

Novembre 2017

Minidiario 1

[Commenti Insegnanti di classe](#)

[Commenti Giancarlo Navarra](#)

DESCRIZIONE DELLA CLASSE

La classe 4 A è formata da 19 alunni mentre la 4 C è composta da 21 alunni; al momento dell'attività non erano presenti due alunni della 4 A.

Solo quest'anno è iniziato il percorso ArAl nel nostro istituto, pertanto gli alunni hanno lavorato fino ad ora su strutture prevalentemente procedurali, nonostante questo handicap iniziale essi hanno mostrato interesse al nuovo modo di ragionare sui numeri e sulle procedure per ottenerli.¹

DESCRIZIONE DELLA SITUAZIONE PROPOSTA

L'attività svolta per la trascrizione nel "microdiario" è quella della piramide dei numeri trasformata in un rebus da risolvere, sotto forma di sfide tra gruppi; gli alunni si sono dimostrati, sin da subito, disponibili mettendosi in gioco con entusiasmo. Abbiamo scelto collegialmente questa attività perché le piramidi conducono alla rappresentazione di legami sempre più complessi fra i numeri² scritti nei mattoni, consentendo di sviluppare un pensiero algebrico. La verbalizzazione e il confronto collettivo delle strategie adottate consolidano i risultati delle "scoperte".

La piramide che presentiamo è composta da quattro mattoni alla base perché abbiamo voluto aumentare il grado di difficoltà, avendo già lavorato con quelle più semplici.

A ciascun gruppo è stato consegnato un foglio recante una piramide nella quale sono stati inseriti due numeri, gli altri tre verranno trovati attraverso tre messaggi in codice inviati da Brioshi. I restanti numeri verranno scoperti mediante ragionamenti e calcoli. Vince la sfida il gruppo che per primo riesce a trovare il numero in cima alla piramide.

AREE DI RIFERIMENTO PER LO SVILUPPO DI COMPETENZE IN AMBIENTE EARLY ALGEBRA

A-linguaggio

B- rappresentazione di una piramide algebrica.

PAROLE CHIAVE:

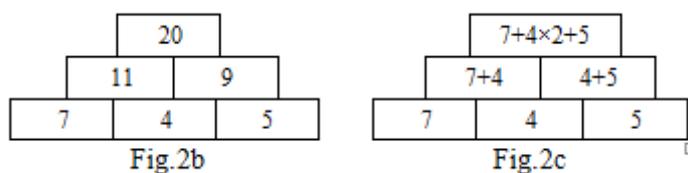
Frase algebrica, rappresentazione, canonico e non canonico.

OBIETTIVI PER L'ATTIVITÀ:

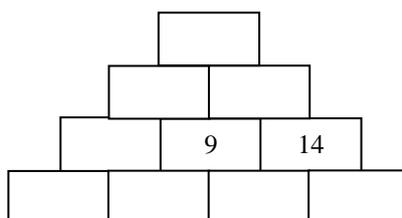
- Riconoscere alcune scritture come modalità diverse per rappresentare un numero
- Riconoscere forme canoniche e non canoniche
- Confrontare i numeri
- Saper mettere in relazione una rappresentazione in linguaggio matematico con una situazione reale.
- Favorire l' argomentazione per esprimere un ragionamento.

¹ Una premessa ai successivi commenti: fintantoché parlano di 'procedure per ottenere i numeri' gli alunni rimangono vincolati al pensiero procedurale perché continuano a concentrarsi sui calcoli e sui risultati – parziali e finali – ai quali essi portano. Non riflettono cioè sulle relazioni fra i numeri. Lo spartiacque fra i due modi di pensare è nel passaggio dalla descrizione di ciò che si fa con i numeri alla riflessione su ciò che essi sono. Ad esempio, di fronte alla scrittura $(3+4) \times 2$ gli alunni possono costruire due frasi; la prima (di tipo procedurale): "Addiziono 4 a 3 e ottengo 7, poi moltiplico 7 per 2 e fa 14"; la seconda (di tipo relazionale): " $(3+4) \times 2$ è il prodotto fra la somma di 3 con 4 e 2", oppure, in modo più evoluto linguisticamente: " $(3+4) \times 2$ è il doppio della somma fra 3 e 4".

