

2 aprile 2007

Verbale 4 (uso del registratore)

Commenti dell'insegnante titolare della classe (I: Roberta Fantini)

Commenti del mentore (Loredana Gherpelli)

Commenti del mentore coordinatore (Giancarlo Navarra)

Commenti del responsabile del progetto (Nicolina A. Malara)


Commenti esterni (Janna Nardi)

Sono tutti presenti.

Vengono definite insieme le regole per una discussione civile e che permetta a tutti di contribuire alla costruzione delle conoscenze. Questa volta non si distribuiscono i bollini¹ ma si confida sull'autogestione dei ragazzi stessi circa gli interventi. Titolo dell'attività: Esplorando tra mele e conifere.

Professional Development of Teacher-Researchers
Fantini Roberta - Lugli Chiara

ESPLORANDO tra MELI & CONIFERE



Un'agricoltore pianta degli alberi di mele in modo da formare un quadrato.
Per proteggere questi alberi dal vento pianta poi delle conifere intorno al frutteto di mele.

Qui sotto puoi vedere una sequenza che rappresenta la disposizione degli alberi di mele e delle conifere per un numero qualsiasi (n) di filari di alberi di mele.

$n = 1$


```


X X X
X ● X
X X X
            
```

$n = 2$

```

X X X X X
X ● ● X
X ● X
X ● ● X
X X X X X
            
```





$X =$ conifera
 $\bullet =$ mele

$n = 3$

```

X X X X X X
X ● ● ● X
X ● ● ● X
X ● ● ● X
X ● ● ● X
X X X X X X
            
```


$n = 4$

```

X X X X X X X X
X ● ● ● ● X
X ● ● ● ● X
X ● ● ● ● X
X ● ● ● ● X
X ● ● ● ● X
X ● ● ● ● X
X X X X X X X X
            
```

1. Dopo aver osservato attentamente la sistemazione degli alberi cosa pi conifere e mai di mesi così?
2. Prova a riprodurre, avvalendoti di un disegno, la disposizione degli alberi di mele e conifere quando $n = 5$. Notata la risposta.
3. Spiega come è possibile scoprire il numero totale degli alberi di mele conoscendo il numero dei filari. Completa successivamente la tabella.

Filari di alberi di mele (n)	Numero di alberi di mele
1	5
2	14
3	
4	
5	
6	
n	



¹ Chiarire questa storia dei bollini, per favore.

Professional Development of Teacher-Researchers
Fantini Roberta - Lugli Chiara

4. Osserva ora attentamente la disposizione delle conifere. Spiega come è possibile scoprire in base al numero dei filari di mele il numero di alberi di conifere. Completa la tabella.



Filari di alberi di mele (n)	Numero di alberi di conifere
1	3
2	
3	
4	
5	
6	
∞	

5. Supponi che l'agricoltore voglia ingrandire il frutteto con molti filari di alberi: man mano che l'agricoltore ingrandisce il frutteto che cosa aumenta più velocemente il numero di mele o il numero di conifere? Motiva la risposta.
6. Sfida per l'ipotesi!!
C'è un valore di n per il quale il numero degli alberi di mele è uguale al numero delle conifere. Prova a trovare quel valore giustificando la risposta.



PDTR Project	Italy	3	Ragionando: Successioni e Regolarità					
--------------	-------	---	---	--	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-1^A	1	2	3	1	2	3	4	5	Roberta Fantini
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

Si riprende quindi la scheda. Si dà lettura della situazione problematica e vengono riportate alla lavagna le disposizioni degli alberi di mele e di conifere in base al numero di filari, fino ad $n = 4$. *Si chiede quindi di riprodurre ai ragazzi lo schema.*²

I: Vediamo insieme come il nostro agricoltore ha disposto gli alberi di mele e di conifere. Ve li riporto alla lavagna, io non faccio commenti, voi siete pregati di riprodurli sul vostro quaderno. Mentre io disegnavo alla lavagna voi cosa avete controllato per riprodurre esattamente la disposizione degli alberi di mele e conifere?

A (Marika): Vedere quante conifere ci sono su ogni lato

A (Riccardo B): Ho controllato di quanto *il numero di mele*³ aumenta da un disegno all'altro e quante conifere ci sono su ogni lato.

