un testo per il problema¹¹ posto da Brioshi, vengono lasciati circa 5 -10 minuti di tempo. Vengono riportati di seguito i testi dei problemi rielaborati dai ragazzi. Non tutti sono riusciti a farlo nel tempo assegnato.

I: Uno alla volta leggiamo il testo, poi decidiamo quello che ci piace di più e lo mandiamo a Brioshi

L'alunno Gabriele G. legge il testo che ha fatto con il compagno di banco:

⁸ Mi sembra che tu e la classe in questo caso continuiate a lavorare, per così dire, 'a livelli separati'. L'appartenenza a N deve essere condivisa e non dovresti essere tu a dirla; inoltre, anche le quattordici soluzioni dovrebbero emergere da un'esplorazione condotta dagli alunni in modo consapevole. In qualche modo proponi una scorciatoia. Mi viene da pensare se in interventi come questi non si possano collocare molte delle frustrazioni degli insegnanti in sede di verifica, quando gli alunni mostrano un controllo deludente su concetti che loro davano per acquisiti. In realtà, per velocizzare l'attività, spesso è proprio l'insegnante che costruisce, attraverso suoi 'interventi velocizzatori' i ponti per superare gli ostacoli. Altrettanto spesso, come forse in questo caso, propone passaggi logici che sono apparentemente scontati ma che, in realtà, trovano molti alunni impreparati ad accoglierli. E a quel punto, proprio quando il consenso è 'corale', scattano le perdite di controllo semantico (che rimangono comunque nascoste, perché è arduo per l'alunno rompere una gratificante corallità): lo dice l'insegnante, e quindi è giusto. Scherzosamente, ma neanche tanto, Georges Papy ci diceva 'En mathématiques, comme dans l'amour, il n'est pas nécessaire de dire tout'.

⁹ Io a questo punto riterrei opportuno/stimolante riflettere assieme agli alunni su quei 'tantissime', 'parecchie', 'una sola', 'infinite'. Altrimenti restano quantificazioni irrisolte. Ti propongo cioè quelle che sono state chiamate 'mathematical discussions', discussioni dentro i concetti, condotte il più possibile dagli studenti.

¹⁰ Qui non è chiaro il ruolo svolto dagli alunni, che immagino ci sia stato: hanno fatto loro delle proposte? Le avete selezionate? L'insegnante le scrive alla lavagna con l'aiuto di alcuni alunni? Ho l'impressione che rimanga il distacco fra i due livelli. Le cose scritte alla lavagna, nella loro coerenza e nella loro sinteticità, non sono né semplici né spontanee, ma dovrebbero essere il frutto di una negoziazione fra gli alunni.

¹¹ Con la classe si sta lavorando alla decostruzione della struttura dei problemi e alla risoluzione mediante espressione. La richiesta quindi voleva anche dare la possibilità agli alunni di rielaborare personalmente le conoscenze acquisite. Va benissimo, ma conviene che questa scelta didattica sia 'spalmata' su un'area più vasta.

| | | | | | | | | |
|---------------|-------|---|---------|--|--|--|--|--|
| Progetto ArAl | Italy | 5 | Brioshi | | | | | |
|---------------|-------|---|---------|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------------------|
| Trieste, M. Codermatz | I | I | 2 | 3 | 4 | 5 | I | 2 | 3 | Valentina Bologna |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------------------|

Il sig. Brioshi ha comprato la sua prima bicicletta a 7 anni, 6 anni dopo ha tolto le rotelle imparando ad andare in bicicletta. Quanti anni ha ora?¹²

A (Anica): Cosa c'entra? Dobbiamo collegare il testo con le possibilità che ci ha dato Brioshi... Leggo il nostro... E legge il testo fatto assieme a Letizia mentre il compagno Gabriele G. polemizza.

Il proprietario di una casa con un giardino vuole dare in affitto una parte di giardino. Se i mq totali sono 13 e deve dividerlo in parti uguali quanti mq misurerà ognuno? E se vuole dividerli in due parti disuguali?¹³

Anche Alessio e Riccardo leggono i loro testi:

Il QI di Brioshi è 13. Nel test aveva due esercizi, qual è il risultato di ognuno?

Al mercato due signori vanno a comprare un po' di cose. Uno dei due trova una cartina e nota che ci sono 20 negozi. Quel signore prende una cosa per negozio e l'altro tre cose per negozio. Il primo compra nel primo negozio un cannocchiale a 17,52 euro, e negli altri compra delle cose che insieme valgono 1300 euro e ogni cosa costa ugualmente. L'altro signore prende nel negozio delle maglie che costano ognuna 36,9 euro. Va a mangiare e spende 70 euro. Negli altri negozi compra tre prodotti di cui uno costa 13 euro come negli altri negozi. Chi ha speso di meno?¹⁴

A (anica): Me lo spieghi?

Ma Alessio e Riccardo fanno fatica a spiegarlo.

Legge il testo del problema Corneliu:

Brioshi deve andare a scuola. La professoressa gli ha dato una lista con che cosa deve comprare: un numero di matite e un numero di quaderni insieme devono formare un numero di 13 cose per la scuola. Il numero di quaderni e matite è uguale o non è uguale?¹⁵

I: In quale rappresentazione rientra il tuo problema?¹⁶

A (Corneliu): Nel primo!

