

PDTR Project	Italy	2007/08	1	Ragionando: Successioni e Regolarità					
--------------	-------	---------	---	--------------------------------------	--	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-2^A	1	2	3	4	5	1	2	3	RF
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	----

10 dicembre 2007

Verbale 1 uso del registratore

Commenti dell'insegnante titolare della classe

Commenti del mentore (Loredana Gherpelli)

Commenti del mentore coordinatore (Giancarlo Navarra)

Commenti del responsabile del progetto (Nicolina A. Malara)

Presentazione della classe

*La classe è costituita da 15 alunni, 7 femmine 8 maschi, di cui un ragazzo ripetente la prima, un ragazzo di 15 anni trasferitosi l'anno scorso in Italia dalla Tunisia con evidenti difficoltà logico-espressive che prescindono dalle competenze linguistiche, una ragazza trasferitasi quest'anno dalla Romania, per la quale si è intrapreso un percorso di alfabetizzazione, e una ragazza trasferitasi ad anno scolastico avviato dalla scuola media di Montefiorino.*

*Problematica è quindi l'analisi del clima che caratterizza i modelli relazionali e comportamentali dei ragazzi. In particolare, pur evidenziando una generale uniformità e coerenza circa l'impegno e l'interesse profuso nelle diverse attività, tra gli aspetti relazionali più rilevanti emergono, a volte, condotte individualistiche, volte a primeggiare soprattutto agli occhi dell'insegnante, e competitive; non mancano tuttavia rapporti di collaborazione che diventano manifesti soprattutto con alcuni dei compagni in evidente difficoltà. All'interno della classe non si registra ancora un consolidato spirito di aiuto reciproco, essendo prevalenti ruoli egocentrici e gerarchici che ostacolano così la formazione dell'interdipendenza positiva e che tendono a soddisfare esclusivamente i bisogni personali.*

*Ad inizio anno scolastico sembra confermarsi il livello medio-alto della classe per quanto riguarda la gestione delle competenze matematiche anche se si è registrato in alcuni casi un calo delle prestazioni probabilmente dovuto alle nuove tematiche che prescindono dalla programmazione della scuola primaria. Sono da sottolineare notevoli miglioramenti non solo nelle abilità logico-operative ma anche nella partecipazione produttiva di alcuni ragazzi della fascia bassa per i quali si auspica una positiva evoluzione formativa. Generalmente elevate le capacità di astrazione e generalizzazione; continuano a confermarsi carenti le capacità di sintesi.*

*In generale si registra un feed-back positivo alle nuove situazioni proposte, i ragazzi si dimostrano interessati e curiosi, oltre che propositivi negli sviluppi didattici, forse a volte addirittura invasivi. Anche i tempi di attenzione e concentrazione sono generalmente buoni.*

*I ragazzi sono stati informati che l'attività rientra in un progetto europeo e della presentazione a Barcellona delle loro discussioni e dei consensi che hanno ricevuto (ho ritenuto necessario farlo per favorire e rafforzare la motivazione a partecipare autonomamente alla discussione collettiva)*

Scrivo alla lavagna

Ragio<sup>N</sup><sub>C</sub> ando

I: Che cosa ho scritto alla lavagna? Giulia?

A (Giulia F.): Ragio... cando.

A (Khalid): Ragionando.

A (Riccardo A.): Ragionando, ragionando.

I: Che strano titolo. Che cosa nasconderà questo titolo?<sup>1</sup>

A (Andrea): Ragionare giocando!

A (Riccardo A.): ... o giocare ragionando.

I: Bene. Queste attività quindi sono state progettate con l'intento come diceva Andrea di farvi ragionare in modo divertente ma di proporre anche attività divertenti che vi costringessero a ragionare come diceva Riccardo. Bene. È una discussione collettiva. Mi ripetete per favore le regole necessarie per una discussione collettiva efficace?

A (Riccardo B.): Parlare solo quando si ha il diritto di parola.

I: E come si ottiene il diritto di parola?

A (Marika): Quando si alza la mano e la prof ti dà la parola.

A (Khalid): Altra regola non... non fare gli sciochi durante... durante l'attività.

A (Mirco): Non criticare le opinioni degli altri.

I: ... non criticare le opinioni degli altri...

A (Mirco): ... non in modo negativo!

A (Riccardo A.): Criticare le idee ma non le persone!!!<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Il titolo non "nasconde" ma mette in evidenza una doppia possibilità, come indicato da Andrea e Riccardo!

I: Criticare le idee. Altrimenti se non potessimo criticare le idee avremmo già finito di discutere. È vero comunque, Mirco, che bisogna non essere troppo cattivi e negativi.

A(Riccardo B.): **Non uscire dall'ambito<sup>3</sup>** di cui si sta parlando.

I: Perfetto, quindi fare degli interventi che potremmo definire... c'è una parola in italiano...

A (Giulia F.): ... pertinenti.

A (Amine): Ascolta... re le persone.

I: Benissimo, Amine, ascoltare le persone. E come si fa a dimostrare di ascoltare le persone?

A (Andrea): Non ripetere inutilmente le stesse cose.

A (Gianmaria): Con lo sguardo, cercare di capirle con lo sguardo.

A (Giulia F.): Mentre una persona parla non parlare con qualcun altro.

I: Bene. Altra regola che vorremmo?

A (Andrea): Intervenire tutti.

I: Benissimo. Vorremmo che tutti intervenissero perché così potremmo arricchire i punti di vista, ognuno di voi è fondamentale per il buon proseguimento della discussione. Bene! Sono chiare le regole?

Cl: Sì prof!

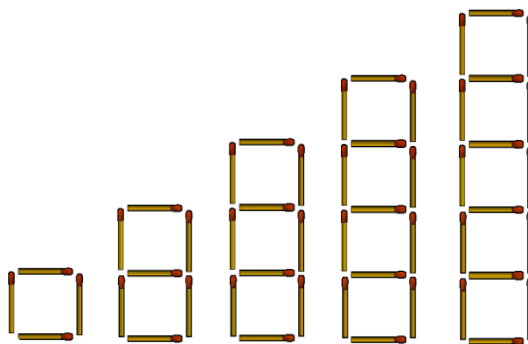
I: Allora partiamo. Vi consegno una scheda che abbiamo già affrontato l'anno scorso ma che ci serve per rispolverare un po' le conoscenze, per togliere un po' di polvere... e per qualcuno invece per capire come dobbiamo lavorare. La potete attaccare sul quaderno.

*Consegno la scheda che i ragazzi attaccano sul quaderno.*

## COSTRUIAMO CON I FIAMMIFERI !!!!!

*Lorenzo sta costruendo con dei fiammiferi una successione di grattacieli.*

*Ecco i primi cinque:*



*Dopo aver osservato attentamente la successione disegna il VI grattacielo seguendo il criterio di Lorenzo.<sup>4</sup>*

I: Siamo pronti? Amine ci sei?

A (Amine): Sì prof.

I: Allora possiamo leggere la scheda. Sarah, la vorresti leggere?

A (Sarah): Sì. Costruiamo con i fiammiferi. Lorenzo sta costruendo con dei fiammiferi una successione di grattacieli. Ecco i primi cinque.

I: Molto bene Sarah grazie. **C'è un termine all'interno di questa breve presentazione che abbiamo scoperto l'anno scorso.<sup>5</sup>**

<sup>2</sup> OK

<sup>3</sup> DOC!!!

<sup>4</sup> Cercando di capire, e seguire poi, ...

<sup>5</sup> *Pensando ai ragazzi più deboli ed anche ai nuovi entrati, avrei detto più semplicemente "c'è una parola nuova. Approfitto di questa occasione per riprendere una proposta che ho già fatto in numerose occasioni e anche a Roberta l'altr'anno (v. Commento 1). Il Glossario, come si è detto più volte, è stato concepito in funzione dell'insegnante. È stata la frase finale nella prova d'esame di un docente SSIS che ci ha condotti a formulare delle ipotesi su un suo possibile ampliamento come strumento di supporto culturale anche per gli studenti. La frase diceva: "Penso che l'esperienza per un docente sia effettivamente l'aspetto maggiormente formativo, soprattutto se ognuno di noi si mette nell'ottica di 'manifestare' in modo continuo il proprio stile di insegnamento."*

*'Manifestare in modo continuo il proprio stile di insegnamento'. Andando probabilmente al di là delle intenzioni dell'autore, un'implicazione di questa affermazione è la seguente: la matematica potrebbe essere insegnata rendendo*

PDTR Project	Italy	2007/08	3	Ragionando: Successioni e Regolarità					
--------------	-------	---------	---	--------------------------------------	--	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-2^A	1	2	3	4	5	1	2	3	RF
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	----

A (Marika): Successione!.

I: Ok. Siccome Sarah l'anno scorso non c'era ne approfittiamo per ricordare le caratteristiche che avevamo individuato nelle nostre successioni.

A (Riccardo B.): Procede sempre seguendo un ordine all'infinito, e quando si smette di raffigurare solitamente si mettono i puntini che rappresentano verso l'infinito.

I: Procede sempre seguendo un ordine verso l'infinito. Ma che cosa vuol dire seguendo un ordine?<sup>6</sup>

A (Khalid): Seguendo sempre un'unità di misura<sup>7</sup>.

A (Andrea): Facendo sempre i passi uguali, in ordine.

I: Andrea ha introdotto un altro termine: "facendo sempre passi in ordine". Caspiterina come spieghiamo a Sarah che facciamo dei passi in ordine?

A (Khalid): Un ordine crescendo o diminuendo.

A (Riccardo A): Che tra un numero e l'altro c'è sempre la stessa differenza.

A (Mirco): Lo stesso passo ripetuto più volte.

A (Marika): Ad esempio io parto da 1 e aggiungo sempre 2. Per cui il passo è 2<sup>8</sup>. Così avrei una successione del tipo: 1, 3, 5, 7, e così via.

A (Riccardo B.): Come una grande tabellina... no! È la tabellina che può essere una successione...<sup>9</sup>

I: Sì...

A (Riccardo B): La tabellina prosegue secondo un ordine e questo ordine sono i passi.

I: Cosa mi permettono di fare i passi?

A (Riccardo B.): Di andare sempre avanti o sempre indietro seguendo sempre una strada, uno stesso procedimento.

I: Ok. Proseguiamo a leggere la scheda.