A (Andrea): *Quante mele*⁴ ci sono in tutto

A (Gianmaria): Controllare i filari.

A ((Khalid): Nel primo disegno ci sono 9 conifere.

I : Nel primo disegno ci sono 9 conifere. *Come hai fatto per determinare il numero corretto di conifere Khalid*⁵?

A (Khalid): Ho fatto 3... 3... mi sono sbagliato.

I: Prova a spiegarti

A (Khalid): Sono 8. Ho considerato 3 all'inizio, sul primo lato, poi ho aggiunto 2, poi 2 sull'altro lato, e poi 1.

I: 8. Bene Khalid. Quanti alberi di mele ci sono invece Gessica?

A (Gessica): Una!

I: Vediamo di esplorare allora anche le altre rappresentazioni. Nella seconda rappresentazione quante conifere ci sono?

A (Giulia F.): Sono sedici. Io le ho contate ma potevo fare anche 8 per 2.

I : Otto per due?

A (Giulia F.) Otto sono le conifere nel primo disegno. Poi si fa otto più otto.

I: Bene, allora hai cambiato idea, cosa mettiamo sotto al disegno?

A (Giulia F): Otto per 2, due sono il numero dei filari. Quindi 16.

I : Verifichiamo se Giulia ha ragione.

A (Mirco): Basta contarle

Le contiamo insieme e verifichiamo che in tutto sono 16.

I: Andrea aveva detto che avrebbe voluto sapere esattamente *quante mele*⁶ ci sono in ogni disegno.

A (Giulia P.): In questo sono 4.

A (Marika): Ho notato che il numero di filari è uguale al numero delle mele nei filari.

I: Cosa dite dell'osservazione di Marika?

A (Andrea): È giusto per $n = 2$ ci sono 2 alberi di mele in ogni filare.

A (Gianmaria): Quindi per calcolare tutti i meli in un recinto bisogna fare il numero di filari e moltiplicarlo per il numero di alberi in ogni filaro... filario ... filare.

A (Khaled): Non ho capito niente.

I: Sì, effettivamente queste osservazioni si sono tutte accavallate.

A (Gianmaria): Io intendevo che in questo caso, Khaled, per *calcolare il numero di mele*⁷ bisogna fare il *numero dei meli*⁸, moltiplicarlo per il numero dei filari in un recinto e quindi 2 per 2.

A (Marika): Bisogna fare il numero del filare per se stesso perché il numero dei meli nei filari è uguale ai filari.

*Il feed-back non verbale di Khaled rivela che non riesce a seguire il ragionamento dei compagni.*⁹

I: Allora vediamo se riesco a capire. Cosa vuol dire "il numero di filari" e "numero di mele in ogni filare"?

A (Andrea): I filari sono quelli... *indica il disegno...* cioè il numero di file. *Quante file ci sono. Il numero di mele è quanti alberi di mele ci sono in ogni filare.*¹⁰

² *Condivido la richiesta di Roberta, la riproduzione del disegno porta ad una maggiore attenzione alle relazioni tra le piante dello schema.*

³ *Il numero di alberi di mele*

⁴ *L'imprecisione linguistica si espande*

⁵ *Bene I, in questo modo l'alunno può correggersi.*

⁶ *L'ins. si adegua all'imprecisione ...*

⁷ *Qui non si accorgono i ragazzi che non si tratta di calcolare nulla ma di trovare una relazione tra numero di meli e numero di conifere. Il numero di filari di meli può svolgere un ruolo analogo a quello del numero di posto. dal numero di filari di meli al numero di meli al numero di conifere per ogni configurazione. Le relazioni in gioco possono essere diverse.*

⁸ *Sottointende di mele per filare*

⁹ *Non mi è chiaro il riferimento dell'osservazione di I. I. usa il termine feed-back nel significato, che ha, di 'reazione'. Dalle reazioni non verbali di Kaled si capisce che egli non riesce a seguire i compagni.*

¹⁰ *Mi chiedo se nessuno dei ragazzi ha sollevato il problema dei "filari" ovvero nessuno ha visto, nel disegno, altri filari, meli in "orizzontale", meli in "diagonale"? Se qualcuno lo avesse fatto, sarebbe bastato fissare la convenzione*

PDTR Project	Italy	4	Ragionando: Successioni e Regolarità				
--------------	-------	---	---	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-1^A	1	2	3	1	2	3	4	5	Roberta Fantini
----------------------	---	---	---	----------	---	---	---	---	-----------------

Khaled evidenzia platealmente di aver finalmente capito.