² Vi invito a tener presente che non è tanto la complessità in sé delle scritture che proponete nelle clausole che favorisce lo sviluppo del pensiero algebrico. Mi spiego con un esempio relativo sempre alle piramidi:



Mentre nella figura 2b il completamento con numeri espressi in forma canonica non aggiunge nulla al mero procedimento, la 2c conduce invece ad una scrittura nel mattone in alto – la cui 'complessità' è conquistata dagli alunni attraverso successivi passaggi – che consente, attraverso una opportuna traduzione, di pervenire alla definizione di cos'è (v. commento precedente) il numero in alto: 'Il numero in alto è la somma fra il numero in basso a sinistra, il doppio di quello centrale e il numero in basso a destra'. Come vedete, la definizione relazionale permette di precisare lo 'status ontologico' del numero in alto, trascurando le operazioni. Il maggior grado di difficoltà (preferisco chiamarla ricchezza) non sta quindi nel numero delle file dei mattoni, o nei calcoli complicati come nell'espressione della seconda clausola, ma nella prospettiva in cui l'insegnante fa lavorare la classe.



1. I: Bambini, scritto alla lavagna, c'è il messaggio di Brioshi; è un messaggio cifrato che dovete risolvere, solo dopo potrete riempire la piramide e arrivare alla soluzione finale:

- Nel mattone in basso a sinistra c'è un numero che corrisponde alla differenza tra 15 e 9, al numero che ottieni aggiungi 1³.
- Nel terzo mattone alla base, da sinistra, c'è un numero che si traduce con la seguente frase algebrica: $8 \times 4 + 3 - 15 : 4$ ⁴.
- Nel primo mattone a sinistra, del secondo piano, c'è un numero non canonico⁵ $77:7$, traduci in forma canonica.

2. I: Inserite da soli gli altri numeri e spiegate il ragionamento attraverso il quale ci siete arrivati. Avete un tempo massimo di dieci minuti.
3. *Trascorsi 10 minuti prende la parola il portavoce del gruppo D.*
4. Francesco: Prima abbiamo fatto la sottrazione per sapere la differenza tra 15 e 9, poi abbiamo aggiunto 1, che fa 7 e lo mettiamo nel primo mattone a sinistra⁶.
5. I: Siete tutti d'accordo? Qualcuno vuole specificare meglio ciò che ha appena detto Francesco?
6. Alex: Il numero è giusto⁷, però va nel primo mattone in basso a sinistra.
7. I: Ripeti la frase completa.
8. Alex: Il numero che corrisponde alla differenza tra 15 e 9 è 6, al 6 aggiungo 1 ed ottengo il numero 7 che vado ad inserire nel primo mattone in basso a sinistra.⁸
9. M: Siete tutti d'accordo su ciò che ha detto Alex?
10. Tutti in coro: Sì!!⁹
11. M: Passiamo al secondo punto. Chi pensa di aver trovato la soluzione giusta?
12. Anna (portavoce del gruppo B): Nel terzo mattone alla base da sinistra c'è il numero 5.
13. Riccardo: Sì, perché 8 per 4 fa 32, addizioniamo 3 e otteniamo 35, sottraiamo 15 e il risultato, che è 20, lo dividiamo per 4, così otteniamo 5¹⁰.
14. I: Passiamo al terzo indizio. Chi ha la soluzione?¹¹
15. Federica (portavoce del gruppo C): Il risultato è 11.
16. I: Come sei arrivata a questa soluzione?

³ La definizione è mista: relazionale quando si parla della 'differenza tra 15 e 9' (si nomina l'oggetto matematico 'differenza', non l'operazione), procedurale quando si scrive 'al numero che ottieni aggiungi 1'.

⁴ Attenzione che la scrittura che proponete, $8 \times 4 + 3 - 15 : 4$, va risolta in modo diverso da come l'avete immaginata e da come la spiega Riccardo (13). Infatti bisogna rispettare la regola della priorità delle operazioni, e $15 : 4$ va risolta per prima assieme a 8×4 . La soluzione di Riccardo si riferisce a questa espressione: $(8 \times 4 + 3 - 15) : 4$.

