

5 novembre 2018

1

Commenti *Insegnante di classe*

Commenti *Giancarlo Navarra*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: la classe **IV C** è composta da 22 alunni, di cui 11 maschi e 11 femmine. La classe si è dimostrata fin da subito di livello medio basso, però si è sempre dimostrata molto volenterosa e ben disposta a conversazioni collettive e a lezioni di tipo interattivo.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: Successioni come funzioni. La classe non ha mai lavorato su questo argomento.

COMPETENZE DA ATTIVARE:

Riconoscere in una successione la differenza tra modulo ed elemento.

1.



1. *L'insegnante chiede di osservare cosa è stato messo sul banco.*²
2. I: Secondo voi cos'è quello che io ho fatto qui?
3. Carlo: Una conchiglia e... dei pezzetti di legno.³
4. Antonio: Sono delle operazioni: 2 più due, più 2... la conchiglia sarebbe il più. 2 più 2... e poi continua così.
5. I: Secondo Antonio sarebbe un'operazione. Secondo voi?
6. Camilla: Una sequenza.⁴
7. Marco: Una sequenza, tipo: una conchiglia corrisponde a due blocchetti e facciamo che ogni blocchetto è un chilometro.
8. I: *Qualcuno ha qualche altra idea?*⁵
9. Artemisia: Secondo me una sequenza.
10. I: Chi è che è d'accordo sul fatto che sia una sequenza?
11. *Alza la mano la maggioranza.*
12. I: Ma da cosa capite che è una sequenza?

¹ Chiedo che il presente diario venga confrontato con quello riferito alla classe parallela IV A, essendo stata effettuata la stessa lezione dalla stessa insegnante, nello stesso giorno. Ho ritenuto opportuno inserire entrambi le trascrizioni nello stesso file, così si possono effettuare confronti anche tra i commenti.

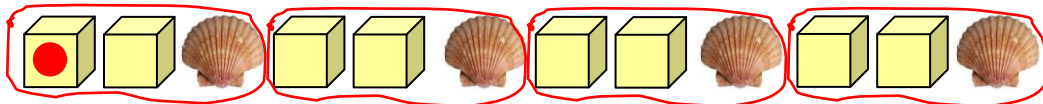
² Per favorire il lettore, inserisco un disegno.

³ Premetto che gli alunni hanno la percezione che stia succedendo qualcosa di realmente diverso nel momento in cui si accorgono che l'insegnante cambia in modo evidente il modo di porsi nei confronti delle loro risposte. Si pensi – a mente fredda, a tavolino - a quale sia la relazione fra la domanda (2) "Secondo voi cos'è quello che io ho fatto qui?" e la risposta di Carlo (3) "Una conchiglia e dei pezzetti di legno". Cioè: l'insegnante 'ha fatto' una conchiglia e dei pezzetti di legno? Evidentemente no. Sembra che Marco risponda alla domanda "Cosa vedete sulla cattedra?". Una risposta accettabile sarebbe stata per esempio: "Ha messo in fila delle conchiglie e dei pezzi di legno". In altre parole: riteniamo che alla base del rinnovamento nell'insegnamento dell'aritmetica ci sia il rinnovamento del linguaggio, e su questa base è necessario negoziare e condividere con gli alunni un chiaro e preciso contratto didattico che collochi in una diversa prospettiva verbalizzazione, argomentazione, discussione. La situazione che sto esaminando si ripete molto di frequente: (6), (9), (21), (29), (31), (33), (36), (42), (44), ... Gli alunni non usano verbi, quasi solo articoli e nomi ma, senza un soggetto e un verbo, non si costruiscono argomentazioni, mentre invece questo dovrebbe essere uno dei punti più importanti per rinnovare la propria didattica in una prospettiva algebrica. Consiglio la lettura di [FAQ-D trattano questioni didattiche generali legate ad aspetti socio-linguistici e metodologici](#).

⁴ Questo commento si collega al precedente. Per evitare risposte così sintetiche, è opportuno formulare domande che non inducano negli alunni l'abitudine ad esprimersi 'al risparmio' ma aprano, al contrario, a risposte complete (di soggetto, predicato, complemento), ad esempio: "Spiegate se Antonio ha ragione. Se non siete d'accordo con lui, cos'è questa cosa che ho fatto?" È evidente che ad una questione così formulata non si può rispondere semplicemente "È una sequenza". Inoltre: gli alunni hanno un'evidente familiarità con il termine 'sequenza'; è stato usato in altre situazioni negli anni precedenti? Per indicare cosa? È possibile che ora crei interferenze con il significato che dovrebbe assumere in questa situazione? Perché l'insegnante non ha chiesto cosa intendano con questa parola?

⁵ Senza dargli troppo spazio, ed evitando quindi di deviare dall'argomento, avrei chiesto a Marco di spiegare il suo pensiero.