A (Sarah): 'Dopo aver osservato attentamente la successione disegna il sesto grattacielo seguendo il criterio di Lorenzo'

I: Bene ognuno disegni sul proprio quaderno il sesto grattacielo.

La classe lavora.

I: Come avete proceduto per disegnare il sesto grattacielo? Che strategie avete messo in atto? Tu Giulia che cosa hai osservato?<sup>10</sup>

A (Giulia F.): Io ho osservato intanto gli altri cinque grattacieli e ho osservato che nel primo ce n'era uno...

I: Hai osservato che...

A (Giulia F.): Che nel primo grattacielo c'era un solo quadrato e man mano se ne aggiungeva sempre uno.

*consapevoli gli studenti di come aspetti anche apparentemente estranei ad essa – la competenza nell'uso dei linguaggi, in primis di quello naturale; il saper tradurre da un linguaggio all'altro; l'importanza degli aspetti sintattici e semantici di un linguaggio; la differenza fra rappresentare e risolvere una situazione problematica; imparare a distinguere il processo e il prodotto – costituiscano la base portante della costruzione significativa delle conoscenze matematiche.*

*Tale prospettiva ci ha condotti quindi a formulare un'ipotesi sull'ampliamento della funzione del Glossario: che si possa pensare ad un contratto didattico che preveda l'esplicitazione costante da parte dell'insegnante delle motivazioni profonde che lo guidano nelle sue scelte metodologiche e di contenuto. In questo modo gli alunni vedrebbero se stessi come compartecipi nella costruzione dei saperi e il Glossario diventerebbe lo sfondo permanente dell'insegnamento e dell'apprendimento, attraverso il quale gli alunni verrebbero condotti a riflettere sull'importanza di condividere – fra loro e con l'insegnante - il senso di termini chiave come 'Forma canonica/Forma non canonica', 'Lettera', 'Metalinguistico-metacognitivo', 'Opaco/Trasparente', 'Principio di economia', 'Argomentare', eccetera.*

*Ciò comporta, come premessa inevitabile, che sia l'insegnante il motore primo di questa condivisione, e che quindi diventi attore consapevole e convinto nella gestione del Glossario.*

*In (concreta) conclusione: propongo che, man mano che la classe incontra costrutti teorici dell'early algebra presenti nel Glossario, l'insegnante li faccia riportare su dei cartoncini che rimangano ben visibili su una parete dell'aula in modo da diventare un bagaglio culturale condiviso in progress al quale alunni e insegnante cercheranno di fare continuo riferimento.*

<sup>6</sup> *Avrei detto, in modo più semplice ma forse più comprensibile, "procede sempre", cioè non c'è mai un ultimo numero, questo per evitare che nell'immaginario dei ragazzi (in particolare fascia bassa) l'infinito diventi un grande, immenso numero e quindi che la successione abbia un termine.*

<sup>7</sup> *La frase di Khalid, forse, va discussa.*

<sup>8</sup> *Non sarebbe più opportuno indicare il passo con '+2'?*

<sup>9</sup> *L'intervento di Riccardo mi piace molto, credo che non avrei resistito alla tentazione di chiedere una spiegazione: in effetti la tabellina PUÒ essere letta come una successione particolare in quanto il 1° termine coincide con il valore del "passo", cosa che in generale non succede.*

<sup>10</sup> *La risposta più immediata (ma non ne vedo traccia) poteva essere: visti i grattacieli della scheda, per fare il 6° parto dal 5° e sopra costruisco il sesto quadrato, ho visto subito che bastavano tre fiammiferi perché un lato (base) c'era già.*

PDTR Project	Italy	2007/08	4	Ragionando: Successioni e Regolarità					
--------------	-------	---------	---	--------------------------------------	--	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-2^A	1	2	3	4	5	1	2	3	RF
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	----

A (Khalid): Io ho visto circa le misure. Sono andato a misurare i quadratini poi ho messo le misure che mi venivano un cm e li ho aggiunti.<sup>11</sup>

A (Mirco): Io ho contato i fiammiferi. Rispetto a quelli che c'erano al quinto ne ho aggiunti tre.

I: Perché?

A (Mirco): Perché ad ogni sequenza se ne aggiungevano tre.

A (Marika): Aumentano di tre fiammiferi ogni grattacielo, non ogni sequenza<sup>12</sup>.

I: Perché aumentano proprio di tre ad ogni grattacielo?

A (Jessica): Perché nel primo grattacielo con quattro fiammiferi si forma un quadrato, mentre se osserviamo il secondo grattacielo nel primo si vede proprio un quadrato mentre nel secondo piano, per formare il secondo abbiamo aggiunto solo tre fiammiferi.

A (Giulia P.): Perché un lato lo dava il quadrato sottostante.

A (Gianmaria): Un fiammifero.

I: Quindi cosa possiamo dire?

A (Andrea): Un fiammifero è sempre in comune tra due piani.

I: Benissimo altre strategie diverse per costruire il sesto grattacielo?

*Non ci sono proposte.*

I: Allora vorrei che contaste i fiammiferi nel sesto grattacielo.

A (Sarah): Sono diciannove.

I: Tutti diciannove? Bene: vorrei sapere come avete proceduto per contare i fiammiferi<sup>13</sup>.

A (Khalid): Ho contato il primo piano, poi ho fatto più tre per ogni piano.

A (Gianmaria): Io ho contato il primo quadrato che era quattro poi ho visto quanti quadratini c'erano rimasti e li ho moltiplicati per tre. Quindi quattro più cinque per tre<sup>14</sup>.

A (Jessica): Io prima ho contato i fiammiferi in mezzo, diciamo, quelli orizzontali. E ho visto che quelli verticali erano sei. Quindi ho fatto: sei più sei più sette del mezzo.

A (Khalid): Io ho contato basandomi sul primo quadrato che era di quattro fiammiferi allora tutte le<sup>15</sup>... i grattacieli sono formati da dei piani di tre a cui aggiungo il primo piano di quattro.

A (Mirco): Io ho fatto tre per cinque più quattro. Perché fino al quinto piano del grattacielo ci sono tre fiammiferi, mentre nel sesto piano ci sono quattro fiammiferi<sup>16</sup>.

A (Sarah): Io li ho contati uno a uno partendo dall'alto e sinistra verso destra<sup>17</sup>.

A (Khalid): Ho contato fino al quinto grattacielo e quindi andando al quarto devo cavare tre, andando giù nel terzo devo cavare ancora tre.

<sup>11</sup> Khalid risponde esattamente come ha risposto l'anno scorso! Sigh!

<sup>12</sup> I lascia passare l'osservazione di Marika, perché? Problemi di economia di tempi? A me pare che Mirco alluda ad una sequenza numerica (numeri di fiammiferi), Marika pure ma è più legata all'immagine grattacieli. La situazione è ricca di sfumature. Bisognerebbe in effetti capire cosa intendano Mirco e poi Marika con 'sequenza'. 'Sequenza numerica' è un'ipotesi verosimile ma mi sembra espressione di un linguaggio molto/tropo raffinato (a meno che naturalmente I non abbia lavorato in precedenza sull'universo concettuale al quale appartiene il termine; per curiosità ho cercato nei diari dell'altr'anno ma non se ne fa mai cenno). In ogni caso, è probabile che Marika non abbia accettato un termine considerato troppo astratto e che preferisca 'grattacieli', termine che compare nella scheda.

<sup>13</sup> Ok, questa è la domanda chiave per portare la discussione sulle strategie.

<sup>14</sup> A questo punto avrei già cominciato ad annotare, sulla lavagna, le indicazioni di Gianmaria. Concordo. Ricorrerei anch'io al nostro prezioso Brioshino.

<sup>15</sup> Probabilmente stava per dire 'sequenze', ma sarebbe suonato male parlare di 'piani', e così ha preferito i grattacieli.

<sup>16</sup> Li conta dall'alto verso il basso. Considerazione di carattere generale collegata a questo Commento di I e a quello precedente. Nel momento in cui l'insegnante redige il diario non è più un 'semplice' insegnante, ma si colloca su un piano diverso. La sua classe (di cui conosce tutto – personalità degli alunni, metodi e strumenti impiegati nello svolgimento dell'attività, linguaggi non verbali usati mentre essi spiegano) non è più soltanto 'sua', ma trasla verso una dimensione più ampia che coinvolge i ricercatori, molti altri insegnanti appartenenti allo stesso ad altri istituti (che potrebbero avere interesse verso i suoi diari perché sono impegnati in attività analoghe) e così via. In altre parole, l'autore diventa un insegnante sperimentatore – nel caso del progetto PDTR, Insegnante Ricercatore - e i suoi diari assumono importanza a livello scientifico. Bisognerebbe che, all'atto della stesura, avvenisse un distacco dall'attività, e l'autore si ponesse nella prospettiva di rileggere criticamente ciò che è avvenuto in classe. Il diario non è solo una 'narrazione', ma dovrebbe diventare soprattutto, anche prima degli altri commenti, un oggetto di autoformazione. D'altro canto, è proprio l'inserimento in un quadro così articolato che conferisce significatività alla fatto di investire tempo ed energie intellettuali per registrare le lezioni, redigere i diari, riflettere sui Commenti ed eventualmente replicare, scriverne di propri, confrontare i diari con quelli di altri insegnanti sperimentatori/ricercatori.

<sup>17</sup> Appena entrata, non si è posta il problema dei grandi numeri, non sente l'esigenza di una regola-risparmio.

I: Allora vediamo se ho capito: se devo costruire un grattacielo quindi...

A (Riccardo A.): Devo fare un passo in avanti di tre fiammiferi.

A (Giulia P.): Se devo tornare indietro devo togliere tre.

I: Allora scriviamo sotto ad ogni grattacielo quanti fiammiferi lo compongono.

Scrivo alla lavagna e completiamo insieme

	Ragionando						
	C						
Grattacielo	1°	2°	3°	4°	5°	6°	...
Fiammiferi	4	7	10	13	16	19	

I: Bene! Adesso per capire meglio vorrei che verbalizzassimo sul quaderno tutte le vostre strategie e le osservazioni per costruire i grattacieli.<sup>18</sup>

A (Sarah): Per costruire il secondo grattacielo per esempio devo aggiungere tre fiammiferi al primo grattacielo.

I: Bene, ho capito. Puoi dettarla ai compagni.

Sarah detta.

A (Andrea): Vorrei aggiungere il perché. Perché ha un lato in comune con il primo.