⁵ Non è il numero ad essere 'non canonico', ma la rappresentazione di un numero che, se è in forma non canonica, esprime il processo equivalente a quel numero, se è in forma canonica esprime il prodotto.

⁶ A conferma di quanto ho scritto nei primi due commenti, questa frase di Francesco continua ad esprimere un punto di vista procedurale: 'abbiamo fatto la sottrazione', 'per sapere la differenza' (nel senso di 'risultato'), 'abbiamo aggiunto', 'fa 7'.

⁷ 'Il numero è giusto' nel senso di 'il risultato del calcolo è corretto'.

⁸ Già nelle prime fasi dell'attività ci siamo resi conto che i bambini incontrano difficoltà nel formulare frasi complete utilizzando una terminologia appropriata. L'invito dell'insegnante (7) è correttissimo, e Alex (8) compone una frase bella completa, anche se di tipo procedurale.

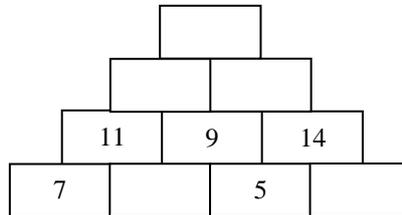
⁹ Per quanto riguarda la tipologia di domande come (9) invito alla lettura di [Domande interlocutorie a risposta corale Sì No](#).

¹⁰ V. mio commento 4.

¹¹ La domanda più appropriata in senso prealgebrico sarebbe stata quella che si mantiene coerente con il terzo indizio: "Qual è la forma canonica di $77:7$?" Posta così invece ("Chi ha la soluzione?") conduce a tipiche risposte procedurali: (15) "Il risultato è 11", (17) "Ho fatto la divisione". Ritengo che in futuro debba essere chiarito con la classe il contratto didattico relativo all'universo all'interno del quale docente e alunni si muovono, altrimenti si rischia che si usino gli termini ma con significati diversi. Suggestisco la lettura di [Condivisione del quadro teorico con gli studenti](#).

17. Federica: Ho fatto la divisione, $77:7$ è 11.
 18. I: Bambini è giusto quello che ha detto Federica?
 19. Tutti *in coro*: Sì.
 20. Salim: Sì, ma dove dobbiamo scriverlo? Non ho capito.
 21. Irisi: Ma come non hai capito? Non vedi che è scritto nel terzo indizio dove va inserito? Si deve scrivere nel primo mattone a sinistra del secondo piano.
 22. I: In base ai numeri che avete, inserite negli spazi vuoti gli altri numeri e trovate la soluzione in cima alla piramide.

¹²



23. Riccardo: Il numero è 4 perché 11 meno 7 fa 4.
 24. I: Ma dove lo inserisci? Ricordatevi che, prima di parlare, dovete riflettere e spiegare il procedimento. Chi aiuta Riccardo a formulare meglio la risposta?^{13 14}
 25. Mattia: Il numero 4 è la differenza tra 11 e 7¹⁵ e va messo nel secondo mattone in basso a destra.
 26. I: Siete d'accordo con Mattia?
 27. La classe: Sì, anche noi abbiamo fatto così.
 28. I: Come possiamo continuare?
 29. Emmanuel: Vicino al numero 5 va 12.
 30. HoussaI: Ma no, che dici? Ci va il 9, perché è la differenza tra 14 e 5.
 31. I: Va bene così. Continuiamo. Ora sarà facilissimo trovare gli ultimi numeri mancanti.
 32. Felicia: Nel mattone a destra, del terzo piano, va il numero 13.
 33. Ilyass: Nooo, hai sbagliato, devi mettere il numero 20, perché è la somma di 11+9.
 34. Kerene: Ma non si fa 11×9 ?¹⁶
 35. Ilyass: No, bisogna addizionare il numero del primo mattone a sinistra del secondo piano, con il secondo, così ottieni 20 che va messo al terzo piano a sinistra. A destra va il numero 23 perché è la somma tra 14 e 9.
 36. I: Siete tutti d'accordo con Ilyass?
 37. La classe: Sì, ha detto bene.
 38. I: Abbiamo ora tutti i dati per trovare il numero in cima alla piramide?
 39. La classe: Sìiii!
 40. Silvia: È facile ora, è 43, perché è la somma dei due numeri del terzo piano¹⁷.
 41. I: Brava Silvia! Il tuo gruppo ha vinto la sfida. Complimenti!
 42. I: Bambini osservate con attenzione la piramide e cercate di individuare da quante minipiramidi è composta.