13. Carlo: Perché metti sempre: due blocchetti e una conchiglia, due blocchetti e una conchiglia, due blocchetti e una conchiglia.
14. I: Siamo d'accordo con quello che ha detto Carlo? ⁶
15. *Rispondono di Sì in coro.*
16. I: Ma c'è qualcosa che si ripete? ⁷ Qualcuno mi individua quali sono le cose che si ripetono, vi do un nastrino. Chi vuole venire a circondare ciò che si ripete? Prima metto però un tappino rosso qui sopra.
17. *L'insegnante aveva dimenticato di segnalare l'inizio della successione. Nel momento in cui viene fatto, si sentono delle esclamazioni, come se questo chiarisse la cosa.* ⁸
18. Antonio: La prima volta abbiamo una conchiglia e poi i legnetti.
19. I: Sei sicuro?
20. Tutti: No.
21. Marco: Un blocchetto poi una conchiglia.
22. I: Ma se dovessi circondare le cose che si ripetono, come lo metteresti il nastrino?
23. *Interviene Saima e circonda il primo modulo. Viene chiesto di continuare a circondare.*
24. I: Siete d'accordo con quello che vedete fare da Saima?
25. Tutti: Sì. ⁹



26. I: Allora, vediamo che qui c'è un inizio e tante cose che si ripetono, ma ci siamo fermati. Potremmo continuare questa sequenza?
27. Antonio: Sì, sempre così, perché...
28. I: Cosa mettereste qua? Io mi sono fermata perché il banco è finito, ma se avessi potuto continuare cosa avrei messo?
29. Antonio: Sempre due blocchi e una conchiglia
30. I: E dopo ancora?
31. Giulia: Sempre due blocchetti e una conchiglia.
32. I: E dopo ancora?
33. Giulia: Due blocchetti e una conchiglia.
34. *L'insegnante si posiziona fuori dal banco, indicando 'in aria' dove si dovrebbero posizionare gli oggetti, spostandosi ogni volta che viene nominato il modulo.*
35. Antonio: Blocco blocco conchiglia, blocco blocco conchiglia, blocco blocco conchiglia...
36. Marco: All'infinito.
37. I: Questa cosa potrebbe essere infinita?
38. Carlo: È ripetitiva.
39. I: Secondo voi cosa sono questi cerchietti che ha messo Saima?
40. Giulia: Sono le cose che si ripetono sempre.
41. I: Abbiamo detto che questa è una sequenza, ma questi 'pacchettini' come li possiamo chiamare?
42. Giulia: Gruppi.
43. Marco: Gruppi di segmenti di sequenza.
44. Giulia: Sequenza di gruppi.
45. I: Secondo voi la sequenza qual è, e i gruppi quali sono?
46. Irene: La sequenza sono i gruppi, e i gruppi sono i cerchietti.

⁶ Invito alla lettura di [Interventi frequenti nella prassi didattica, poco produttivi, da evitare.](#)

⁷ Ho anticipato un loro possibile intervento, bruciando le tappe di un possibile ragionamento.

⁸ Sarebbe stato opportuno che l'insegnante non desse per scontata l'accettazione del suo gesto ma che riflettesse assieme alla classe sul significato del tappino rosso.

⁹ Ritengo che qui, prima di introdurre il concetto di successione 'infinita' sarebbe stato opportuno 'fermare le bocce': portare la classe a riflettere sul significato del nastrino e guidarla a costruire una prima definizione (embrionale, parziale, provvisoria, ma chiara, coerente, il più possibile completa) che spieghi cos'è ciò che ha costruito l'insegnante. Per esempio: "Sulla cattedra c'è una fila di oggetti che ha un inizio indicato da un tappino rosso. La fila è formata da gruppi di tre oggetti disposti sempre nello stesso ordine: blocchetto, blocchetto conchiglia. Ogni gruppo viene detto 'modulo'. Ogni oggetto viene detto 'elemento'. La fila formata dai moduli si chiama 'successione' ". In questo modo gli alunni sarebbero passati da un atteggiamento prevalentemente operativo ad uno – infinitamente più significativo linguisticamente - proiettato verso aspetti concettuali, cioè nella direzione prevista dall'insegnante (distinguere elemento e modulo). Penso invece che tutta la parte 26-66 rimanga ancorata agli oggetti e ai comportamenti operativi.