A (Gianmaria): Basta così: partire dal primo che ce n'erano quattro (di fiammiferi), contare i piani e moltiplicarli per tre. Perché il lato in comune con il primo fa in modo che tutti gli altri quadrati siano formati da tre fiammiferi.<sup>19</sup>

I: Bene. Gianmaria è stato chiaro?

Ci: Sì.

I: Gianmaria allora puoi dettare.

A (Gianmaria): Moltiplicare per tre tutti i quadrati tranne il primo<sup>20</sup> e aggiungere i fiammiferi del primo.

A (Marika): Io ho osservato che moltiplico il numero d'ordine del grattacielo, cioè il numero del grattacielo, con il passo, che rappresenta di quanti fiammiferi aumenta ogni grattacielo, aggiungo uno perché il primo quadrato ha un lato in più.<sup>21</sup>

I: Allora vediamo di capire come ragiona Marika. Lei ha detto<sup>22</sup>: prende il numero di grattacielo che ha chiamato numero d'ordine e lo moltiplico per tre, perché...

A (Marika): Il numero del grattacielo corrisponde al numero dei piani di tre.

I: E ha aggiunto uno perché il primo piano è composto da un fiammifero in più. Chiaro?<sup>23</sup> Bene puoi dettare Marika.

Marika detta.

A (Giulia P.): Potevo anche fare numero d'ordine del grattacielo, che è sei, per quattro e sarebbe venuto ventiquattro, c'erano cinque fiammiferi in più perché cinque quadrati dei sei sono formati da tre fiammiferi anziché quattro, e quindi tolgo cinque<sup>24</sup>.

I: Vi ricordate come abbiamo rappresentato l'anno scorso il numero d'ordine dei grattacieli?<sup>25</sup>

A (Amine): enne.

I: Bene, allora per abbreviare potete mettere enne al posto di numero d'ordine<sup>26</sup>. Giulia P. detta pure la tua strategia.

Giulia P. detta.

<sup>18</sup> Meglio come era detto sopra, strategie per stabilire il numero di fiammiferi per costruire i grattacieli.

<sup>19</sup> Attenzione, Gianmaria vuole correre, così fa un intervento che ha una ambiguità: "contare i piani" dopo il primo... Gianmaria percepisce a modo suo i grattacieli inquadrando i quattro fiammiferi della base come qualcosa di diverso da quelli soprastanti. A proposito della varietà delle percezioni di questi disegni fatti con fiammiferi, stuzzicadenti, ecc. rimando all'Unità ArAl 8 'Esplorazioni alla ricerca di leggi di corrispondenza', in particolare alle pagg. 13-26.

<sup>20</sup> OK

<sup>21</sup> L'intervento di Marika è molto chiaro, non lo avrei ripreso.

<sup>22</sup> Prima di intervenire direttamente, sarebbe stato forse più opportuno invitare Marika a rispiegare la sua affermazione perché è sì chiara, ma non essendo il numero d'ordine scritto ma solo immaginato, probabilmente ha creato difficoltà in qualche compagno. È anche una buona strategia invitare gli alunni ad arrangiarsi fra loro: Marika (in questo caso) spiega e i compagni le fanno delle domande nel caso avessero bisogno di chiarimenti aggiuntivi.

<sup>23</sup> Sarebbe auspicabile che il chiarimento venisse allargato ad altri alunni, altrimenti c'è il rischio (magari non in questo caso, non so come stia reagendo la classe) che tutto si risolva al livello della coppia Marika-insegnante.

<sup>24</sup> Mi piace l'intervento di Giulia P., ha capito il ragionamento di Marika, ma invece di fare riferimento ai quadrati "zoppi" considera i quadrati interi poi toglie i fiammiferi in più. Si poteva chiedere quale delle due strategie è più agile/economica. Sarebbe stato anche produttivo invitare gli alunni a tradurre in linguaggio matematico le loro argomentazioni. I confronti fra le strategie sarebbero risultati molto più chiari.

<sup>25</sup> Meglio, di un qualunque grattacielo.

<sup>26</sup> Pensando anche ai nuovi alunni, avrei sottolineato: bene n, ma anche un'altra lettera, l'importante è "uscire" dai numeri. Concordo.

PDTR Project	Italy	2007/08	6	Ragionando: Successioni e Regolarità					
--------------	-------	---------	---	--------------------------------------	--	--	--	--	--

I.C.Toschi-Baiso-2^A	1	2	3	4	5	1	2	3	RF
----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	----

I: Altre strategie?

A (Andrea): Allora ho fatto la metà del numero d'ordine per il numero dei piani poi l'ho moltiplicato per due e poi ho aggiunto uno.

I: Non capisco perché<sup>27</sup>.

A (Andrea): Perché...

*Suona la campanella*

A (Giulia F): Non ho capito... allora se voglio trovare quanti fiammiferi ha il dodicesimo grattacielo devo fare 6 per 12...

A (Andrea): No, mi son sbagliato. Se moltiplico per enne il moltiplico per due non ci va, se moltiplico per la metà di enne per la metà di enne, per due... bisogna togliere moltiplico per due.

I: Allora viene la metà del numero d'ordine per il numero dei piani più uno?<sup>28</sup>

A (Giulia F.): Prima di scrivere la strategia bisogna vedere se va bene.<sup>29</sup>

A (Jessica): Io ho contato i fiammiferi in orizzontale nel sesto grattacielo, che sono sette, e poi ho moltiplicato per due i fiammiferi in verticale che sono sei, sei per due dodici, e ho addizionato dodici e sette.

*Gianmaria interviene precipitosamente, tanto che io non lo fermo.*

A (Gianmaria): Ad esempio io invece ho fatto il numero d'ordine, facciamo 6, meno uno che fa cinque, cinque l'ho moltiplicato per tre, più uno per quattro. Tolgo al numero d'ordine uno poi il risultato l'ho moltiplicato per tre e ho aggiunto quattro<sup>30</sup>.

I: Ma se tu togli al numero d'ordine uno cosa trovi?

A (Gianmaria): Trovo il resto del grattacielo senza il primo quadrato.

A (Giulia P.): No! Il numero d'ordine precedente<sup>31</sup>.

A (Marika): Io volevo precisare nella strategia di Jessica che se io dico che ho moltiplicato i fiammiferi in verticale per due capisco che ho contato tutti i fiammiferi in verticale e poi li ho moltiplicati per due, per cui sarebbe più corretto dire che ho contato i fiammiferi in verticale di una colonna per due.

I: Grazie Marika per aver fatto questa precisazione sulla strategia di Jessica. Ragazzi attenzione a non intervenire quando non avete la parola perché rischiamo di perdere osservazioni importanti.

*Verbalizziamo Jessica e Gianmaria.*

I: Immaginiamo allora di dover spiegare ad un ragazzino di quinta elementare a che cosa mi serve il passo.

<sup>27</sup> Probabilmente Andrea ha cercato di "generalizzare" una situazione particolare dedotta dalla strategia di Marika applicata sul 6° grattacielo:  $6 \times 3 + 1$ , questa ipotesi forse trova conferma nell'intervento che Andrea fa dopo l'intervallo. Mi sembra che ancora una volta si privilegi un rapporto 'esclusivo' insegnante-alunno che rischia di cortocircuitare il resto della classe. Il ricorso alla traduzione permetterebbe di verificare subito la correttezza dell'ipotesi di Andrea. Come ha fatto M, anch'io sento il bisogno di una rappresentazione in linguaggio matematico per cercare di interpretare il ragionamento di Andrea; si capisce, per esempio, che l'alunno ha basato la sua ipotesi sui posti pari.

<sup>28</sup> Andrea è un po' in confusione... dovuta alla sua necessità di primeggiare nelle cose più difficili.

<sup>29</sup> Osservazione molto pertinente.

<sup>30</sup> Gianmaria riprende la sua strategia ma la "riscrive", da  $4+5 \times 3$  a  $5 \times 3+4$ ; questa osservazione mi pare importante perché, successivamente, quando verrà messa in discussione la strategia di Giorgio (ipotetico alunno di un'altra classe), Gianmaria non la riconosce subito come sua. Faccio il pignolo con M. Gianmaria in precedenza aveva dettato alla classe: 'Moltiplicare per tre tutti i quadrati tranne il primo e aggiungere i fiammiferi del primo'. Tradotto (per il grattacielo al sesto posto) sarebbe:  $5 \times 3+4$  che mi sembra uguale a quello che Gianmaria propone ora, con qualche leggera variazione:  $(6-1) \times 3+1 \times 4$ . Sbaglio? A quale frase di Gianmaria si riferisce M che si traduce con  $4+5 \times 3$ ?

<sup>31</sup> I non interviene sul "NO" di Giulia, io sì: mi pare che i due interventi di Gianmaria e Giulia siano emblematici di due atteggiamenti frequenti in questo gruppo classe; con il primo (Gianmaria) si cerca di dare una risposta che contempla una spiegazione sul piano logico, con il secondo si tende a fornire una risposta (quella attesa dal docente?) sul piano linguistico. Mi sbilancio!!! La risposta di Giulia potrebbe portare ad una valutazione doc dell'alunna, ma interventi successivi mi hanno fatto pensare; credo che Giulia abbia importanti incertezze sul piano metacognitivo. Non mi sbilancerei sulle incertezze di Giulia sul piano metacognitivo, ma condivido nella sostanza l'interpretazione di M. Il riferimento di I al numero d'ordine 'prepara' l'osservazione di Giulia ed è fuorviante rispetto al progetto di Gianmaria. Non mi sembra però che quella di Giulia sia una risposta 'sul piano linguistico' (quale linguaggio?). Giulia è stata forse influenzata dalla domanda di I e ha fatto riferimento anche lei al numero d'ordine, ma la sua è comunque un'operazione di tipo logico, non linguistico. Logico nel senso che Giulia e I condividono il punto di vista da cui 'osservano' la proposta di Gianmaria.