I: Ah! Ho capito adesso. Grazie, Marika. Quindi questo 4 che indica il numero delle mele¹¹ come lo possiamo scrivere?
Cl: 2 per 2!

A (Adem): Per $n = 3$ allora ci sono 24 conifere.

I: Sei proprio sicuro? Come hai fatto?

A (Adem): Sono sicuro. Ho fatto 8 per 3. Perché il primo numero che c'era, otto, ... in seguito, in secondo c'era sedici e si aggiungeva otto, e il terzo si aggiungeva ancora 8, ventiquattro. Le ho contate.

I: Dunque non ho capito perché otto proprio per tre.

A (Andrea): Ogni volta che si va avanti con il numero d'ordine si aggiunge otto. Otto è anche il numero di partenza, e il numero d'ordine sono gli otto che aggiungo.¹²

A (Giulia F.): Faccio otto che è il numero di partenza delle conifere per il numero dei filari.

A (Riccardo B.): Otto che è il numero di partenza per il numero di filari che è il numero di quante volte l'otto si ripete.

A (Marika): Allora devo fare otto che è il numero di partenza per il numero d'ordine.

A (Gianmaria): Lì però poi ci sono 9 mele.

A (Riccardo B.): Infatti moltiplico il 3 che è il numero dei filari per sé stesso così trovo quante mele ci sono.

L'attenzione è stata spostata dalle conifere alle mele. Riporto l'attenzione sulle conifere per completare e consolidare le osservazioni.

I: Andrea ha detto che 8 è il numero che si aggiunge sempre. Come si chiama questo numero che si aggiunge sempre?

A (Giulia P.): Passo.

A (Jessica): Le conifere hanno un passo di otto.

A (Gessica): Per $n=4$ quindi ci sono 32 conifere. Otto per quattro.

I: E le mele?

A (Khalid): Sedici. Nel numero tre ce n'erano 9... per arrivare a sedici bisogna aggiungere 5 meli.

A (Amine): Sedici... prof... e la... e la... quattro per quattro... quattro per quattro... e la sedici.

A (Giulia P.): Posso fare una considerazione? Che 2 per 2, 3 per 3, 4 per 4 possono essere sostituiti da 2 alla seconda, tre alla seconda, quattro alla seconda.¹³

I: Bene. Allora sostituiamo.

A (Gianmaria): Posso farne un'altra io? Per contare quanti meli ci sono due modi diversi: il primo è moltiplicare il numero d'ordine per se stesso, il secondo è moltiplicare il numero di filari per i meli contenuti in ogni filare. Che è l'area di quel quadrato lì. Poi dopo per contare quante conifere ci sono ci sono anche qua due modi. Cioè di moltiplicare il numero base che in questo caso è otto per il numero d'ordine oppure il numero di filare. Che è il perimetro del disegno.¹⁴

I: Perfetto.¹⁵ Quindi se io volessi sapere per $n = 10$ ¹⁶ come posso fare per determinare il numero delle conifere?

A (Jessica): Otto per dieci.

I: E il numero delle mele?

A (Jessica): Dieci per dieci.

I: Bene. Metti che adesso io penso ad un numero. N ¹⁷

A (Andrea): $8 \times N$ per calcolare il numero delle conifere.