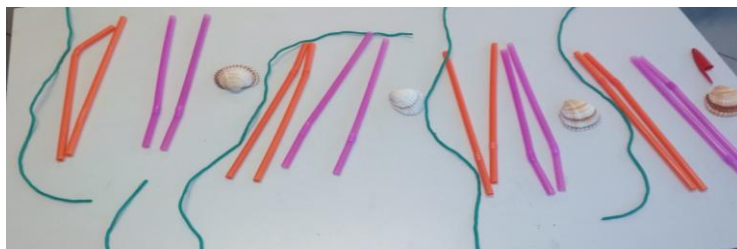
47. I: Vi dico che **quelli che voi chiamate gruppi, si chiamano moduli.**¹⁰ Però adesso vi chiedo cosa ci vedete nei moduli, cosa c'è in 'un modulo'?
48. Giulia: Degli oggetti.
49. I: Ma un modulo è diverso dall'altro?
50. Irene: Tutto quello che c'è nel primo modulo.
51. Carlo: Tutti i moduli sono diversi.
52. Irene, Marco e Giulia: No, semmai sono uguali.
53. I: Decidiamo, sono diversi o sono uguali?
54. Tutti: Sono uguali. Non cambiano
55. Carlo: Sono diversi. Se metto gli oggetti in un altro modo i moduli sono diversi.
56. I: Intendi dire che potrei farne altri diversi?
57. Carlo: Sì.
58. Irene: Sì, sono diverse le combinazioni.
59. I: Guardiamo questi, sono diversi?
60. Carlo: Dicevo che 'qui' ci sono due blocchetti e una conchiglia. Ma in questi.
61. I: Ma in questa sequenza sono uguali 'sì' o 'no'?
62. Carlo: Sì.
63. I: E cosa ci vedete dentro?
64. *Tutti ripetonono in coro la successione interrompendo con una pausa tra la fine di un modulo e l'inizio di un altro. Si interrompono però quando gli oggetti finiscono.*
65. I: Se volessi continuare?
66. Marco: Lo potrei fare all'infinito.
67. I: **Mi dite quanti moduli vedete qui sopra?**¹¹
68. Tutti: Quattro.
69. I: Quanti oggetti vedete qui?
70. Tutti (*dopo un attimo di silenzio*): 12.
71. I: Cosa avete contato?
72. Tutti: I blocchetti e la conchiglia.
73. I: Possiamo dare un nome a quello che sta dentro ai moduli?
74. Giulia: Gruppi.
75. Marco, Irene, Carlo: I gruppi sono quelli circondati.
76. Antonio: Sono degli oggetti. Si ripetonono sempre.
77. I: Proviamo a ripetere tutto quello che abbiamo detto?
78. Giulia: Dentro ai moduli ci sono oggetti... che si ripetonono sempre, in ogni oggetto... modulo.
79. Marco: Nella sequenza che c'è qui, l'abbiamo riunita in gruppi, che chiamiamo moduli. In tutti i moduli ci sono degli oggetti, che sono ripetizioni continue.
80. Giulia: In ogni modulo ci sono degli oggetti che si ripetonono sempre, anche negli altri moduli.
81. I: Giulia vuoi provare a spiegare meglio?
82. Giulia: In ogni modulo ci sono degli oggetti che si ripetonono in altri moduli... in tutti i moduli.
83. Carlo: Questa sequenza è composta da moduli con oggetti che si ripetonono sempre.
84. I: Gli oggetti che sono in ogni modulo, possiamo chiamarli 'elementi'. Quanti elementi ci sono in questi moduli?
85. Giulia: Tre.
86. I: In questa sequenza cosa vediamo?
87. Giulia, Marco e altri: Vediamo quattro moduli, e dentro questi moduli ci sono tre elementi.
88. I: Adesso vi chiedo 'Cos'è il secondo elemento del quarto modulo'?
89. Giulia: **Il blocchetto**¹².
90. I: Cos'è il terzo elemento del secondo modulo?
91. Ilaria: La conchiglia.
92. I: Qual è il quarto modulo? Indicamelo.
93. *Prosegue una specie di gioco per passare dall'individuazione di moduli all'individuazione degli elementi, all'interno dei diversi moduli. Vengono poi fatte richieste su elementi di moduli non presenti visivamente.*

¹⁰ *Decido di intervenire per formalizzare dei termini. Anche qui forse ho anticipato troppo. Non direi, è un intervento di tipo nominalistico, dà semplicemente un'informazione in più allo scopo di condividere una terminologia.*

¹¹ *Mi aggancio al mio Commento 9 e mi chiedo perché l'insegnante abbia posto una domanda che distoglie dall'infinito e porta a contare gli oggetti sulla cattedra.*

¹² *Per ragioni che ho illustrato in precedenza, l'insegnante dovrebbe invitare Giulia a riformulare la risposta: "Il secondo elemento del quarto modulo è un (non il) blocchetto". In questo modo Giulia avrebbe dovuto usare i nuovi termini e sarebbe stata un buon esempio in questo anche per i compagni. Lo stesso per (91) e (95).*

94. I: Immaginiamo che qui adesso ci fosse il sesto modulo. Quale sarebbe il terzo elemento? (*il sesto modulo non c'è*).
95. Antonio: La conchiglia.
96. *Proseguono le domande su moduli ed elementi non visivamente presenti*.¹³
97. I: Come avete fatto a rispondere se non lo vedete?
98. Giulia: Perché ci sono 'sempre' due blocchetti e una conchiglia, in ogni gruppo ci sono sempre quelli.¹⁴
99. Marco: Perché è una sequenza.
100. Antonio: Perché se l'hai fatta sempre, la devi fare anche successivamente.
101. I: Adesso faccio un'altra cosa.
102. *Viene presentata una nuova successione*.¹⁵



103. I: Guardate cosa ho fatto. *Dov'è la partenza adesso?*¹⁶
104. Francesco: A destra. Si parte con la conchiglia e per arrivare all'altra conchiglia ci stanno due cannuce viola e due cannuce arancioni. Conchiglia, cannuce viola e cannuce arancioni. Conchiglia, cannuce viola e cannuce arancioni.
105. Giulia: Conchiglia, cannuce viola cannuce arancioni.
106. I: Nominiamo così la sequenza? Siamo precisi?
107. Giulia: Conchiglia, cannuccia viola, cannuccia viola, cannuccia arancione, cannuccia arancione. Conchiglia, cannuccia viola, cannuccia arancione, cannuccia arancione.
108. Saima: Una conchiglia, una cannuccia viola, una cannuccia viola, una cannuccia arancione.
109. I: Che cos'è tutto quello che state dicendo.
110. Tutti: Una sequenza.
111. I: Ci vedete qualcosa di tutto quello che abbiamo detto prima?
112. Giorgia: Al posto dei blocchetti ci sono le cannuce.
113. I: Ma è proprio uguale a quella di prima?
114. Antonio: Prima avevi messo due blocchi, ora hai messo quattro cannuce.
115. Giulia: Ma sono due di un colore e due di un altro.
116. I: Ma voi ce li vedete i moduli qui?
117. Tutti: Sì.
118. I: Qual è questa volta il modulo?
119. Carlo: Due cannuce arancioni, due cannuce viola, una conchiglia.
120. Molti: No!
121. Giulia: No, una conchiglia, una cannuccia viola, una cannuccia viola, una cannuccia arancione, una cannuccia arancione.
122. I: Carlo, te che pensi?
123. Carlo: Ma è lo stesso che ho detto io!