¹² Essendo questo il primo anno che noi insegnanti ci troviamo ad affrontare questo tipo di attività, abbiamo incontrato non poche difficoltà nel riuscire ad elaborare domande giuste per i nostri alunni, al fine di ottenere un'adeguata verbalizzazione, utilizzando il linguaggio della disciplina. Vi capisco perfettamente, infatti è tutt'altro che semplice, ed è per questo motivo che le collaborazioni più fruttuose hanno almeno due o tre anni di vita. Il nodo sta nel controllare la dualità Rappresentare / risolvere. Se chiedete la 'soluzione' rimanete nell'ambito del risolvere, cioè del pensiero procedurale, ma questa è anche una conseguenza del fatto che usate forme canoniche che si prestano poco alle riflessioni sul significato delle scritte. E infatti Riccardo (23) si esprime proprio in questa prospettiva.

¹³ Ci sono alunni che mostrano difficoltà nel pensiero logico-matematico, mostrano capacità attentive limitate e memoria labile.

¹⁴ Per noi insegnanti di italiano, questa attività è stata utilissima per favorire l'utilizzo delle "parole dello spazio", utili ad indicare la posizione degli elementi osservati e per comunicare in modo sempre più corretto, chiaro e ricco.

¹⁵ Qui sarebbe stato importante chiedere alla classe la differenza fra la frase di Riccardo (23) "11 meno 7 fa 4" e questa di Mattia "4 è la differenza fra 11 e 7". Sono le riflessioni collettive che scaturiscono da confronti come questi che permettono di chiarire in profondità i nodi concettuali relativi all'early algebra. Sono chiarificatrici anche per gli insegnanti.

¹⁶ Sarebbe stato opportuno far intervenire gli alunni allo scopo di chiarire il dubbio di Kerene.

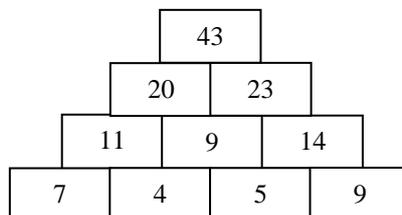
¹⁷ Silvia dà una definizione relazionale. Tocca ora all'insegnante intervenire per fare in modo che si chiariscano le differenze fra i due diversi punti di vista. Per esempio capire che con 'differenza' alcuni intendono il risultato della 'sottrazione, cioè il prodotto, altri invece intendono il processo, che verrebbe indubbiamente reso più trasparente in quanto tale dalla rappresentazione non canonica (che in questo episodio è la grande assente).

43. Mariangela: Quattro.

44. Matteo: No, che dici, sono cinque.

45. Anna: Ma no, maestra, sono sei perché la piramide grande è formata da: mini-piramide $7+4=11$; $4+5=9$; $5+9=14$; $11+9=20$; $9+14=23$; $20+23=43$.

46. I: Molto bene Anna. Bravi ragazzi, siamo contenti dell'impegno e dell'entusiasmo che ci avete dimostrato nello svolgere quest'attività.¹⁸



¹⁸ Una difficoltà che abbiamo riscontrato nello svolgere questa attività, è stata quella di evitare l'aiuto mimato per non anticipare le risposte, infatti, istintivamente nei momenti di criticità, eravamo pronti a suggerire le risposte, ma, a fatica, siamo riusciti a farli rispondere liberamente.

¹⁹ Invito gli insegnanti co-autori di questo diario a cimentarsi in una prossima occasione con diari individuali. Lo scopo della [Metodologia delle Trascrizioni pluricommentate](#) è efficace da un punto di vista formativo proprio perché si stabilisce un dialogo fra l'autore – con le sue personali modalità nella conduzione dell'attività, le sue conoscenze, le sue abitudini, eccetera - e uno o più commentatori. Un lavoro collettivo diventa molto meno significativo e lo stesso autore – a parità di 'fatica' nel riportare la registrazione nel template ArAl - ne trae un beneficio minore.