“meli in verticale”. Non capisco bene la questione di M. Senso comune: disposizione orizzontale dominante! Vi smentisco la mia visione dominante è verticale. Il problema sollevato da M. è significativo anche se in questo caso non determinante (una diversa gestalt induce una diversa interpretazione del problema, una diversa strategia, una diversa soluzione, etc)

¹¹ dei meli

¹² Un dubbio su quanto detto da Andrea nella seconda frase: se per es. $n = 3$, allora posso fare $8 + 8 + 8 = 24$ (per calcolare il numero di conifere) oppure 8 (numero di partenza) $+ 8 + 8$, gli 8 che aggiungo sono due cioè $(n - 1)$ otto. 8 numero iniziale, sta per n° delle conifere nella configurazione iniziale. Il numero d'ordine sta per numero d'ordine della configurazione che è identico al numero di filari della configurazione. Qui il ragazzo esplora la situazione secondo il modello emerso nei casi precedenti. Si accorge che il numero delle conifere – in ogni configurazione- è il numero d'ordine della configurazione per il numero di conifere della configurazione iniziale.

¹³ Molto interessante ed appropriato questo passaggio all'esponenziale quadratico.

¹⁴ Gianmaria è un buon ragionatore ed ha buone capacità espressive.

¹⁵ Ops! Rilanciare, rilanciare la validazione alla classe. Chiedere a qualcuno di ripetere con proprie parole il ragionamento di Gianmaria.

¹⁶ Qui l'Ins. dà per scontato che gli allievi capiscano che n sta per numero d'ordine della configurazione o numero dei filari di meli della n -ma configurazione. Forse una precisazione non avrebbe guastato.

¹⁷ Consiglio di non usare la N maiuscola per indicare una variabile. N ha sui libri di testo un significato preciso: è il nome dell'insieme dei naturali. Se viene usato per un generico numero naturale si possono creare conflitti di rappresentazione, tipo $N \in \mathbb{N}$.

PDTR Project	Italy	5	Ragionando: Successioni e Regolarità				
--------------	-------	---	---	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-1^A	1	2	3	1	2	3	4	5	Roberta Fantini
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

A (Riccardo A.): N alla seconda per calcolare le mele.

A (Riccardo B.): multiplico N per sé stesso.

I: Ok. Nella scheda ci veniva chiesto di completare una tabella che adesso andiamo a rifare sul quaderno.

Facciamola direttamente a tre colonne: Numero dei filari, numero delle mele e numero delle conifere.

Completiamo insieme la tabella¹⁸. Faccio riassumere tutti i passaggi per verificare se effettivamente tutti hanno fatto propria la regolarità

I: Con n, numero di filari, uguale a 1 quanti alberi di mele abbiamo.

A (Riccardo B.): Uno

I: Con n uguale a due quanti alberi di mele abbiamo, Gessica?

A (Gessica): Quattro, due per due

I: Con n uguale a tre Amine?

A (Amine): E la... tre... nove... nove!!!

I: Enne uguale a quattro?

A (Amine): Sedici

I: Bravissimo, Amine, grazie per aver contribuito così tanto a questa discussione¹⁹

I: Per enne uguale a cinque?

A (Giulia F.): Venticinque

I: Per enne uguale a sei, Khalid?

A (Khalid): Trenta.

I: Perché hai fatto.....

A(Khalid): Sei per sei.

I: Va bene, ma il risultato corretto è 36. E per un generico numero N?²⁰

A (Gianmaria): N alla seconda.

A (Mirco): Oppure N per N

I: Bene, completiamo allora la parte relativa alle conifere.

A (Riccardo A.): Dobbiamo mettere 8, 16, 24, 32, 40, 48... N per 8.

I: Ci siamo tutti. Possiamo andare avanti o siete stanchi?

La classe vuole andare avanti.

I: Adesso scriviamo la seguente domanda: Supponi che l'agricoltore voglia ingrandire il frutteto con molti filari di alberi. Man mano che l'agricoltore ingrandisce il frutteto che cosa aumenta più velocemente: il numero di meli o il numero di conifere? Motiva la risposta.

.²¹

A (Mirco): Allora... volevo dire che aumenta più velocemente le conifere. È meglio andare avanti con le conifere perché le conifere partono da 8 poi passano a 16, 24, 32 eccetera. Mentre le mele vediamo che partono da 1 poi diventano 4 e poi 9. I numeri sono più bassi.

A (Andrea): Io non sono d'accordo con Mirco. Vanno più velocemente le mele perché è vero come dice Mirco all'inizio vanno piano le mele poi invece vanno più veloci *le conifere²²* perché bisogna fare $n \times n$ mentre lì solo $n \times 8$.