¹³ *Mi sono soffermata troppo su questi aspetti. Dovevo forse portare oltre la conversazione e passare a step successivi.*

¹⁴ *La frase in sé esprime sì embrioni di idee (il modulo e la ripetizione del modulo) ma, se l'insegnante impostasse un contratto didattico centrato sull'importanza delle competenze linguistiche, si potrebbe puntare ad una frase chiara e completa, ad esempio: "Possiamo rispondere 'conchiglia' perché la successione è infinita e i moduli sono tutti uguali, quindi il terzo elemento di un qualsiasi modulo è sempre la conchiglia". Una frase così pulita può benissimo essere la fase finale di una costruzione collettiva, ma bisognerebbe fare in modo che, ad ogni successivo arricchimento linguistico, l'alunno che lo propone si assumesse la responsabilità di costruire tutta la frase (v. devoluzione). L'ultimo alunno di questa catena (se la frase fosse quella che ho ipotizzato) metterebbe in fila la bellezza di 26 termini: una rivoluzione copernicana rispetto all'attuale modo di esprimersi degli alunni.*

¹⁵ *Probabilmente l'immagine avrebbe dovuto essere diversa. Così come viene posta mi ha fatto ritenere all'inizio che il modulo fosse: conchiglia-cannuccia viola-cannuccia viola-cannuccia rossa-cannuccia rossa-filo verde. Poi ho capito che il filo verde separa i moduli. Questo modo di separare (v. 154) mi sembra ambiguo.*

¹⁶ *Visto che si vorrebbe che gli alunni usassero i termini elemento, modulo, successione, infinito, sarebbe opportuno che l'insegnante usasse il termine 'inizio'. La risposta di Francesco (104) continua nello stesso slang: "Si parte... si arriva".*

		progetto ArAl	2018/19	Successioni come funzioni						5		
Monteroni d'Arbia SI G.Rodari			1	1	2	3	4	5	1	2	3	Ducci Laura

124. Molti: No, perché c'è prima la conchiglia.
125. I: Cosa c'è di diverso da quello che avete detto voi?
126. Antonio: L'ordine non è uguale.
127. Giulia: Lui ha detto che prima ci sono due cannuce arancioni, poi due cannuce viola e poi la conchiglia.
128. *Carlo si dimostra un po' confuso, sembra non capire la differenza che gli fanno notare gli altri.*¹⁷
129. I: Dov'è il tappino rosso che, come abbiamo detto prima, indica l'inizio?
130. Carlo: Vicino alla conchiglia.
131. I: Allora, cosa c'è all'inizio?
132. *Tutti rispondono 'la conchiglia' sovrastando Carlo che rimane sempre un po' incerto.*
133. I: Il modulo qual è?
134. *Cerco di stimolare chi è rimasto sempre in silenzio.*
135. Giorgia: Le cannuce.
136. I: Cerca di essere più precisa, se mi dici le cannuce non capisco bene.
137. Giorgia: *Due cannuce viola, due cannuce viola e una conchiglia.*¹⁸
138. Camilla: Una conchiglia, una cannuccia viola, una cannuccia viola, una cannuccia arancione, una cannuccia arancione.
139. I: Quanti...
140. *Interrompono la domanda.*
141. Molti: *Cinque moduli.*¹⁹
142. Altri: Cinque elementi.
143. I: Cos'è il modulo e cos'è l'elemento?
144. Giulia: Gli elementi sono gli oggetti e i moduli sono i gruppi.
145. I: Gruppi di che?
146. Giulia: *Gruppi di oggetti.*²⁰
147. I: Ma se voi doveste spiegare questa cosa ad un bambino che non era qui e che non ha visto, come gliela spieghereste?
148. *Silenzio.*
149. I: Questa è una sequenza, formata da...
150. Giulia: ... elementi.
151. I: E basta?
152. Giulia: Moduli.
153. Marco: La sequenza è formata da dei moduli che all'interno hanno 5 elementi: una conchiglia, due cannuce viola, due cannuce arancioni. Formano un modulo.
154. *Viene chiesto di definire i moduli mettendo delle cordicelle.*
155. I: Quanti moduli abbiamo qui?
156. Tutti: Quattro.
157. I: Voglio sapere: qual è il terzo elemento del quinto modulo?
158. Molti: *La cannuccia*²¹.
159. I: La vedete qui?
160. Giulia: No, però lo so, perché sono tutti uguali.
161. *Comincia una specie di gioco, con domande su elementi che non sono visivamente presenti. Cerco di coinvolgere quelli più silenziosi. Si crea un po' di confusione. Si accavallano gli interventi.*
162. *Viene poi disegnato alla lavagna l'inizio di una successione, chiedendo loro di indicarmi come devo continuare.*
163. I: La lavagna è finita, non posso scrivere, ma vorrei continuare, allora cosa posso fare?
164. Molti: *Una freccia.*²²

¹⁷ Anche qui ritengo che un linguaggio pulito, chiaro, coerente, aiuterebbe Carlo a capire. Il linguaggio è decisivo nella costruzione sociale della conoscenza.