- A (Giulia F.) Ad arrivare alla soluzione dopo<sup>32</sup>.
- A (Giulia P.): È la differenza tra il numero d'ordine e quello precedente.
- A (Andrea): Il passo è tre tra il numero d'ordine successivo e precedente all'altro.<sup>33</sup>
- A (Riccardo B.): È la differenza tra il numero d'ordine e il precedente.
- I: Differenza? Spiega bene.
- A (Riccardo B.): Differenza. Non differenza operazione. Quello che c'è di differente tra...<sup>34</sup>
- A (Marika): Praticamente il passo è la cifra che aggiungo tra un grattacielo e l'altro.<sup>35</sup>
- A (Gianmaria): La differenza tra il numero e l'altro.
- I: Attenzione a non dare troppi numeri!!! Chiariamo bene.
- A (Gianmaria): La enne.<sup>36</sup>
- I: Enne è il passo?
- A (Gianmaria): No enne è l'interprete del passo. Cioè la enne subisce il passo.<sup>37</sup>
- A (Riccardo B.): Mi permette di scoprire il valore del numero d'ordine.
- A (Riccardo A): Mi permette di aggiungere un piano.
- A (Andrea): Di spostarmi.
- A (Riccardo B.): Di avanzare o retrocedere la successione<sup>38</sup>.
- A (Marika): Di scoprire il numero di fiammiferi di un altro ordine.
- A (Riccardo A): Salire i gradini di una successione.
- I: Sì... molto bene!
- A (Mirco): Anche di scoprire la differenza tra i fiammiferi di un numero d'ordine e l'altro.
- I: Marika per favore mi leggi la successione?
- A (Marika): 4, 7, 10, 13, 16, 19...

<sup>32</sup> Avrei chiesto un chiarimento a Giulia. Da un punto di vista generale, attività come queste non sono semplici da argomentare (e spesso le argomentazioni tutt'altro che semplici da comprendere) perché le argomentazioni fanno riferimento ai modi del tutto personali nei quali le rappresentazioni sono percepite (e, in questo caso, vengono di conseguenza contati i fiammiferi). In questi casi, gli ascoltatori (e non mi riferisco solo a ragazzi, ma anche ad adulti) necessitano di disegni come mediatori semantici fra le spiegazioni verbali e gli stimoli iconici iniziali (i grattacieli della scheda). Nella situazione presente, schemi ad hoc disegnati alla lavagna dagli alunni stessi che evidenzino di volta in volta gli elementi che ognuno di loro vede in modo del tutto personale: colonne, righe, quadrati, 'C rovesciate', numeri d'ordine, eccetera, man mano che vengono nominati dai compagni nel corso delle loro argomentazioni. Per dirla alla Gardner, questi mediatori dovrebbero fornire un 'terreno d'incontro' fra intelligenza logico matematica, intelligenza linguistica, intelligenza spaziale, variamente distribuite fra le persone che partecipano all'attività (alunni e insegnanti).

<sup>33</sup> Conferma del Commento precedente. Quali sono i referenti di queste affermazioni? I compagni? L'insegnante? Un non meglio identificato 'convitato di pietra'? Gli interventi degli alunni dovrebbero essere il più possibile delle pratiche sociali.

<sup>34</sup> È veramente incredibile questa serie di risposte sbagliate anche da ragazzini in gamba; l'unica giustificazione che trovo, a parte una banale stanchezza, è che l'intervento di Giulia, con il linguaggio usato, abbia spostato l'attenzione più sui termini che sulla sostanza della domanda/risposta. Non parlerei di risposte 'sbagliate' ('sbagliate' in relazione a quali 'giuste'?). I ragazzi danno corpo alle loro percezioni, e le percezioni in sé non sono né giuste né sbagliate. Casomai sono più o meno produttive rispetto al raggiungimento di un obiettivo che però, sino a questo momento, non è ancora né chiaro né tanto meno condiviso. Sono più propenso ad interpretare questi pensieri 'in libera uscita' come conseguenze di una conduzione della discussione impostata troppo sull'esposizione sequenziale di affermazioni e troppo poco sull'utilizzo dei mediatori ai quali ho fatto riferimento nel Commento 32.

<sup>35</sup> Sulle note del "Flauto Magico" dell'aula a fianco proseguiamo... non abbiamo l'aula di musica!!!

<sup>36</sup> L'osservazione dell'insegnante viene interpretata come: eliminiamo i numeri, dunque Gianmaria passa alle lettere!

<sup>37</sup> A tutti i costi Gianmaria vuole giustificare la sua risposta cercando di costruire una relazione, che non c'è, tra n (numero del grattacielo) e il passo della successione. Gianmaria esibisce un linguaggio molto ricercato ma il suo intervento è opaco perché rappresenta il prodotto di un pensiero e non il processo che l'ha generato. Mi sembra che l'insegnante favorisca troppo la quantità degli interventi (prospettiva 'democratica') a scapito della qualità del sapere costruito collettivamente (prospettiva 'culturale'). Lo sto rilevando in moltissimi diari: le discussioni sono spesso prolungate sequenze di affermazioni, spesso autonome fra loro, che hanno come unico referente il docente. In questi casi tendo a consigliare una riflessione sui diari e un'organizzazione delle discussioni che limiti la dispersività degli interventi, e richieda argomentazioni più articolate e più attente ai compagni.

<sup>38</sup> Finalmente!

I: Cosa mi serve per costruire la successione?<sup>39</sup>

A (Mirco): Il passo!

A (Riccardo B.): E il numero di partenza!

I: Quindi il passo mi permette di costruire la successione ma devo anche conoscere il numero di partenza.<sup>40</sup>

La musica finisce...

I: Scrivete la seguente consegna: a Barcellona la prof.ssa Lugli mi ha passato questo stralcio di tabella che adesso vi disegno. Vi ricordate che anche noi l'anno scorso abbiamo lavorato sulle tabelle.

A (Gianmaria): Come nella verifica con gli alberi.

	Ragione $N_C$ ando						
Grattacielo	1°	2°	3°	4°	5°	6°	...
Fiammiferi <sup>41</sup>	4	7	10	13	16	19	
	Strategia di Giorgio: $4+(n-1)\times 3$						
	Strategia di Elena: $n^2+3$						

I: Sì c'era anche nella verifica la tabella.

Mentre aspetto che tutti abbiano copiato alla lavagna i ragazzi fanno già commenti sulla validità delle strategie.<sup>42</sup>

I: Allora cosa rappresenta secondo voi questa tabella?

A (Giulia F.): Delle strategie per arrivare a sapere quanti fiammiferi ci sono in un grattacielo.

A (Giulia P.): Due strategie, una strategia trovata da Giorgio e una strategia costruita da Elena.

A (Riccardo A.): Per trovare il numero di fiammiferi nei diversi grattacieli.

I: Bene e cosa mi potete dire della strategia di Giorgio?<sup>43</sup>

A (Gessica): Il quattro è il numero di fiammiferi nel primo grattacielo.<sup>44</sup>

A (Riccardo B.): Non è detto che siano esatte le strategie.

I: Noi adesso stiamo cercando di capire come ha ragionato Giorgio.

A (Khalid): Enne rappresenta il numero d'ordine e tre i fiammiferi che si aggiungono.

I: E 3 cosa rappresenta?<sup>45</sup>

A (Sarah): I fiammiferi aggiunti.

A (Marika): Il passo.

I: Ed n-1 cosa rappresenta?<sup>46</sup>

A (Gianmaria): Il numero d'ordine meno i quattro fiammiferi iniziali del primo quadrato.<sup>47</sup>

A (Giulia P.): Il numero d'ordine precedente.

A (Andrea): Siccome il numero dei piani è uguale al numero d'ordine, Giorgio ha fatto meno uno perché il primo piano è formato da quattro fiammiferi, poi ha moltiplicato per tre che sono i fiammiferi necessari per formare un piano, poi aggiunge quattro che è il quadrato alla base. Quindi n-1 rappresenta il numero di piani formati da tre fiammiferi.<sup>48</sup>

I: Come faccio a sapere se la strategia di Giorgio è corretta?

A (Marika): Faccio una prova.

A (Riccardo A.): Trasformo in numero enne.

<sup>39</sup> Solo per fare le pulci! Avrei detto: adesso facciamo il punto sulla nostra situazione, mettendo a fuoco quello che è stato detto, riepilogando, cosa serve per costruire una qualunque successione?

<sup>40</sup> Fatemi un esempio!

<sup>41</sup> Ritengo più corretto che si parli di 'numero dei fiammiferi'.

<sup>42</sup> La frase era scritta in blu, come se fosse un Commento dell'insegnante. In realtà è una semplice descrizione di un fatto che sta accadendo, e quindi l'ho cambiata in un normale corsivo nero.

<sup>43</sup> Mi aspettavo che qualcuno, soprattutto Gianmaria, dicesse: Giorgio ha fatto come Gianmaria!

<sup>44</sup> La frase di Gessica è molto elementare, si limita ad una osservazione su un numero. Perché I non è intervenuta? (v. Commento 37).

<sup>45</sup> Anche l'intervento di Khalid: numero d'ordine di cosa? Quali tre fiammiferi? Si aggiungono a cosa? È un susseguirsi di miniosservazioni locali. Non viene esplicitata una visione globale. Non viene inquadrato l'insieme delle relazioni. Il resto della classe non beneficia di questo tipo di interventi.

<sup>46</sup> Non avrei posta la domanda in questi termini, è giusto che I indaghi sul significato di  $(n-1)$  ma come è formulata la domanda può far pensare che  $(n-1)$  sia una nuova variabile, io invece penso che n-1 sia il risultato di una applicazione su n.

<sup>47</sup> Risponde come prima!! Io vorrei dicesse precedente... comunque è corretto. Gianmaria dà una risposta sbagliata

<sup>48</sup> Bravo Andrea, la sua argomentazione è chiara, esaustiva, poteva evitare la domanda che I pone dopo. In momenti topici come questo è utile far ripetere a qualcuno (con le sue parole) l'argomentazione.



I: Facciamo allora degli esperimenti. Se volessi conoscere il numero di fiammiferi nel sesto grattacielo la strategia di Giorgio come diventerebbe?

A (Sarah): Quattro più sei meno uno per tre.

I: Ci accontentiamo di un esperimento?

A (Andrea): Proviamo con un numero dispari.<sup>49</sup>

I: Proviamo con il numero d'ordine cinque.

A (Adem): Quattro più aperta tonda cinque meno uno per tre. È vera!

A (Riccardo B.): Proverei con un numero d'ordine a più cifre. Tipo dieci.

A (Gessica): Quattro più aperta tonda dieci meno uno per tre. Trentuno.

A (Marika): È corretto perché io prima ero arrivata fino al nove che mi venivano ventotto fiammiferi, così per il decimo grattacielo vengono trentuno. Va bene!

