

PDTR Project	Italy	1	Ragionando: Successioni e Regolarità				
--------------	-------	---	---	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-1^A	1	2	3	1	2	3	4	5	Roberta Fantini
----------------------	---	---	---	----------	---	---	---	---	-----------------

2007

Verbale 3 (uso del registratore)

Commenti dell'insegnante titolare della classe (I: Roberta Fantini)

Commenti del mentore (Loredana Gherpelli)

Commenti del mentore coordinatore (Giancarlo Navarra)

Commenti del responsabile del progetto (Nicolina A. Malara)

Commenti esterni (Janna Nardi)

I: Questa vuole essere un'attività di "riassunto" del percorso fatto sulle successioni. Ripercorriamo così le tappe in modo da avere una visione d'insieme. Quello che vi chiedo subito è di andare a cercare nel quaderno la prima successione che abbiamo analizzato e cerchiamo di recuperare la strategia.

A (Marika): 4 11 e 18

I: C'era proprio scritto solo 4 11 e 18?

A (Marika): Mi chiedeva di trovare la strategia.

I: Io alla lavagna avevo scritto solo 4 11 e 18?

A (Giulia F.): Avevamo messo dei trattini.

A (Gianmaria): Che volevano dire che ci stavano dei numeri

A (Giulia P.): Che dovevamo completare la successione.

I: Ma cosa vuol dire completare una successione?

A (Mirco): Andare avanti con i numeri.

A (Andrea): Inserire al posto dei trattini i numeri che secondo noi ci sono.

A (Riccardo B.): Inserire i numeri secondo una strategia.

A (Giulia F.): Completare vuol dire finire.

A (Giulia P.): Non si può finire una successione.

A (Giulia F.): Beh! no! Perché i numeri sono infiniti.

A (Gianmaria): Un po' la scheda ci ingannava perché diceva "completare"! Bisognava poi mettere dei puntini o il simbolo più infinito.¹

I: Perché proprio dei puntini?

A (Gianmaria): I puntini rappresentano i numeri... i puntini vanno avanti fino all'infinito.

A (Andrea): I puntini sono l'unità base della geometria.

A (Marika): Il punto è il big bang della geometria.

A (Giulia P.): I puntini li abbiamo anche visti nella linea retta.

I: Che cosa accomuna una successione alla linea retta?²

A (Riccardo A.): Che non si finisce mai.

I: Beh! posso arrivare all'infinito.³

A (Gianmaria): Non si può arrivare all'infinito. Si va avanti ma non si riesce mai ad arrivare all'infinito perché è infinito.⁴

.⁵

A (Giulia F.): Se ci si arrivasse sarebbe un grande finito.⁶

I: Noi però nella tabella nella colonna corrispondete al numero d'ordine (la rifaccio velocemente alla lavagna⁷) avevamo scritto proprio infinito.

A (Riccardo B.): La richiesta non è legale perché l'infinito non è un numero preciso⁸.

A (Andrea): No, perché se mettessimo infinito nella colonna vorrebbe dire che è un numero. Ma l'infinito non sappiamo che numero sia, se lo sapessimo sarebbe finito.

I: Scusate, allora sono passibile di denuncia! Allora: cosa posso mettere per indicare un numero qualsiasi?⁹

A (Marika): Enne, un numero qualsiasi.

¹ Bravo Gianmaria. G. conosce il simbolo 'più infinito'? Dove l'ha imparato?

² Domanda veramente a rischio.

³ Credo che questa idea che si possa arrivare all'infinito sia dell'insegnante! Da chiarire.

⁴ Gianmaria il saggio!

⁵ Si poteva mettere in evidenza che è l'azione del "+ 3" che si ripete senza fine.

⁶ Identificazione dell'infinito con l'infinitamente grande.

⁷ Solito commento: sarebbe stato meglio inserire il disegno di una lavagna.

⁸ O.K Riccardo. Sono bravi tutti, grande e piccini: cose già scritte sull'intelligenza sociale, il dialogo fra pari, il ruolo dell'insegnante, ecc.

⁹ Avrei detto: allora, volendo indicare un procedimento sempre uguale, che si ripete, nella scheda, invece di mettere ∞ , cosa dovevamo scrivere per generalizzare e quindi senza fare ricorso ad esempi numerici?

A (Riccardo B.): Anche “MELA”. Può nascondere un numero

A (Mirco): Qualsiasi lettera.