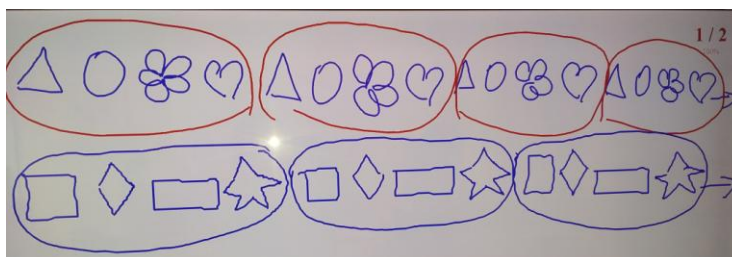
¹⁸ "Il modulo è formato da due cannuce viola, due cannuce viola e una conchiglia". A mio avviso, molto spesso è nell'accondiscendenza dell'insegnante nell'accettare risposte monosillabiche, e non nell'incompetenza linguistica dell'alunno, l'origine di conoscenze deboli anche sul piano matematico.

¹⁹ Il concetto di infinito, se si contano i moduli visibili, viene opacizzato.

²⁰ Ci si rende conto, leggendo l'episodio 133-146 (proprio per questo sono preziosi i diari), che gli alunni stanno rispondendo alle domande dell'insegnante, non costruiscono in autonomia ragionamenti propri (si noti che anche qui non ci sono verbi in quello che dicono).

²¹ Si pensi, rispetto a questa frase, quali sarebbero successivi affinamenti verso i quali si potrebbe guidare la classe: (i) "Il terzo elemento del quinto modulo è la cannuccia"; (ii) "Il terzo elemento del quinto modulo è una cannuccia"; (iii) "Il terzo elemento del quinto modulo è una cannuccia viola"; (iv) "Il terzo elemento del quinto modulo è la seconda cannuccia viola". Ma la successiva questione posta dall'insegnante (159) va ancora in una direzione operativa, centrata sul 'vedere' l'oggetto e non sulla riflessione favorita da verbalizzazioni significative.

165. I: Quanti elementi ci sono qui?
 166. Tutti: Quattro.
 167. I: Quanti moduli vedete qui sulla lavagna?
 168. Tutti: Quattro.
 169. *La domanda è stata posta prima di circondare i moduli.*
 170. I: Verifichiamo se sono davvero quattro.
 171. *Vengono fatti cerchiare.*
 172. I: Adesso voglio che qualcuno di voi mi costruisca una sequenza come questa ma con elementi diversi.
 173. *Ilaria costruisce una nuova successione sotto. Chiedo che vengano cerchiati i moduli.*



174. I: Cosa c'è di 'uguale' in queste due sequenze?²³
 175. Marco: Il numero degli elementi: quadrato rombo rettangolo, stella. Di là c'era triangolo cerchio fiore cuore.
 176. I: Possiamo dirlo meglio?
 177. Giulia: Il numero degli elementi non è cambiato in ogni modulo.
 178. Francesco: Il numero degli elementi del primo modulo...
 179. Marco: Dentro ai moduli...
 180. I: Cosa vedete di uguale in queste due sequenze?
 181. Giulia: Il numero delle forme.
 182. Francesco: Il numero degli elementi dentro ogni modulo.
 183. Marco: Queste due sequenze hanno lo stesso numero di elementi dentro ad ogni modulo.
 184. I: Ok. Per oggi ci fermiamo qui.

²² Invito l'insegnante a riflettere su alcune questioni nodali: perché accetta, in questo come in molti altri casi, risposte formate da una o due parole? Ritiene che si costruiscano comunque dei significati? Che importanza dà alla verbalizzazione e all'argomentazione? Perché non è più esigente nell'accogliere le risposte degli alunni? A questo proposito John Mason, un didattico inglese della matematica molto autorevole, nel suo *Researching your own practice: the discipline of noticing* (Potrebbe essere: Fare ricerca sul proprio modo di operare: l'arte di accorgersi), scrive: 'Ogni professionista, indipendentemente dall'ambito in cui opera, desidera saper cogliere le possibilità, essere sensibile alle situazioni e rispondere in modo appropriato. Ma ciò che si considera appropriato dipende da ciò a cui si attribuisce valore, che dipende sua volta da ciò che si è capaci di notare. [...] [Nel caso dell'insegnante] notare ciò che gli alunni fanno o come rispondono, valutare ciò che dicono anche contro le proprie aspettative e i propri criteri di valutazione e considerare ciò che potrebbe essere detto o fatto in seguito. È sin troppo ovvio dire che non si può intervenire su ciò che non si nota; non si può scegliere di fare qualcosa se non si ravvisa l'opportunità di farlo.' La questione è proprio: Cosa dovrebbe notare l'insegnante? Ha gli strumenti per 'accorgersi'?