A(Riccardo B.): Io sono d'accordo con Andrea. La crescita delle conifere prima è più veloce rispetto alle mele poi ad un certo punto, per $n = 8$, vanno più veloci le mele, perché si cresce più velocemente facendo $n \times n$ piuttosto che $n \times 8$.

I: Come facciamo a verificare chi ha ragione?

A (Mirco): Sì, hanno ragione loro, io mi sono fermato troppo presto. Comunque possiamo vederlo se scriviamo tutte e due le successioni. *.²³*

Scriviamo in parallelo la crescita delle mele e delle conifere

I: Vediamo un po'. Come crescono le conifere?

A (Giulia P.): Nella prima il passo è sempre +8

¹⁸ Nota di metodo: sarebbe importante riportare la tabella fatta alla lavagna. Favorirebbe la lettura di questa fase del diario.

¹⁹ Lo dico più per i compagni che per Amine. Amine comunque esulta al "bravissimo", una delle poche parole che conosce.

²⁰ Bene Roberta, questa scansione su possibili valori di n è molto importante per sottolineare di nuovo il significato di n in questo contesto, n può essere un qualunque numero naturale.

²¹ Suppongo che qui ci sia un momento in cui gli alunni lavorano individualmente, e che si apra poi la fase della discussione.

²² Penso sia un errore di trascrizione, 'le conifere' sta per 'delle conifere'

²³ Prendendo spunto da quello che dice Mirco, tenendo conto anche della fase successiva dell'attività, forse valeva la pena di fare qualche osservazione sulla tipologia delle due successioni, le conifere sono un esempio di progressione aritmetica gli alberi di mele no. Il mio suggerimento viene anche dal fatto che il gruppo classe è molto buono.

PDTR Project	Italy	6	Ragionando: Successioni e Regolarità				
--------------	-------	---	---	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-1^A	1	2	3	1	2	3	4	5	Roberta Fantini
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

A (Riccardo B.) Nella seconda (*riferito alle mele*) aumenta sempre di un numero dispari: + 3, + 5, + 7, + 11,... Quindi c'è un punto in cui il passo della seconda diventa più lungo del passo della prima.

I: Vediamo se ho capito. Per le conifere il passo è sempre uguale (*e cammino per l'aula con passo costante*), mentre per le mele non sembra essere così.

A (Adem): È sempre più lungo del precedente, ma i primi tre passi devono essere più corti dei primi tre di prima. (*si riferisce alla mia camminata di prima*)

I: Ah! Ho capito. Parto piccolo e poi...

CL: Allunghi!

Cammino per l'aula fino a che non sono costretta a fermarmi perché le mie gambe non si allungano più.

A (Giulia P.) Sì, ma noi però possiamo andare avanti all'infinito... mettiamo i puntini là (*alla lavagna*)

I: Bene. Facciamo un ultimo sforzo e poi ci concediamo un po' di relax. Quando il passo delle mele diventa più lungo del passo delle conifere?

A (Riccardo B.): Il passo che $n = 4$ porta a $n = 5$. Per le conifere è otto, sempre. Per le mele diventa 11!. Più lungo.

I: E quando il numero delle mele diventa uguale al numero delle conifere?

A (Gianmaria): $n = 8$. Devo vedere quando le due strategie possono diventare uguali e $8 \times n$ può essere uguale a $n \times n$ solo se $n = 8$.

I: Bene, signori! Vi ringrazio per la partecipazione e per la serietà con la quale, quasi tutti, avete gestito la discussione. Davvero un buon lavoro. Feed-back positivo. Complimenti.. ²⁴ ²⁵ ²⁶ ²⁷

²⁴ *In realtà non tutti sono stati attivi in questa ultima discussione collettiva. Riccardo A. è intervenuto poche volte, credo per una forma di protesta, uno sciopero bianco contro i suoi compagni che però non sembrano aver colto nemmeno il suo linguaggio non verbale. Amine è la prima volta che partecipa perché di solito nelle mie ore è fuori per l'alfabetizzazione. Sono tuttavia molto soddisfatta considerando che nonostante le difficoltà linguistiche non raggiunge gli obiettivi minimi (addizioni, sottrazioni, divisioni, moltiplicazioni). La classe in generale oggi è poco attiva.*