I: Allora nella tabella in corrispondenza del numero d'ordine non possiamo metterci infinito.¹⁰

A (Giulia F.): Poi ci sono tanti infiniti: quello dei multipli di un numero, quello della tabellina del 3.¹¹

I: L'infinito non è un numero preciso¹².

A (Mirco): Qui per passare da un numero al successivo aggiungo sette.

I: In linguaggio matematico “aggiungo” come si traduce?

A (Mirco): + 7.

A (Gessica): Quattro più sette per enne meno uno era invece la ricetta per costruire la successione.

A (Riccardo B.): Allora era quattro più sette per il numero d'ordine precedente a quello che voglio trovare. Se voglio trovare il diciottesimo posto devo fare quattro più sette per diciassette.

A (Gianmaria): Cioè per il numero d'ordine precedente.

I scrive alla lavagna la formula *senza parentesi*¹³

4 11 18 _ _ _ _ _	$4 + 7 \times n - 1$
-------------------	----------------------

A (Andrea): Ci vuole la parentesi. Devo chiudere tra parentesi tonda enne meno uno e in quella quadra sette per.

A (Riccardo B.): Si può anche lasciar fuori secondo me. L'importante è la parentesi di enne meno uno, poi la moltiplicazione ha diritto di precedenza.

I: La parentesi quadra era necessaria quindi?

Ci: No!

I: Però ci aiutava nella lettura del messaggio.

A (Adem): Il quattro è il numero che iniziava la successione.

I: Bene. Abbiamo recuperato le osservazioni fatte. Adesso però inizia la sfida. Scriviamo la successione e di fianco la strategia. Quattro è il numero iniziale. Sette che cosa rappresenta? *Contemporaneamente I scrive alla lavagna*¹⁴:

4 11 18 _ _ _ _ _	$4 + 7 \times (n-1)$
-------------------	----------------------

A (Marika): Quante unità devo andare avanti per passare da un numero all'altro.

I: Di quante unità devo andare avanti per passare da un numero all'altro! Allora io mi immagino qui sopra (*sopra la successione*) un omino (*lo disegno*) che si fa una passeggiata verso...

Ci: L'infinito

I: Ci arriva all'infinito?

Ci: Muore prima

Ci: No! Non ci può arrivare

I: Signori! Uno alla volta, così non riusciamo a capire niente. Se questa successione è una passeggiata il “+7” cosa può rappresentare?

A (Marika): Un pezzettino.

A (Giulia P.): I passi.

I: I passi! Adesso allora “faccio” la successione. *I cammina lungo l'aula scandendo i passi e i numeri della successione.* Quattro undici diciotto trentadue... Enne che cosa rappresentava?

A (Amine): Enne prof... e la... e la... l'alfa... be...

A (Adem): Lo dice nella sua lingua... l'alfabe è l'alfabeto.

I: Ah! Bene Amine! Enne fa parte dell'alfabeto. Bravo!

I: Enne che cosa può anche rappresentare?

A (Giulia P.) Un numero.

A (Gessica): Enne può essere un numero qualsiasi.

A (Jessica): Un numero d'ordine.

I: Numero d'ordine! Allora qui scrivo numero d'ordine. Allora, signori! *Che cos'è questa cosa che voi insieme avete formulato? Scoperto?*¹⁵

¹⁰ *Siamo alla perversione, perché questo accanimento sull'infinito?*

¹¹ *Bella osservazione, ovviamente qui l'allieva sottolinea che vi sono tanti diversi processi 'all'infinito'.*

¹² *Avrei evitato questa osservazione, mentre avrei sottolineato che sono tanti i “processi “che non hanno un termine”, per esempio. Concordo*

¹³ *E' una provocazione?*

¹⁴ *Nella tabella avrei inserito anche il numero d'ordine, questo anche per creare meglio le condizioni per la scrittura della ricetta/formula.*

A (Marika): Un'espressione

A (Andrea): Un'espressione per facilitare il calcolo.

A (Riccardo B.): Una strategia per facilitare, per trovare il numero che si trova in un certo posto

A (Andrea): Mi serve anche a trovare dei numeri che andando avanti con i passi... non ci riuscirei... ad esempio "a" non so posso sapere...¹⁶

A (Gianmaria): Riesco a scoprire quel numero d'ordine quanti numeri conta... quanto vale.¹⁷

I: Dunque: Andrea ha detto 'per trovare dei numeri'. Quali numeri possiamo trovare?