	Ragionando						
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	...
Grattacielo							
Fiammiferi	4	7	10	13	16	19	
	Strategia di Giorgio: $4 + (n-1) \times 3$				Esperimenti:		
							$4 + (6 - 1) \times 3 = 19$
							$4 + (5 - 1) \times 3 = 16$
							$4 + (10 - 1) \times 3 = 31$
	Strategia di Elena: $n^2 + 3$						

I: Bene. Abbiamo capito come ha ragionato Giorgio e verificato che la strategia è corretta. Vediamo di capire se la strategia di Elena è corretta.

A (Giulia F.): Enne alla seconda più tre. Enne è il numero d'ordine.<sup>50</sup>

I: Vediamo di capire cosa ha osservato Elena.

A (Khalid): Enne per enne, grattacielo per grattacielo...<sup>51</sup>

A (Adem): Enne salta due volte...<sup>52</sup>

A (Riccardo B.): Cosa fa, determina l'area del quadrato?<sup>53</sup>

A (Gianmaria): Potrebbe aver guardato il numero di sequenza...

A (Giulia F.): Numero d'ordine!

A (Gianmaria): Eh! sì! Ad esempio il secondo due per se stesso due per due più tre fa sette ed è giusto. Può quindi aver guardato solo i primi due grattacieli.

I: Vediamo allora di cercare di capire se la strategia di Elena è corretta.

A (Giulia): Al primo grattacielo enne è uguale a uno. Così scrivo: uno alla seconda più tre. Quattro è corretto.

A (Adem): Per il secondo grattacielo bisogna scrivere: due alla seconda più tre. Sette è corretto.

I: Quindi la strategia di Elena...

A (Andrea): Dobbiamo fare delle altre prove!<sup>54</sup>

A (Sarah): Proviamo con il numero otto.

I: Vediamo di definire il numero di fiammiferi all'ottavo grattacielo.

A (Sarah): Otto alla seconda più tre. Sessantasette non è giusta.

I: Quindi...

A (Giulia F.): Quindi Elena ha analizzato solo i primi due grattacieli e poi si è fermata.

A (Riccardo B.): La strategia corretta è quella di Giorgio.

A (Giulia F.): Ci serve una strategia che valga per tutti i casi.

A (Riccardo B.): Quindi una strategia non è una strategia se vale solo per i numeri pari o dispari.<sup>55</sup>

A (Riccardo A.): Una strategia è corretta quando vale per tutti i numeri.

A (Marika): Quando è valida per i numeri pari, dispari.

<sup>49</sup> Bene Andrea, tende a generalizzare.

<sup>50</sup> Supponiamo che  $n$  sia il numero d'ordine.

<sup>51</sup> Anche qui mi sarebbe sembrato molto opportuno un intervento dell'insegnante.

<sup>52</sup> L'anno scorso ho introdotto le potenze come numeri che saltano... tre alla seconda: il tre salta due volte! 😊

<sup>53</sup> Se l'insegnante non interviene su questo tipo di affermazioni penso che abbia delle ragioni didattiche ben precise, ma non riesco a coglierle.

<sup>54</sup> Cerco di incastrarli ma non ci riesco.

<sup>55</sup> Avrei messo in discussione la frase di Riccardo B.

A (Andrea): L'ipotesi di Marika non è corretta perché anche Elena ha fatto così: ha provato con un numero pari e uno dispari.<sup>56</sup>

A (Sarah): Si può fare tipo il più piccolo poi con un numero più grande.

A (Riccardo B.): Non posso mai stabilire con assoluta certezza se una strategia è corretta perché i numeri sono infiniti.

A (Giulia P.): È corretta quando non c'è nessuna eccezione.

<sup>57</sup>

*Anche la seconda ora sta per terminare così decido riassumere le osservazioni dell'attività.*

I: Ok! Le vostre osservazioni sono tutte importanti. Abbiamo visto che la strategia di Elena è sbagliata mentre quella di Giorgio è corretta. Abbiamo visto come ha ragionato Giorgio, cosa rappresenta enne nella sua strategia, e cosa rappresenta tre. Abbiamo sottolineato anche come tra di voi siano emerse diverse strategie, tutte mi permettevano di definire il numero di fiammiferi in un grattacielo. Abbiamo anche visto che per costruire una successione mi serve conoscere oltre al passo anche il numero di partenza. Molto bene. Feed-back positivo da parte di tutti. Mi dispiace che Mirco non abbia potuto partecipare e contribuire più significativamente alla discussione a causa della tosse. Ho apprezzato lo sforzo di Sarah nell'intervenire nella discussione, la prossima volta speriamo tu possa partecipare con maggior competenza. Giulia F. molto bene, solo un maggior sicurezza non aver paura di sbagliare perché come vedi gli errori ci aiutano a scoprire la strada giusta. Mi dispiace di non essere riuscita a coinvolgere appieno Adem e Gessica che immagino si siano parecchio annoiati. Peccato avremmo gradito tutti il vostro contributo, sono convinta però che la prossima volta riuscirò ad accalappiare la vostra partecipazione.

Signori, grazie a tutti.

<sup>58</sup>

---

<sup>56</sup> Ok.

<sup>57</sup> Riccardo e Giulia ripropongono il problema della attendibilità delle sperimentazioni.

<sup>58</sup> Bella chiusura.

17 dicembre 2008

parte seconda

Verbale 2 uso del registratore

*Obiettivo: confrontare il modo di pensare sotteso ad ogni strategia per la costruzione della successione.*

I: Allora signori, siccome la terza ora non ci sarà la prof di educazione tecnica, ci sarà...

A (Giulia F.): Lei!

I: No! Sono in terza l'ora successiva Giulia. Ci sarà la prof. Ferrari potremmo quindi sfruttare questa occasione per affrontare in lavoro individuale una nuova attività sulle successioni oppure potremmo cogliere l'occasione per fare un po' di analisi logica con la prof.

Cl: No!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

I: Stop! Ok! Va bene allora. Attività individuale per l'ora di sostituzione. Vediamo invece adesso di ricapitolare le idee e le osservazioni che sono emerse la volta scorsa per poter permettere a Luisa, che non c'era, di seguire più consapevolmente la discussione.

*Ricordiamo come ci si comporta in discussione collettiva, l'attività di esplorazione etc.*

I: Quali parole chiave sono emerse? Noi le scriviamo sul quaderno dopo il titolo "Costruzioni pericolose parte seconda"

A (Riccardo B.): Successione.

I: E quali sono le caratteristiche di una successione?

A (Khalid): Eh... una successione è un ordine che va sempre... che va sempre con lo stesso numero... che va sempre nel secondo scalino con lo stesso numero...

A (Jessica): Che va sempre avanti aggiungendo sempre lo stesso numero

A (Marika): È una sequenza infinita di numeri.

<sup>59</sup>

I: Ok! Allora ripeto con le vostre parole va avanti sempre con lo stesso numero, è una sequenza infinita... quali altre osservazioni si possono fare su una successione?

A (Riccardo B.): Lo stesso numero può essere a sua volta una successione. Cioè per esempio prima posso aumentare di cinque poi di due poi torno di cinque poi ancora di due<sup>60</sup>.

I: Allora proviamo a definire meglio cosa serve per definire una successione

A (Marika): Mah! Mi serve un numero di partenza. Dal quale partire!

I: Allora ci serve un numero di partenza. E che numero vorreste per partire?<sup>61</sup>

A (Riccardo B.): Diciassette. Più cinque ventidue meno due venti meno più cinque etc...

A (Andrea): Non si deve ripetere lo stesso numero ma deve avere lo stesso passo<sup>62</sup>.

A (Adem): Gli stessi spostamenti.

I: Ma che cos'è il passo?

A (Andrea): Il materiale da costruzione<sup>63</sup>.

A (Khalid): Il salto che si fa da un numero all'altro

<sup>59</sup> *Tento un confronto tra Marika e Jessica: quasi meglio le parole "semplici" ma di immediata interpretazione di Jessica. Si potrebbe dire che siano entrambe, pur nella loro diversità, mattoni necessari alla costruzione 'balbettante' di una conoscenza condivisa. Viene da pensare che stia qui una delle grandi difficoltà per l'insegnante: cogliere questi momenti chiave della discussione collettiva, riproporli alla classe, farli parafrasare agli alunni nella ricerca di un embrione di sintesi concettuale, evitando che rimangano nell'ambito locale di contributi interessanti che rischiano però di rimanere sterili di significati (non è produttivo che la sintesi la faccia l'insegnante). Ipotizzo lo scenario per un intervento simile: Jessica allude all'infinito attraverso l'uso dell'avverbio 'sempre', che fa parte di un lessico ingenuo molto diffuso: 'La somma degli angoli interni di un triangolo fa sempre 180°', 'Un numero pari è sempre divisibile per 2' e così via. La definizione di Marika, come dice M, è più immediata, ma potrebbe beneficiare di quella di Jessica per raffinare la parte del 'sempre'. Si può far scoprire alla classe che la definizione di Jessica, d'altro canto, non prevede una regolarità nella sequenza di numeri. Si potrebbe giungere quindi alla costruzione collettiva alla lavagna di una definizione provvisoria del tipo di quella elaborata in un ambiente simile da una quinta elementare: 'È una sequenza infinita di numeri che si ottengono aggiungendo uno stesso numero al numero precedente'.*

<sup>60</sup> *Si potrebbe aprire una discussione su questa affermazione di Riccardo. Decido di non farlo perché sono consapevole che le capacità di astrazione non sono da tutti così abilmente padroneggiate. OK.*

<sup>61</sup> *Mi collego alla conclusione del mio Commento precedente: se la classe fosse pervenuta a quella definizione o ad una simile, si potrebbe integrare in essa la proposta di Marika giungendo ad una variante altrettanto 'ingenua' e perfettibile (siamo in pieno balbettio algebrico): 'È una sequenza infinita di numeri che si ottengono aggiungendo uno stesso numero a partire da un numero dato'.*

<sup>62</sup> *Penso che Andrea si riferisca alla successione-tabellina, non sono sicura di aver capito il suo pensiero.*

<sup>63</sup> *Perché non è stato chiesto cosa intendesse dire? Si tratta di un 'gergo di classe'?*

I: Ma da che cosa è rappresentato questo salto?<sup>64</sup>

A(Amine): Da un più.

I: Che cos'è "più"?<sup>65</sup>

A (Amine): Ad... dizione e nu... mero.

A (Riccardo B.): Operazione e numero con lo stesso ordine.