²³ Questa parte meritava di avere più spazio, ho trattenuto troppo gli interventi su 'Modulo ed elementi'. Dovevo essere più direttiva ed orientare prima la discussione su questo aspetto delle analogie. Non sono d'accordo sul fatto del 'direttivo'. Come ho scritto nei commenti, ritengo che i nodi principali siano legati alla conduzione dell'attività da parte dell'insegnante (quindi anche ai ruoli che assume), naturalmente alla sua limitata esperienza nell'ambito dell'early algebra, all'attenzione attribuita al linguaggio usato. In questo caso, riferendomi all'episodio 174-184, proviamo a pensare come cambierebbe la situazione se si facesse in modo che Marco (175) si esprimesse con una frase completa: "Le due sequenze sono uguali perché entrambe hanno un numero uguale di elementi: quadrato rombo rettangolo, stella e triangolo cerchio fiore cuore". L'insegnante potrebbe allora puntare – anche con il contributo dei compagni - ad una definizione più generale (prospettiva prealgebrica), ad esempio: "Le due sequenze sono uguali perché entrambe hanno il modulo formato da quattro elementi diversi". È necessario, per fare questo, che l'insegnante negozi con gli alunni un contratto didattico basato su cambiamenti profondi sul piano linguistico, e dedichi a questo i tempi necessari, nella consapevolezza che in questo modo si lavora a favore di un controllo più sicuro sui significati che si stanno promuovendo, e quindi su una costruzione più solida delle competenze. Consiglio la lettura di [Tendo a mantenere troppo saldamente la conduzione della discussione e ad assumere un ruolo dirigista](#).

5 novembre 2018

1

Commenti *Insegnante di classe*

Commenti *Giancarlo Navarra*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: la classe **IV A** è composta da 20 alunni, di cui 10 maschi e 10 femmine; è di livello medio, alcuni alunni evidenziano difficoltà nei processi logici e nel calcolo. Spesso ho difficoltà a condurre una lezione interattiva, per la scarsa attenzione.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: Successioni come funzioni. La classe non ha mai lavorato su questo argomento.

COMPETENZE DA ATTIVARE:
riconoscere in una successione la differenza tra modulo ed elemento.

24

185. L'insegnante chiede di osservare cosa è stato messo sul banco. La successione è 'legnetto, legnetto, conchiglia'.
L'inizio è indicato con un tappino rosso.
186. I: Che cosa vediamo?
187. Marta: Una fila con delle conchiglie, con dei pezzetti di legno.
188. I: Marta ha detto una fila, c'è qualcuno che vuole dire qualcos'altro?
189. Kevin: Una curva.
190. I: Kevin vede una curva.
191. Francesco: Siccome ci sono sempre due, mi sembra la tabellina del 2.
192. I: Ci vedi dei numeri? ²⁵
193. Francesco: Ci vedo dei legnetti che sono sempre due e sono staccati da una conchiglia. E mi sembrano tipo la tabellina del 2.
194. I: Come se questa fosse una tabellina?
195. Marco: Io ci vedo una sequenza.
196. I: Marco ci vede una sequenza.
197. Alessandro: Anch'io.
198. Metella: Io le rotaie di un treno.
199. Tommaso: Per me non è una sequenza, per il motivo che da una parte c'è un tappo verde e dall'altra no. In una sequenza la fine è uguale all'inizio, è sempre tutto uguale.
200. I: Nella sequenza la fine è uguale all'inizio? Perché?
201. Tommaso: Il tappino dovrebbe essere anche nel secondo, nel terzo, nel quarto.
202. I: Secondo voi il tappino a cosa serve?
203. Raffaele: Io vedo 10 legni e 5 conchiglie e un tappino.
204. I: Intanto vi do un'indicazione ²⁶: il tappino secondo voi perché l'ho messo qui, per indicare qualcosa?
205. Marta: L'inizio.
206. I: Questo è l'inizio. Il tappino è sull'inizio di qualcosa. Questo potrebbe essere l'inizio di cosa?

²⁴ Chiedo che il presente diario venga confrontato con quello riferito alla classe parallela IV C, essendo stata effettuata la stessa lezione dalla stessa insegnante, nello stesso giorno.

²⁵ Forse potevo aspettare ad intervenire; il mio intervento li può aver condizionati. Collegandomi ai commenti del diario precedente rilevo che anche in questa classe si manifestano le stesse problematiche: ritengo difficile che l'insegnante raggiunga l'obiettivo che si è posta se, dopo la domanda (1), accetterà verbalizzazioni così povere linguisticamente da parte degli alunni; mi riferisco, per ora, a (3, 5, 6). Il principio base che le propongo è: gli alunni vanno guidati verso un contratto didattico che esalti l'assunzione di responsabilità nella costruzione delle proprie conoscenze (devoluzione) e ponga al centro la qualità delle argomentazioni. Il rischio è, altrimenti, che gli alunni si abituino ad interloquire in un modo molto povero, e che l'insegnante sia costretta ad una difficile rincorsa nel tentativo di mettere ordine, rimanendo lei, costantemente, al centro dell'attività.

²⁶ Sono intervenuta per risolvere il dilemma del tappino, indicandolo come segno di inizio della successione. Ho pensato che lasciarli liberi di fare ipotesi avrebbe fatto perdere tempo. L'insegnante scrive che 'lasciarli liberi di fare ipotesi avrebbe fatto perdere tempo'. Intanto ritengo che non possano essere considerate 'ipotesi' poche parole come "Una curva (189); "Una sequenza" (195); "Le rotaie di un treno" (198). Secondariamente, gli alunni non vanno lasciati 'liberi di fare ipotesi', ma vanno guidati a costruire, attraverso miglioramenti successivi costruiti, se necessario, con il contributo di tutti, una frase che stia in piedi da sola. Il timore di perdere tempo non va collegato all'argomentazione; costruire argomentazioni è il contrario del perdere tempo, anzi, in prospettiva fa guadagnare tempo perché si costruiscono competenze più stabili sul piano del controllo dei significati.