A (Gianmaria): Per realizzare la successione. Per costruire la passeggiata¹⁸.

I: Bene! Per costruire la passeggiata. Io faccio un passo e adesso dove vado? Prendo la mia strategia che mi dice: da undici vai a diciotto!" Bene, vado. E adesso dove devo andare?¹⁹ I scrive alla lavagna "ricetta per costruire la successione".

I: Bene. Avevamo fatto anche un'altra passeggiata?

A (Gessica): 5 11 17 23 etc.

I: Questa è la passeggiata che dovevate fare a casa. I disegna sempre un omino che cammina sopra la successione. Che passo aveva qui l'omino?

A (Jessica): +6. Sicuramente il passo +7 è più lungo.

I: Esatto! Passo più sette e cammino con passo lungo Passo +6 e cammino con un passo più corto del precedente. A casa avreste dovuto trovare la "formula magica", la "ricetta", la strategia per realizzare questa passeggiata

A (Giulia F.) $5 + 6 \times$ il numero.

I: Il numero?

A (Marika): $5 + 6 \times$ il numero d'ordine precedente al numero dato. Quindi scrivo enne meno uno. Con la parentesi tonda perché altrimenti faccio prima 6 per enne perché le moltiplicazioni hanno la precedenza.

4 11 18 _____	$4 + 7 \times (n - 1)$
5 11 17 23 _____	$5 + 6 \times (n - 1)$

I: Cinque che cosa rappresenta?

A (Gessica): Il numero iniziale.

I: Brava! Il numero iniziale. E il sei?

A (Mirco): Il 6 rappresenta le volte che il numero... cioè... rappresenta le volte...²⁰

A (Adem): Rappresenta il passo.

I: Enne?

A (Riccardo B.): Il numero d'ordine.

I: Benissimo. L'ultima volta abbiamo costruito dei grattacieli. Qual era la successione?

A (Mirco): 4, poi si aggiungeva sempre tre, 7, 10, 13 etc...

I scrive alla lavagna:²¹

4 11 18 _____	$4 + 7 \times (n - 1)$
5 11 17 23 _____	$5 + 6 \times (n - 1)$
4 7 10 13 16 _____	

I: Che passo aveva quindi la successione?

A (Mirco): +3.

A (Giulia P.): Il passo +3 è più piccolo di quello di +7 e +6

I: Avevamo poi scoperto due strategie per costruire la successione...

A (Andrea): Mi ricordo che si calcolava il numero dei piani e poi si aggiungeva uno.²²

¹⁵ Avrei sottolineato: in questo caso n, per noi, rappresenta il numero d'ordine.

¹⁶ Bella osservazione: rileva l'aspetto previsionale della legge.

¹⁷ Non riesce ad esprimere la sua intuizione: il fatto di determinare il numero (di stecchini necessari a costruire il grattacielo) corrispondente ad un dato posto

¹⁸ Bravo!

¹⁹ A questo punto, mi sarei fermata per sollecitare la classe a vedere "n" come variabile, sfruttando l'osservazione di Gianmaria: per es. se $n = 2$ allora... , per $n = 10$ allora, ecc, in questo modo i ragazzi avrebbero consolidato l'idea di n come numero qualunque allontanandosi dalla percezione di n come numero infinitamente grande.

²⁰ Mirco è palesemente distratto dall'inizio della lezione.

²¹ Questo è un inciso: continuando a considerare il diario anche da un punto di vista metodologico generale, ora che I inserisce più frequentemente disegni di lavagna il filo del discorso diventa più agevole da seguire.

²² La classe cerca di ricordare a memoria senza ragionare su quanto scritto alla lavagna.

I: Mi leggi la strategia per la prima successione, Riccardo?

A (Riccardo A.): $4 + 7 \times (n - 1)$. Quattro è il numero iniziale, sette il passo, enne numero d'ordine.

I: Leggi e spieghi la seconda strategia?

A (Riccardo A.): $5 + 6 \times (n - 1)$. Cinque è il numero iniziale, sei è il passo, enne numero d'ordine.

I: Mi puoi scrivere la strategia per questi grattacieli. Se è possibile, eh!

A (Riccardo A.): $4 + 3 \times (n - 1)$. Quattro è il numero iniziale, tre passo, enne numero d'ordine.

4 11 18 _____	$4 + 7 \times (n - 1)$
5 11 17 23 _____	$5 + 6 \times (n - 1)$
4 7 10 13 16 _____	$4 + 3 \times (n - 1)$

I: Ma c'è qualcosa che si ripete in queste ricette?²³

A (Adem): Comparire sempre il numero iniziale, il passo e il numero d'ordine.