Lucrezia legge il testo del problema:

¹² In questo come nei problemi successivi compare sempre una formulazione tradizionale della domanda che induce il risolvere. Sarebbe molto proficuo utilizzare questo materiale per condurre gli alunni verso il rappresentare. Non sottolineo qui l'importanza più volte sottolineata di questa coppia di concetti. Cosa ne pensi? Per esempio:

Il sig. Brioshi ha comprato la sua prima bicicletta a 7 anni, 6 anni dopo ha tolto le rotelle imparando ad andare in bicicletta.

Rappresenta la situazione in linguaggio matematico in modo che Brioshi possa trovare la sua età ora.

Rappresentazione possibile: $7+6=e$

Il proprietario di una casa con un giardino ampio 13mq vuole dare in affitto una parte di giardino.

Rappresenta la situazione in linguaggio matematico in modo che Brioshi possa trovare quanto misurano le due parti se il proprietario ha diviso il giardino:

a) in due parti uguali.

b) in due parti disuguali

Rappresentazione possibile: $a+b=13$ a) se $a=b \rightarrow a=? b=?$ b) se $a \neq b \rightarrow a=? b=?$

Brioshi deve andare a scuola. La professoressa gli ha dato una lista con che cosa deve comprare: un numero di matite e un numero di quaderni insieme devono formare un numero di 13 cose per la scuola.

Rappresenta la situazione in linguaggio matematico in modo che Brioshi possa trovare se il numero di quaderni e matite è uguale o non è uguale.

Rappresentazione possibile: $m+q=13$ $m=q?$

¹³ Sono rimasta piacevolmente sorpresa dalla coerenza di pensiero e di ragionamento matematico che Anica e Letizia sono state in grado di esprimere scrivendo questo testo.

¹⁴ Prima di scrivere il testo hanno passato un paio di minuti a fare la risoluzione del loro problema su un foglio.

¹⁵ Anche la sua semplice rielaborazione è molto efficace.

¹⁶ Penso che vi riferiate a $a \neq b$.

Marco ha 13 caramelle. Quante caramelle ha comprato ogni giorno in due giorni in modo che facciano 13 in tutto?

Legge Giulia K.:

Se Brioshi ha 13 anni e Cristina e Marco ne hanno la metà, quanti anni hanno Cristina e Marco?

A (Antonio + Gabriele P.): Noi abbiamo fatto sbagliato...

Se in uno zoo ci sono 7 animali e in un altro zoo ci sono 6 animali, quanti animali ci sono in tutto?

I.: È identico al problema di Gabriele G.

A (Micaela): È sbagliato perché in un caso abbiamo la somma e dobbiamo trovare gli addendi e quindi il problema di Antonio e Gabriele non va bene.

A (Letizia): Per me è sbagliato perché loro hanno già dato un valore ad a e b.

A (Alessio): Siccome Brioshi dà delle condizioni ($a=b$?; $a \neq b$?), è più corretto partire da 13 e chiedere il valore di a e b.

I.: Sono d'accordo¹⁷. Quale problema scegliamo?

Gli alunni votano e viene scelto a larga maggioranza il problema di Anica + Letizia

I.: Adesso inventate voi una richiesta come quella mandata da Brioshi... pensateci, come quello o con il numero di operazioni che volete voi... Non siete vincolati dal testo di Brioshi... Lui non ha detto se il problema era in N o in Q... voi se volete scrivetelo.

Vengono scritti alla lavagna i problemi rielaborati:

| | |
|---|---|
| <p>Gabriele G. e Diego: $a^b \times c^5 \times 7^b : 3^d \times 2^3 \times 0^d = 42$</p> <p>Anica e Letizia: $a^n \times b = 62,5$ $a, b, c \in Q, n \in N$ $a^n = c$ $c = b$</p> <p>Alessio e Riccardo: $(a \times b) \times c : 2 \times d + 7^2 = 67$ $a \neq b$? $c = a \times b$?</p> <p>Corneliu e Sandro: $(c \times a) + b = 24$ $(c \times a) = M + b = 24$ $a, b, c, M \in Q$ $c \neq a$? $M \neq b$? $b = c$? $a = b$?</p> | <p>Giulia K.: $[(3^4 \times 2^4) : (3^6 : 2^6)]^4 \times (5^7 : 6^7) = a$</p> <p>Lucrezia: $(a^b \times b^c) = 100^6$ $a^b \neq b^c$? $a^b = b^c$?</p> <p>Antonio e Gabriele P.: $a^0 \times b^n \times c^4 = 12$ $a, b, c \in N$</p> <p>Micaela e Gaia: $45 = a - b + c$ $a, b, c \in N$ $b \neq c$ $b + c = 45$</p> |
|---|---|

Viene fatto un sondaggio e alla fine viene scelto il problema di Micaela e Gaia per due motivi, come sono stati esplicitati dagli alunni¹⁸:

- è quella che nella scrittura sembra la più semplice da risolvere
- è quella che ha scritto "Quanto fa" a sinistra dell'uguale invece che a destra

¹⁷ Io proporrei che l'insegnante chiedesse l'approvazione da parte della classe. Quanto più una decisione è negoziata, tanto più è condivisa.

¹⁸ Siccome l'ora era appena conclusa non è stato possibile riportare integralmente il dialogo che ha condotto agli alunni alle motivazioni di scelta. Esse comunque risultano estremamente interessanti, in particolare l'aver messo il risultato a sinistra del segno di uguaglianza. È vero. Allo stesso tempo però mi chiedo con quanta consapevolezza i gruppi abbiano elaborato le loro scritture. Sembrano manipolazioni formali alle quali è difficile attribuire un significato. Ne possiamo discutere.