207. Marta: L'inizio di una sequenza.²⁷
208. I: Perché Marta ha detto l'inizio di una sequenza?
209. Marta S.: Perché c'è un legnetto, poi un altro legnetto, poi una conchiglia, poi un legnetto, poi un altro legnetto, poi una conchiglia.
210. I: Ci vedi una regola²⁸ Marta? Cosa ha detto Marta? Marta ripeti.
211. Marta C: Ho detto 'due legnetti una conchiglia, due legnetti una conchiglia, due legnetti una conchiglia, due legnetti...'
212. I: Manca qualcosa secondo te qui?²⁹
213. Marta: Sì.
214. Raffaele: La fine.
215. Tutti ripetono la successione degli elementi, si interrompono ai due legnetti. E in coro dicono che manca la conchiglia.
216. I: Secondo voi cosa ci poteva essere ancora dopo? Io mi sono fermata perché qui non avevo più spazio.
217. Tommaso: Due legnetti e una conchiglia, due legnetti e una conchiglia.
218. Tommaso accompagna le parole con un gesticolare delle mani per mimare una continuità.
219. Tommaso: Fino all'infinito può continuare una sequenza. Si potrebbe anche andare a fare il giro del mondo.
220. Giulio: In ottanta giorni.
221. I: Ma cosa ci vedete qui?
222. Tommaso: Una sequenza.
223. I: Perché è una sequenza?
224. Alessandro: Parte da un punto. E una cosa che parte da lì ma non finisce mai.
225. I: Alessandro ci vede una cosa che 'parte da lì ma che non finisce mai'. Io me lo posso immaginare cosa c'è dopo?
226. Alessandro: Due legnetti una conchiglia, due legnetti una conchiglia, due legnetti una conchiglia.
227. I: Che cos'è che ripeto sempre?
228. Alessandro: La conchiglia e due legnetti.
229. I: Parto dalla conchiglia?
230. Alessandro: No. Dai legnetti poi la conchiglia.
231. I: Chi mi potrebbe spiegare bene cosa c'è qui?
232. Tommaso: Una regola.
233. I: Chi è d'accordo con Tommaso.
234. Tutti: Sì.
235. I: Perché mi avete detto che c'è una regola? Come avete visto la regola?
236. Giuseppe: Perché ci sono degli oggetti che si ripetono più volte.
237. I: Adesso scrivo le cose che ognuno dice.
238. Viene scritto alla lavagna cosa ha detto Giuseppe. 'Ci sono delle cose che sono ripetute più volte'.
239. Maira: La sequenza può andare all'infinito.
240. Viene scritta anche la frase di Maira.
241. I: Parliamo ancora della regola.
242. Giuseppe: Il legnetto viene ripetuto due volte e la conchiglia viene ripetuta una volta dopo i legnetti.
243. La regola viene scritta alla lavagna così come l'ha detta Giuseppe.
244. I: Mettiamo un nastrino intorno alla regola.³⁰

²⁷ Ho lasciato che usassero questo termine. Forse dovevo sostituirlo con 'successione'? Ritengo di sì, anche perché gli alunni sono ormai grandi.

²⁸ Nell'utilizzare questo termine credo di averli anticipati, forse dovevo evitare. Allacciandomi al commento precedente direi che non è tanto anticipato l'aver insegnato il nome 'regola', quanto il fatto che non esiste ancora una base concettuale condivisa alla quale attribuire questo nome. Probabilmente l'insegnante riteneva che il termine 'regola' fosse un 'suggeritore semantico' più forte di un asettico 'modulo', ma il problema della base concettuale rimane comunque. Il prosieguo della discussione conferma le mie considerazioni.

²⁹ La domanda è fuorviante. Se l'insegnante intende che manca il terzo elemento dell'ultimo modulo, accettando la frase "La fine" (214) rischia di indurre la misconcezione che la successione sia finita. È vero che poco dopo (219) Tommaso inizia a parlare di infinito, ma mantengo i dubbi. L'insegnante, comunque, aveva fatto benissimo a lasciare incompleto l'ultimo modulo, per la ragione che spieghiamo nella FAQ-M 5: I moduli disegnati devono essere tutti completi? Conviene interrompere la successione con un modulo non completo. Questo favorisce l'intuizione di 'qualcosa che continua'.

³⁰ La decisione di trascrivere le frasi è ottima, ma poi? Perché non si sviluppano assieme agli alunni le frasi riportate alla lavagna? Perché non si guida la riflessione della classe verso la costruzione di una meta-frase che contenga i nodi delle frasi ('ripetizione' (236), 'sequenza' e 'infinito' (239), 'regola' (242))? Per esempio: 'La sequenza si ottiene ripetendo all'infinito una regola' (definizione procedurale: cosa faccio io per costruire una successione); oppure 'La sequenza è formata dalla ripetizione all'infinito di una regola' (definizione relazionale: cos'è la sequenza).