I: Mi sembra di ricordare però che per oggi avreste dovuto affrontare un'altra successione: 6, 11.

A (Gessica): Era una passeggiata di più cinque.

A (Jessica B.): 16 21 etc.....

A (Mirco): Intanto il passo è di +5 e bisogna fare... devo trovare il numero iniziale... $6 + 5 \times (n - 1)$

4 11 18 _____	$4 + 7 \times (n-1)$
5 11 17 23 _____	$5 + 6 \times (n-1)$
4 7 10 13 16 _____	$4 + 3 \times (n-1)$
6 11 16 21 _____	$6 + 5 \times (n-1)$

I: Che cos'è questa cosa che mi hai dettato?

A (Mirco): La strategia per costruire la successione.

I: E se adesso volessi generalizzare. La "regola magica", la strategia per tutte queste successioni...

A (Gianmaria): Allora per costruire le successioni, per fare la strada, il procedimento dovrà sempre essere: numero iniziale più passo che verrà moltiplicato per il risultato del numero d'ordine meno uno.²⁴

A (Giulia P.): Moltiplicato per il numero d'ordine precedente.

I: Bene! Signori, però c'è un problema: lo devo dire a Brioshi con un sms e non posso dirglielo così²⁵.

A (Giulia P.): $n + n \times (n - 1)$

A (Andrea): Non può funzionare, non si capisce cosa vuol dire n.

A(Giulia F.): $b + c \times p$.

A (Giulia P.): Meglio I per inizio, numero iniziale

A (Riccardo B.): + p, per passo.

A (Giulia P.): $n - 1$.

A (Gianmaria): Si può anche mettere n.o per numero d'ordine.

A (Giulia P.): Abbiamo di nuovo utilizzato le lettere.

I: Bravi! Complimenti²⁶, feed-back positivo da parte di quasi tutti. Peccato per qualcuno che oggi non ci ha arricchito con le sue ipotesi e osservazioni... vero!!!... Sentite voi avete "algebrato" alle elementari?

Ci: No!

I: Le lettere in matematica quando le avete introdotte?

Ci: Quest'anno con lei!!!

I: No! Ve lo chiedo per chiarire qual è il vostro back-ground culturale a chi non vi conosce.

²³ Meglio, forse: c'è qualcosa che rende molto simili, quasi parenti, le tre ricette? Non ricordo se l'ho già scritto, il termine ricetta, seppure simpatico e colloquiale, consolida l'idea della procedura. Mi piacerebbe si evolvesse verso un termine più appropriato, che evidenzi la corrispondenza posto-termine. Anzi la ricerca di un tale termine si potrebbe porre agli allievi in una riflessione.

²⁴ Attenzione: bello quanto dice Gianmaria ma quel "dovrà"; è importante che sia messo in discussione, anche successivamente, in effetti quello non è l'unico modo per calcolare un termine della successione a partire dal numero d'ordine. Qui forse M dovrebbe dire un po' di più per aiutare I a capire. Quanto è importante discutere con gli alunni su procedimenti diversi che risolvono uno stesso problema? Matematica è libertà e quindi sarebbe opportuno porre attenzione alle possibilità di scelta...

²⁵ L'insegnante è audace: affronta l'introduzione dei parametri: elemento iniziale, passo. Mi chiedo se sarà chiaro alla fine agli allievi il fatto di avere individuato una categoria di successioni. Mi chiedo se l'insegnante ha poi introdotto i termini storicamente affermatasi: progressione aritmetica, elemento iniziale, ragione della progressione,

²⁶ Davvero dei begli esempi di costruzione del balbettio algebrico. Ancora complimenti a tutti anche da parte mia. Sarebbe interessante discutere con I sulle condizioni che secondo lei favoriscono l'intelligenza sociale della classe.

I: Allora io provo a fare una cosa davvero tanto difficile. Signori!. Andrea prima aveva lanciato una provocazione. Nella prima passeggiata era 4 11 18 25 etc... Con il procedimento che abbiamo scoperto insieme riusciamo a sapere che numero si trova in un determinato numero d'ordine... adesso però vorrei sapere (*suona la campanella*) se il numero quaranta fa parte nella successione.

A (Mirco): Cioè se riesco a passare dal quaranta.