I: Bene! Quali altre parole chiave abbiamo introdotto?<sup>66</sup>

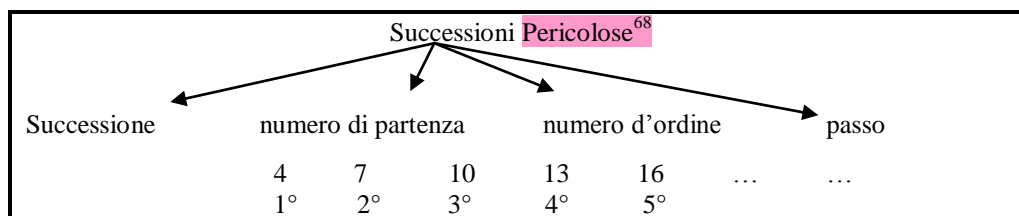
A (Andrea): Numero d'ordine.

A (Giulia F.): La posizione in cui si trova il numero<sup>67</sup>

I: Ok! Qual era la successione di Lorenzo?

A (Giulia F.): 4, 7, 10, 13, 16, ...

Scrivo alla lavagna:



I: Luisa secondo te al settimo posto che numero ci sarà?<sup>69</sup>

A (Luisa): Ventidue

A (Mirco): Il posto lo abbiamo chiamato numero d'ordine.

A (Sarah): Poi il numero di partenza lì è quattro e +3 il passo.

A (Khalid): Poi l'altra parola era strategia. C'era la strategia di Giorgio e la strategia di Elena.

I: E che cos'è una strategia?

A (Andrea): Una frase matematica da cui posso trovare il numero di fiammiferi attraverso il numero d'ordine o viceversa<sup>70</sup>

A (Marika): Però la strategia di Elena era sbagliata.

I: Bene! C'era la strategia di Elena che era sbagliata e la strategia di Giorgio. Qual era la strategia di Giorgio?

A (Sarah): Quattro più aperta parentesi enne meno uno chiusa parentesi per tre.

<sup>64</sup> Perché l'insegnante interviene sulla frase di Khalid e non su quella di Andrea? Perché è più coerente con il suo obiettivo, immagino, ma penso che non sia una motivazione sufficiente.

<sup>65</sup> Per aiutare Amine avrei detto: "Fammi un esempio".

<sup>66</sup> Non proprio bene, la frase di Amine non mi è del tutto chiara, intendeva operazione (+) seguita da numero (3)?

<sup>67</sup> Corrispondente ai fiammiferi di un grattacielo.

<sup>68</sup> Ho perso qualcosa. Perché 'pericolose'?

<sup>69</sup> Una domanda formulata in questo modo conduce inesorabilmente al prodotto, come accade puntualmente con il '22' di Luisa. Perché l'insegnante non ha chiesto di esplicitare il processo?

<sup>70</sup> Bravo Andrea. 'Bene Andrea', di nuovo faccio le pulci: 1°: la strategia può essere espressa sia in lingua italiana che nel linguaggio specifico matematico (v. il modo in cui si sta muovendo l'insegnante), 2°: la strategia, per es. quella di Giorgio, esprime un legame / relazione tra grandezze in gioco (numero d'ordine e numero di fiammiferi). (1) 'Bravo Andrea' è solo un appunto da insegnante di classe, non da insegnante sperimentatore (v. Commento 16); non è un Commento, per l'accezione che ha questo termine nella metodologia che stiamo seguendo. Credo che sia più formativo per l'insegnante redigere Commenti più argomentati. (2) A proposito del termine 'strategia'. Il Dizionario De Mauro on line lo definisce come "Modo di agire, di comportarsi, ecc., volto al raggiungimento di un determinato fine". A me verrebbe spontaneo, nella prospettiva Early Algebra, parlare piuttosto di *processo*, di cui nel Glossario scriviamo 'La rappresentazione del processo mette in luce le relazioni fra gli enti in gioco, ne costituisce una traduzione in linguaggio matematico'. Inviterei l'insegnante ad utilizzare (e a far utilizzare agli alunni) questo termine che, assieme a 'prodotto' e alle coppie 'rappresentare-risolvere' e 'trasparente-opaco' costituisce una delle dualità fondamentali del quadro teorico del Progetto ArAl.

Mi sembra interessante riportare due Commenti concatenati (Malara, Navarra) fatti nel gruppo di diari di Fantini 2006/2007 in occasione dell'uso dello stesso termine 'strategia':

Il termine 'strategia' usato dall'allievo va commentato nell'ottica della visione relazionale. Si poteva discutere con gli allievi. Ribadisco un concetto che mi sembra molto importante. Il termine usato 'strategia' è evidentemente corretto, ma esso fa riferimento soprattutto alle intenzioni dell'autore, cioè ad aspetti esterni all'oggetto; il termine processo si riferisce invece alla struttura dell'oggetto matematico, e alle relazioni fra gli enti che lo compongono, ne dà quindi una definizione interna.

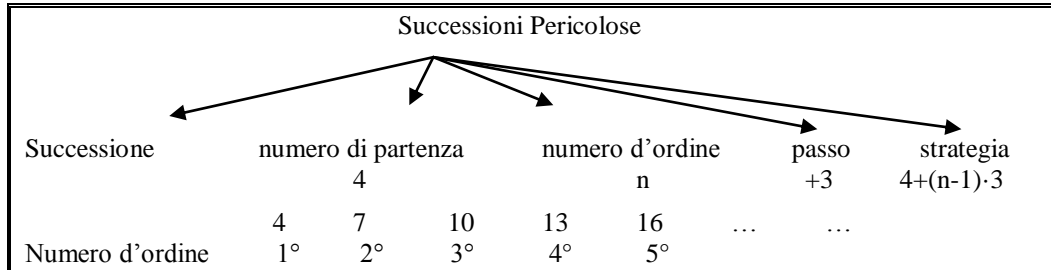
I: Proviamo a tradurre questa frase matematica di Giorgio. Il quattro cosa rappresenterà?<sup>71</sup>

A (Sarah): Quattro è il numero di partenza

A (Adem): Enne il numero d'ordine e tre era il passo

I: Gianmaria, se enne è il numero d'ordine, enne meno uno cosa rappresenta?

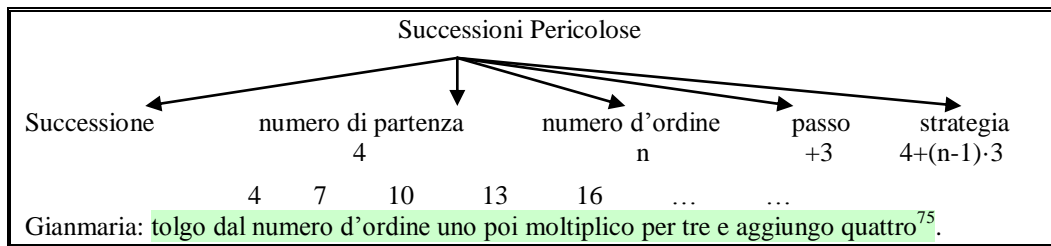
A (Gianmaria): Rappresenta il numero d'ordine precedente ovvero il numero d'ordine meno il numero d'ordine di partenza<sup>72</sup>.



I: Molto bene. Allora quello che dovremmo fare oggi è ricapitolare le strategie che avete proposto e confrontarle anche con la strategia di Giorgio. Dobbiamo quindi verbalizzare<sup>73</sup> tutte le vostre strategie<sup>74</sup> alla lavagna. Ricordo le strategie di Jessica, di Gianmaria, di Giulia P. e di Marika. E magari se c'è qualche altra strategia l'aggiungiamo.

A (Gianmaria): La mia era 'tolgo dal numero d'ordine uno poi multiplico per tre e aggiungo quattro'.

Scrivo alla lavagna.



I: Gessica l'altra volta come l'avevamo scritto il numero d'ordine per abbreviare?<sup>76</sup>

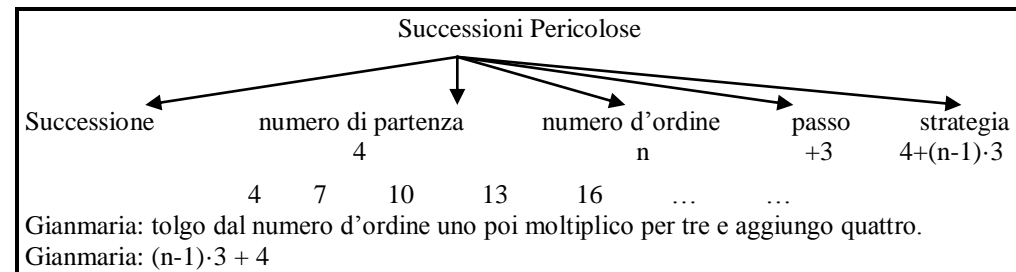
A (Gessica): ...

Guardo Adem perché Gessica continua a fissare il vuoto.

A (Adem): Enne.

A (Khalid): Prof. adesso la traduciamo però<sup>77</sup>.

A (Sarah): Aperta parentesi enne meno uno chiusa parentesi per tre più 4. Scrivo in linguaggio matematico:



<sup>71</sup> Non avrei posto la seconda domanda, così lascio completa libertà a Sara. È possibile però che I abbia cercato di aiutare l'alunno.

<sup>72</sup> Questa precisazione di Gianmaria mi convince poco. L'1 del '-1' non c'entra con l'1 come 'numero d'ordine di partenza'. Il riferimento di questa precisazione è del tutto locale. Se il passo fosse diverso da '-1' cosa direbbe Gianmaria?

<sup>73</sup> Sarebbe meglio precisare se in linguaggio naturale o matematico.

<sup>74</sup> Da qui in poi al posto di 'strategie' userei 'processi' (v. Commento).

<sup>75</sup> In questo momento i ragazzi si trovano, alla lavagna, due linguaggi per parlare di uno stesso argomento "le strategie" (concordo): sarebbe stato molto forte (...) se qualcuno si fosse accorto che la frase di Giorgio esprimeva lo stesso concetto della frase di Gianmaria. Osservazione molto pertinente.

<sup>76</sup> Era appena stato detto... ma ho visto che Gessica non seguiva... nemmeno con lo sguardo. Perché per "abbreviare"?

<sup>77</sup> Khalid انت تنين (Khalid sei un drago!)

I: Ok! Gianmaria ti ritrovi?

A (Gianmaria): Sì è uguale a quella di Giorgio solo che il più quattro invece che all'inizio l'ho messo alla fine<sup>78</sup>.