²⁵ *Condivido la conduzione dell'attività (Roberta, tra l'altro, si è attenuta scrupolosamente a quanto indicato nelle schede di lavoro, secondo gli accordi presi in fase di progettazione della sperimentazione), faccio un unico appunto sull'ultimo quesito posto alla classe: posto che, per alunni di questa fascia di età e relativa scolarizzazione, non era facile dare una risposta, mi sono chiesta se l'insegnante poteva orientare la discussione, le osservazioni dei ragazzi, in un altro modo. Personalmente avrei cercato di portare l'attenzione sulla "evoluzione" degli alberi di mele sollecitando i ragazzi ad un controllo di tipo "moltiplicativo": in pratica nel passare dal primo filare al secondo i meli quadruplicano, mentre le conifere raddoppiano, nel passare dal primo al terzo filare i meli si moltiplicano per nove mentre le conifere si moltiplicano per tre. Probabilmente la strada scelta dagli alunni, condivisa anche dall'insegnante, è suggerita dalle parole del testo in cui si parla di aumento, termine che induce a pensare più in termini di addizione che di moltiplicazione. Questo mi ha riportato alla mente la proporzionalità: anche qui spesso, purtroppo, parlando di proporzionalità diretta, ci si esprime in termini "uguale aumento".*

²⁶ *In questo quarto diario non sono intervenuto molto perché in effetti la lezione è stata svolta con notevole efficacia da I, e la classe, nel suo insieme, per quella che è la percezione di una persona ad essa esterna, ha confermato le buone qualità – sia sul piano sociale che argomentativo - già messe in evidenza in altri Commenti. Ottimo anche il lavoro preparatorio di M. Una sola postilla, peraltro di valore relativo, riguarda la metodologia delle schede, che personalmente non amo molto, pur avendola applicata nel passato. La condivido quando le schede vengono presentate come test valutativo (ad esempio, le situazioni problematiche del PISA) dove lo studente è solo, per un tempo determinato, con la sua capacità di risolutore. La condivido di meno in una normale attività didattica, dove mi sembra uno strumento 'ingabbiante'. Preferisco che venga posta una situazione problematica iniziale dalla quale scaturiscono domande, questioni, direzioni di lavoro impreviste, sorprese, e dove l'insegnante è costretto a gestire situazioni senza rete. Ci si può confrontare. Non amo le schede e non le trovo produttive. Una scheda, in parte (o forse totalmente), spegne la fantasia. Un alunno "ingabbiato" tra crocette, schemi, successione di atti prestabiliti... con maggior fatica seguirà l'intuizione, la creatività, la logica. Il nostro compito, come insegnanti, non è ingabbiare, arginare... ma provocare... sollecitare... saper cogliere... Certamente liberare da vincoli crea delle difficoltà di gestione dell'attività giornaliera, perché domina allora l'imprevedibilità. Siamo costantemente stretti tra la necessità di non soffocare le potenzialità inventive e la necessità di disporre di "atti" confrontabili. Una scheda difficilmente suscita il pensiero divergente. Esercito la mente se scopro, ipotizzo... mentre se mi muovo dentro un percorso tutto tracciato perdo la tensione mentale (alla scoperta). Se guido e imbriglio un percorso facilitato il confronto interpretativo, ma perdo l'inventiva... la ricchezza delle mente...*

²⁷ *In linea di massima concordo con le osservazioni sulle schede. Ma ritengo che in una situazione come quella che stiamo portando avanti, l'uso delle schede garantisce un minimo di omogeneità circa le domande che desideriamo vengano poste agli allievi e discusse nella classe. Attività libere hanno senso quando non si vogliono fare comparazioni tra percorsi gestiti da insegnanti diversi. O non si vuole che insegnanti riflettano circa i propri comportamenti sugli stessi passi del percorso. Per esperienza con le tesi SSIS, anche in presenza ad un percorso a schede precostituite e con obiettivi espliciti su cui gli specializzandi devono misurarsi come insegnanti i risultati sono i più variegati.*