I: Bene: vorrei sapere se nella mia passeggiata passo per il numero quaranta. Sì, no, perché. Riccardo?

A (Riccardo B.): Provo! Per me sì... ah, no! No! Perché ho fatto quaranta diviso diciotto che è l'ultimo della serie.

I: Ultimo numero?

A (Riccardo B.) No! Quaranta diviso sette. Se il numero è decimale non fa parte della successione... ah, no! no! perché è la tabellina!

A (Gianmaria): In quella passeggiata ci sono solo numeri dispari... ah, no!!!²⁷

A (Riccardo B.): Prof., però secondo me quaranta diviso sette... ci va aggiunto qualcosa?

A (Andrea): Se per andare avanti devo fare più sette per tornare indietro devo fare meno sette... e devo arrivare a quattro. Per me la strategia di Riccardo non è sbagliata: devo fare il numero diviso il passo, se risulta il numero intero vuol dire che ci può stare, se con la virgola no.²⁸

A (Riccardo B.); Eh! Però quello lì è per la tabellina!

A (Marika): Quaranta diviso sette meno quattro.

I: Proviamo con il diciotto²⁹.

A (Gianmaria): No! È decimale. Però forse è il contrario: quaranta diviso quattro meno sette.

I: Perché diviso quattro?

A (Gianmaria): Perché quattro è il numero iniziale.

I: Perché la strategia di Riccardo vale solo per la tabellina?

A (Riccardo B.): Perché se faccio diviso sette trovo un numero della tabellina.

I: La tabellina può essere una successione?

A (Marika): Sì, se si considera la grande tabellina

I: Qual è il numero iniziale di questa successione-tabellina?

A (Adem): Uno. Uno per sette sette.

A (Riccardo A.): No! Non uno! Zero sette quattordici etc...

I: La nostra successione da cosa partiva?³⁰

A (Adem): Quattro.

4	11	18	25	_	_	_	_	_	_
0	7	14	21						

A (Andrea): Quindi basta togliere quattro.

A (Gianmaria): Allora diviso sette meno quattro.³¹

I: Proviamo con diciotto sempre.

A (Giulia P.): Meno quattro... quattordici è divisibile per sette.

I: Proviamo con quaranta!

A (Mirco): Quaranta meno quattro fa 36, trentasei non è divisibile per sette.

I: Quindi?

A (Mirco): Non lo incontriamo nella passeggiata.

I: Bene! Grazie per questo ulteriore sforzo. Quindi la strategia per sapere se nella nostra passeggiata incontriamo oppure no un numero è...

Cl: Il numero, meno quattro diviso sette.

²⁷ È sempre molto difficile lavorare in 'zona Cesarini'!

²⁸ Andrea pensa correttamente ma si rifà alla prima fase della discussione, ricorda la colonna del + 7, + 7 + 7 ecc

²⁹ Buona idea l'abbassamento del numero!

³⁰ Non so quanto sia positiva la domanda posta; personalmente avrei impostato diversamente la problematica: facendo riferimento a quanto scritto nella tabella (una delle tante) avrei sollecitato i ragazzi ad indicare la formula generale che stabilisce la relazione tra numero d'ordine e corrispondente termine della successione cioè $n = 4 + 7 \times (n - 1)$. Credo questo percorso possibile vista la buona classe di Roberta.

³¹ Si sente qui la sofferenza della conquista.

A (Riccardo B.): Se è un numero intero fa parte della successione se non no! .³²

³² *Commento molto breve in quanto le osservazioni importanti sono già state inserite. Ho letto con piacere la rivisitazione sull'infinito e condivido pienamente le riflessioni sulle analogie di comportamento relative a situazioni diverse (successioni in contesti differenti). Il lavoro condotto da R. è stato veramente ottimo. L'unica pecca: la questione dell'infinito. Questo punto va chiarito. Soprattutto la questione della 'rapidità con cui si raggiunge infinito' a seconda della 'lunghezza del passo'. Ho l'impressione che R. abbia bisogno di una lezione di tipo epistemologico su questo tema. Farò appena possibile. Suggerimento per l'insegnante: indurre nei ragazzi l'idea che 'andare all'infinito' è una frase che si usa per indicare che un certo procedimento non finisce mai. Infinito non è un numero, rappresenta un andamento. Sarebbe interessante confrontare questo tipo di andamento con l'infinito del processo 'dentro, dentro, dentro' che si attiva con la rappresentazione decimale dei numeri razionali...*