I: Qual è la differenza tra Gianmaria e Giorgio?

A (Riccardo B.): Con le regole di precedenza il risultato non cambia quindi è la stessa cosa.

A (Andrea): Stessa cosa però Giorgio c'è arrivato in modo diverso rispetto a Gianmaria<sup>79</sup>.

A (Khalid): Giorgio parte da quattro che è il numero di partenza.

A (Riccardo B.): I fiammiferi del primo grattacielo<sup>80</sup>.

I: Quindi Giorgio costruisce prima il primo quadrato in basso...

A (Khalid): ... poi aggiunge fiammiferi da tre per cinque volte... per costruire il sesto grattacielo.

A (Gianmaria): Il tre si moltiplica per il numero d'ordine precedente. Mentre io sono partito dal numero d'ordine precedente moltiplicato per tre - che sono i fiammiferi aggiunti al numero di partenza - e poi aggiunti al numero di partenza. Io per costruire il mio grattacielo parto dal grattacielo precedente e aggiungo<sup>81</sup>.

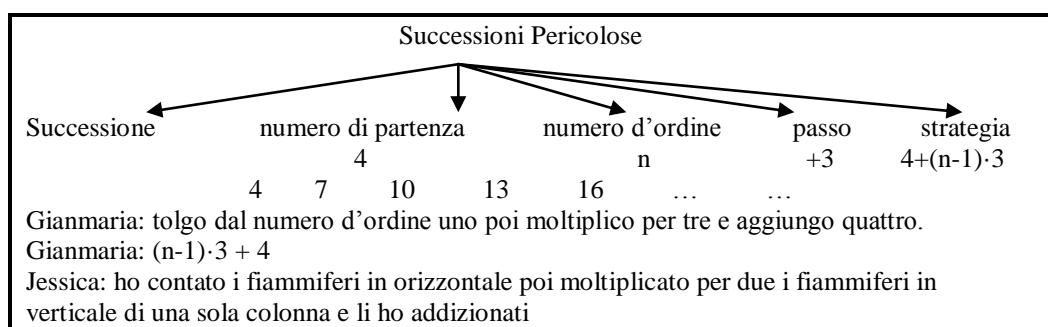
I: Giorgio invece...

A (Gianmaria): Osserva il gruppo di quattro all'inizio. Parte dal basso.

I: Molto bene.

A (Jessica): Poi c'era la mia strategia.

I: Jessica diceva "ho contato i fiammiferi in orizzontale poi moltiplicato per due i fiammiferi in verticale di una sola colonna e li ho addizionati". Vediamo di capire come ha ragionato Jessica<sup>82</sup>.



A (Giulia F.): I fiammiferi in orizzontale sono sette mentre i fiammiferi in verticale sono sei. Quindi sette più sei per due<sup>83</sup>.

A (Gianmaria): Diciannove che è corretto. Comunque se lei facesse un grattacielo di cento dovrebbe fare cento più uno più cento per due<sup>84</sup>.

I: Prova a verificare la strategia con un numero d'ordine più basso che così io mi perdo.

A (Gianmaria): Col quinto in orizzontale ci sono sei fiammiferi in orizzontale.

A (Adem): Nel sesto ce ne sono...

I: Nel quarto grattacielo ci sono quanti fiammiferi in orizzontale?

A (Adem): Cinque.

I: Bene! Nel quinto grattacielo?

A (Adem): Sei... nel sesto sette fiammiferi in orizzontale.

I: Quanti fiammiferi in verticale ci sono nel sesto grattacielo?

A (Gessica): Di una colonna sei.

<sup>78</sup> OK.

<sup>79</sup> Riflessione: la lettura di Riccardo B è di tipo "aritmetico" - piano conoscenze, la lettura di Andrea di tipo "logico" - piano significati. Bella osservazione. 'Seminare' queste puntualizzazioni nel corso delle discussioni porta contributi importanti alla costruzione della comprensione dei significati.

<sup>80</sup> Gli alunni dovrebbero essere invitati a costruire osservazioni più argomentate. Il contratto didattico va definito in questo senso, evidenziando le differenze sostanziali fra una definizione locale (con il rischio dell'opacità) e una globale (il cui potenziale pregio è un'auspicabile maggiore trasparenza).

<sup>81</sup> La spiegazione di Gianmaria non mi convince: penso che lui abbia semplicemente deciso di mettere prima in evidenza la regolarità dei quadrati da  $n > 1$  (solo tre fiammiferi), poi ha aggiunto la costante (4) del 1° quadrato. Può essere stata una pura casualità, se si legge indietro nel diario si trova, come già evidenziato, Gian=Giorgio.

<sup>82</sup> Jessica ha spiegato il suo modo di procedere, si tratta ora di mettere in evidenza, nella sua strategia, la relazione tra numero di posto e il numero di fiammiferi del grattacielo, in pratica inseriamo la variabile n.

<sup>83</sup> Si parla del 6° grattacielo.

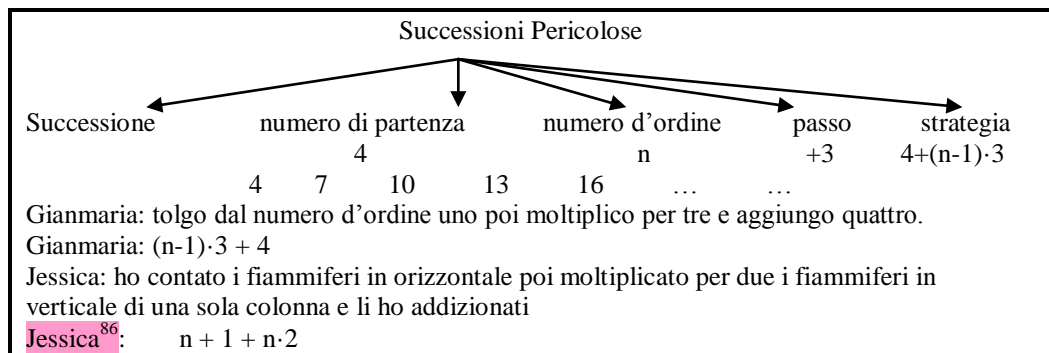
<sup>84</sup> Fine l'uomo. Si è accorto del dettaglio che fa la differenza.

A (Mirco): Nel quinto cinque, nel quarto quattro, nel terzo tre.

A (Jessica): Quindi con la strategia che ho fatto io per conoscere i fiammiferi in orizzontale per ogni grattacielo basta scrivere più uno al numero d'ordine del grattacielo mentre i fiammiferi in verticale basta conoscere il numero d'ordine e moltiplicarlo per due.

A (Giulia P): **Quindi si traduce con enne più uno più enne per due.**<sup>85</sup>

Scrivo in linguaggio matematico



A (Marika): Non ho capito.

I: **Enne più uno rappresenta i fiammiferi in orizzontale mentre enne per due sono i fiammiferi in verticale. Chiaro?**<sup>87</sup>

A (Marika): Ok! Ci sono.

A(Giulia F.): Le confrontiamo?

I: Prima scriviamo tutte le strategie alla lavagna. Manca la strategia di Giulia P. che, riporto dalla registrazione, diceva "potevo anche fare il numero d'ordine per quattro che sarebbe venuto ventiquattro c'erano cinque fiammiferi in più perché cinque quadrati dei sei sono formati da tre fiammiferi anziché da quattro e quindi tolgo cinque."

Scrivo alla lavagna testualmente.

<sup>85</sup> Mi soffermo sulla sequenza di interventi compresi fra quello di Giulia F. a questo di Giulia P. (1) Giulia conclude in modo coerente la sua analisi del sesto grattacielo ( $7+6 \times 2$ ). (2) Gianmaria passa a 100 grattacieli ma (3) l'insegnante, probabilmente per facilitare la comprensione ai compagni, ritorna alle figure visibili (sarebbe stato meglio non rivolgersi più a Gianmaria). Fin qui è chiaro, poi l'intreccio si fa molto confuso. (4) Ancora Gianmaria si concentra sul quinto grattacielo ma si limita ai fiammiferi orizzontali. (5) Adem ritorna al sesto (forse non ha seguito l'intervento di Giulia) ma (6) I lo interrompe (presumibilmente perché il sesto non è disegnato) e indica il quarto richiamando l'attenzione anche lei solo sui fiammiferi orizzontali. Dopo la (7) risposta di Aden ('Cinque') (8) I torna al quinto (che era già stato esaminato pochi secondi prima da Gianmaria), e (9) Adem risponde ancora ('Sei') e poi ritorna al sesto grattacielo, sempre concentrandosi però sui soli fiammiferi orizzontali. (10) I rimane sul sesto grattacielo spostando l'attenzione sui fiammiferi verticali. (11) Gessica risponde limitandosi ai sei di una sola colonna. (12) Mirco conclude elencando i fiammiferi verticali di una sola colonna di tre dei grattacieli più bassi. (13) Infine Jessica (a proposito: Jessica e Gessica sono alunne differenti, giusto?) riconduce il discorso ad un livello di maggiore completezza richiamando la sua frase scritta alla lavagna. (14) Giulia generalizza ad un livello che probabilmente molti non riescono a seguire.

Fino a (3) seguono: si sta lavorando sulla proposta di Jessica. Ma poi: perché I accetta che (4) sposti l'attenzione dalla formula generale ai soli fiammiferi orizzontali condizionando gli interventi (5)-(9)? Perché in (10) introduce i soli verticali? Perché, dopo i risultati avanzati raggiunti con le frasi scritte alla lavagna di Gianmaria e Jessica, torna a spezzettare la discussione in tanti botte e risposta a livello locale?

<sup>86</sup> Dovrebbe essere Giulia P.

<sup>87</sup> Per agevolare la messa in formula, si poteva anche ricorrere ad una rappresentazione schematica, per es. riprendendo la scheda iniziale si potevano mettere in corrispondenza numero grattacielo e relativa strategia di calcolo del numero dei fiammiferi, magari sottolineando con i ragazzi sia eventuali permanenze numeriche sia variazioni. Il chiarimento sul significato della proposta di Giulia P. avrebbe dovuto non essere fatto dall'insegnante, ma richiesto alla classe, perché Marika è stata quella che ha posto la domanda, ma certamente anche altri compagni non l'avevano capita. Mi sembra di riconoscere qualcosa che ha a che fare con il costrutto di 'devoluzione' di Brousseau, in cui l'insegnante fa accettare all'alunno la responsabilità di una situazione di apprendimento e accetta lui stesso le conseguenze di questo transfer. Naturalmente le mie osservazioni hanno un carattere soprattutto metodologico e vanno al di là della situazione analizzata - perché non conosco la classe e quindi non riesco, per esempio, a valutare la risposta rassicurante di Marika (che comunque non credo fosse l'unica a non aver capito).

Successioni Pericolose

Giulia P.: il numero d'ordine per quattro che sarebbe venuto ventiquattro c'erano cinque fiammiferi in più perché cinque quadrati dei sei sono formati da tre fiammiferi anziché da quattro e quindi tolgo cinque

Gianmaria: tolgo dal numero d'ordine uno poi multiplico per tre e aggiungo quattro.

Gianmaria:  $(n-1) \cdot 3 + 4$

Jessica: ho contato i fiammiferi in orizzontale poi multiplico per due i fiammiferi in verticale di una sola colonna e gli ho addizionati

Jessica:  $n + 1 + n \cdot 2$

A (Andrea): Quindi poiché il numero dei piani corrisponde al numero d'ordine scrive enne per quattro facendo finta che ogni piano sia formato da quattro fiammiferi<sup>88</sup>.

A (Giulia P.): Io praticamente avevo pensato che essendoci sei piani ci sarebbero quindi 24 fiammiferi se ogni piano non avesse un lato in comune con il piano precedente, poi poiché ogni piano, tranne il primo è formato da tre fiammiferi tolgo cinque fiammiferi<sup>89</sup>.

*Rappresento con un disegno il modo di costruire il grattacielo di Giulia P. costruendo i piani da quattro fiammiferi e facendo sparire successivamente i fiammiferi in eccesso.*

A (Gianmaria): Cioè il numero d'ordine precedente qui corrisponde al numero d'ordine di fiammiferi che non servono, che mi avanzano.

I: Ok!? Signori ci siete? Ci fermiamo o andiamo avanti?

Ci: Avanti!

I: Manca la strategia di Marika "io ho osservato che multiplico il numero d'ordine del grattacielo cioè il numero di grattacielo con il passo che rappresenta di quanti fiammiferi aumento ogni grattacielo aggiungo uno perché il primo quadrato ha un lato in più"<sup>90</sup>.

A (Mirco): Facciamo un po' di chiarezza. Il numero d'ordine è enne...

*Io scrivo alla lavagna.*

A (Mirco): Il passo è tre, quindi per tre... e aggiungo uno perché il primo grattacielo ha un lato in più.

*Io scrivo alla lavagna in linguaggio matematico.*<sup>91</sup>

Successioni Pericolose

Giulia: il numero d'ordine per quattro che sarebbe venuto ventiquattro c'erano cinque fiammiferi in più perché cinque quadrati dei sei sono formati da tre fiammiferi anziché da quattro e quindi tolgo cinque  $n \cdot 4 - (n-1)$

Marika: multiplico il numero d'ordine del grattacielo cioè il numero di grattacielo con il passo che rappresenta di quanto fiammiferi aumento ogni grattacielo aggiungo uno perché il primo quadrato ha un lato in più"  $n \cdot 3 + 1$

Gianmaria: tolgo dal numero d'ordine uno poi multiplico per tre e aggiungo quattro.

Gianmaria:  $(n-1) \cdot 3 + 4$

Jessica: ho contato i fiammiferi in orizzontale poi multiplico per due i fiammiferi in verticale di una sola colonna e gli ho addizionati

Jessica:  $n + 1 + n \cdot 2$

I: Molto bene Mirco grazie. Così abbiamo reso le cose più chiare, forse.

A (Riccardo B.): Vorrei ragionare per verificare se è esatta... perché la strategia di Elena ad esempio non è esatta.

A (Riccardo A.): Sei per tre diciotto più uno diciannove, sette per tre ventuno più uno ventitre<sup>92</sup>.

<sup>88</sup> OKkkkk

<sup>89</sup> OK. *L'ottimo livello di questi due ultimi interventi mi sembrano confermare quanto dicevo in conclusione del mio lungo Commento precedente (85): la classe (non tutti gli alunni, ma la classe nel suo insieme, come entità sociale) era pronta per riflessioni, produzioni, confronti di carattere generale.*

<sup>90</sup> *La frase di Marika esprime una procedura corretta per il calcolo dei fiammiferi ma non sarebbe stato male se Marika avesse immesso per es. "...cioè il numero di grattacielo, ossia il numero dei quadrati, con il passo..."*

<sup>91</sup> *Un passaggio così fondamentale come la traduzione dal linguaggio naturale a quello matematico non dovrebbe essere scritto dall'insegnante, ma dalla classe.*

<sup>92</sup> Ventidue.



A (Riccardo B.): Ok ok è esatta. Allora sono tutte esatte!<sup>93</sup>

I: Vediamo di ricapitolare tutte le strategie che avete formulato.

Le sintetizzo alla lavagna.

Successioni Pericolose
Giorgio: $4 + (n-1) \cdot 3$
Giulia: $n \cdot 4 - (n-1)$
Marika: $n \cdot 3 + 1$
Gianmaria: $(n-1) \cdot 3 + 4$
Jessica: $n + 1 + n \cdot 2$

I: Abbiamo visto come hanno ragionato Giorgio e Gianmaria. Jessica dispone prima i fiammiferi in orizzontale e poi aggiunge quelli in verticale, Giulia costruisce il grattacielo rappresentando dei quadrati e poi ha tolto i fiammiferi in eccesso, Marika invece ha immaginato che tutti i piani fossero formati da tre fiammiferi e ha aggiunto un fiammifero alla fine.

A (Giulia F.): Dovremmo verificare se sono corrette.

A (Riccardo B.): Al posto delle lettere mettiamo i numeri come prima.

Facciamo alcune verifiche orali per ogni strategia, verificiamo che sono valide.<sup>94</sup>

I: Allora abbiamo verificato che queste strategie sono valide per cosa?

A (Marika): Le strategie servono per determinare il numero di fiammiferi in base al numero d'ordine.

Successioni Pericolose
Giorgio: $4 + (n-1) \cdot 3$
Giulia: $n \cdot 4 - (n-1)$
Marika: $n \cdot 3 + 1$
Gianmaria: $(n-1) \cdot 3 + 4$
Jessica: $n + 1 + n \cdot 2$

} = numero di fiammiferi

A (Riccardo B.): Il numero dei fiammiferi dipende dal numero d'ordine... come l'altro giorno... allora variabile dipendente e variabile indipendente<sup>95</sup>

Suona la campanella

A (Giulia F.): Com'era la variabile dipendente?

A (Adem): Ipsilon.

A (Andrea): Il numero dei fiammiferi ipsilon dipende dal numero d'ordine ics.

I: Allora se volessi tradurre la strategia di Giorgio per riportarla sul piano cartesiano?

Cl:  $4 + (x-1) \cdot 3$

Scrivo alla lavagna

A (Gianmaria): Allora la mia è ipsilon... sì: ipsilon uguale aperta tonda ics meno uno chiusa tonda per tre più quattro

I: Bene, continuiamo!

A(Jessica): Ipsilon uguale ics più uno più ics per due.

A(Giulia P.): Ics per quattro meno ics meno uno.

A(Marika): Ipsilon uguale ics per tre più uno.

Si scrivono tutte le strategie.<sup>96</sup>

<sup>93</sup> La classe aveva già capito che la strategia di Elena non è esatta. Perché I non ha puntualizzato questa conclusione di Riccardo B?

<sup>94</sup> Lo facciamo per rilassarci un po'; ai ragazzi piace operare con i numeri.

<sup>95</sup> Riccardo si riferisce ad un'attività di traduzione dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico del tipo - ipsilon corrisponde al triplo di ics - che ha permesso una riflessione sia sul significato di triplo ( $x \cdot 3$  o  $3 \cdot x$ ) e sul fatto che il valore di ipsilon dipende dal valore di ics. Da qui l'introduzione di variabile dipendente e indipendente. Molto interessante.

<sup>96</sup> Mi sono chiesta il perché di quest'ultima riscrittura delle strategie: i ragazzi non sono ancora pronti per nomi diversi degli assi, ovvero accettare che gli assi abbiano i nomi delle grandezze rappresentate.

Successioni Pericolose			
Giorgio: $4 + (n-1) \cdot 3$	} = numero di fiammiferi		$y = x \cdot 4 - (x-1)$
Giulia: $n \cdot 4 - (n-1)$			$y = x \cdot 3 + 1$
Marika: $n \cdot 3 + 1$			$y = (x-1) \cdot 3 + 4$
Gianmaria: $(n-1) \cdot 3 + 4$			$y = (x+1) + x \cdot 2$
Jessica: $n + 1 + n \cdot 2$			

I: Molto bene ragazzi!!! Per concludere: siamo partiti dal linguaggio iconico di Lorenzo, passati dal linguaggio naturale, approdati al linguaggio algebrico per definire le strategie e in rotta verso il piano cartesiano. Bravi tutti! Proviamo quindi a rappresentare sul piano cartesiano la strategia di Giorgio.

A (Andrea): prof! però in questo caso il numero d'ordine non può essere un numero decimale.

Cl: Eh no!!!... Mezzo numero d'ordine... metà piano.....<sup>97</sup>

I: E questo cosa comporta?

A (Andrea): Eh! Non posso unirli i punti come in informatica<sup>98</sup>.

I: Signori! Allora cerchiamo di ricomporci. Non possiamo unire i punti perché non possono essere presi in considerazione valori della ics decimali. Ringrazio tutti... vi meritate cinque minuti per riprendervi dall'immane fatica. Vi ricordo che con la prof. Ferrari dovete terminare la consegna di rappresentare su piano cartesiano, stabilite voi l'unità di misura opportuna, la strategia di Giorgio e la strategia di Elena che ancora non abbiamo scritto. Potete lavorare a coppie se volete purché riusciate a moderare volume e tono della voce. Grazie di nuovo signori, bel lavoro. Siete liberi.

<sup>97</sup> Gli alunni intervengono senza avere il potere di parola! Sono stanchi.

<sup>98</sup> Andrea intende in laboratorio di informatica in cui abbiamo utilizzato Excel per rappresentare graficamente la relazione tra cucchiari di aria fritta e grammi di polvere d'ipeacuana tradotta dalla situazione problematica "SatanarchibugiardinfernacolicogrLog di Magog" che introduce al pensiero proporzionale.