245. *Francesco circonda con un nastrino il primo modulo. L'insegnante chiede a tutti di guardare se quello che ha circondato Francesco è davvero la regola. Tutti concordano.*
246. I: Allora vi dico che questo che è stato circondato da Francesco e che voi chiamate regola, si chiama modulo. Voi l'avete chiamata regola, e va benissimo, però il suo vero nome è modulo. Francesco adesso cerchia tutti i moduli con i nastri.
247. *Francesco circonda tutti i moduli.*
248. I: Ha fatto bene Francesco secondo voi?
249. Tutti: Sì.
250. I: Secondo voi quanti moduli ci sono su questa cattedra?
251. Francesco: Sei.
252. I: Se tu avessi voluto mettere un altro modulo, cosa avresti messo che usciva fuori dalla cattedra?
253. Francesco: Due legnetti e una conchiglia.
254. I: Cosa c'è dentro ad ogni modulo?
255. Marta: I legnetti e la conchiglia.
256. I: Cosa sono i legnetti e la conchiglia? Posso dargli un nome? Posso chiamarli moduli?
257. Giuseppe: I moduli sono tante regole.
258. I: I moduli sono tante regole, in che senso?
259. Tommaso: No, sono una regola ripetuta più volte.
260. Maira: **È la regola ripetuta più volte. È una sequenza.**³¹
261. I: Possiamo dirlo meglio? Chi ci vuole provare.
262. Maira: La sequenza è un modulo ripetuto più volte.
263. *La frase completa è formulata dopo una serie di incoraggiamenti.*
264. I: Cosa c'è dentro a un modulo?
265. Tutti: Dei pezzi.
266. I: Possiamo dare un nome a questi oggetti che stanno dentro e che voi avete chiamato pezzi. **Si chiamano elementi**³². Quanti elementi ci sono in ogni modulo?
267. Tutti: Tre.
268. *Vengono fatte una serie di domande a Francesco che è davanti alla sequenza, 'Qual è il quarto modulo? Qual è il terzo elemento del quarto modulo? Che modulo ci sarebbe fuori dalla cattedra?' Francesco risponde.*
269. I: **Ma io potrei sapere cosa c'è nel dodicesimo modulo?**³³
270. Tommaso: Sì.
271. I: Quale sarà il secondo elemento del dodicesimo modulo?
272. Tutti: Il legnetto.
273. I: Anche se non lo vedo?
274. Tommaso: Sì perché tutti i moduli sono uguali.
275. Giuseppe: In questo caso è il legnetto.
276. *Comincia una specie di gioco*³⁴ *con domande del tipo 'Qual è il primo elemento del dodicesimo modulo? E il terzo elemento del ventesimo? E il primo del cinquantaquattresimo? Come lo posso sapere?' Rispondono più o meno tutti.*
277. Tommaso: Lo posso sapere perché i moduli sono tutti uguali.
278. I: Adesso facciamo un'altra cosa.
279. *Viene costruita con altri oggetti un'altra sequenza. L'insegnante inizia e poi chiede a Maira di proseguirla e di segnalare il suo inizio*³⁵. *Poi viene chiesto alla classe di individuare il modulo. Legnetto due cannuce e una conchiglia. All'inizio c'è un po' di confusione, poi viene individuato il modulo giusto*³⁶. *Vengono messe delle*

³¹ Anche qui manca il soggetto della frase.

³² Decido di intervenire per introdurre la terminologia corretta.

³³ Questa domanda stimolerebbe di più l'organizzazione della risposta se, assieme alla (271) inducesse un'argomentazione. Per esempio: "Quale elemento si trova nel secondo posto del dodicesimo modulo? Chi risponde spieghi come fa a capirlo". In questo modo gli alunni non potrebbero rispondere né "Sì" (270) né "Il legnetto" (272).

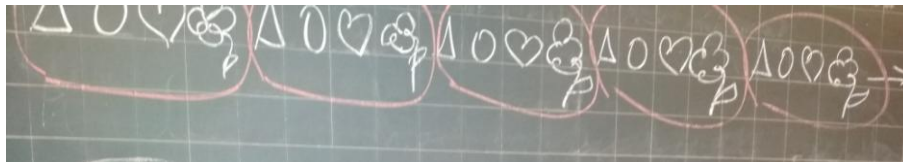
³⁴ Molti alunni non stavano seguendo più: questo gioco ha riaperto la loro curiosità. Ritengo che questo sia vero solo in parte. Non credo che, se non fosse arrivato il gioco, l'insegnante avrebbe lasciato da parte gli alunni che non seguivano. Ripropongo alla sua riflessione quello che ho scritto nel diario precedente al Commento 3: "Riteniamo che alla base del rinnovamento nell'insegnamento dell'aritmetica ci sia il rinnovamento del linguaggio, e su questa base è necessario negoziare e condividere con gli alunni un chiaro e preciso contratto didattico che collochi in una diversa prospettiva verbalizzazione, argomentazione, discussione". Questa considerazione si collega a tutti gli altri commenti.

³⁵ Puntualizzo solo che prima è necessario decidere l'inizio della successione, e poi la si può continuare. Il processo non è invertibile.

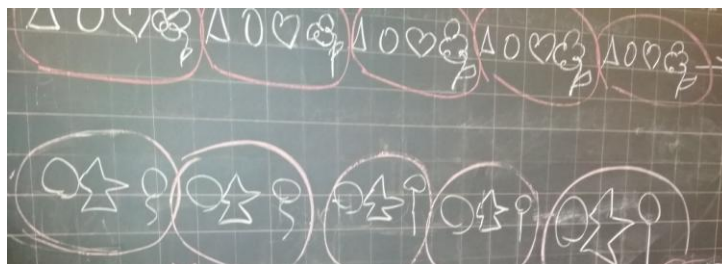
³⁶ Non è chiaro se, dopo aver individuato il modulo corretto, gli alunni hanno anche costruito una frase che lo definisca, ad esempio: "Il modulo è formato da quattro elementi disposti in questo ordine: legnetto, cannuccia,

cordicelle a sbarrare la fine di un modulo e l'inizio dell'altro. Contiamo i moduli. Vengono fatte delle domande: 'Qual è il primo elemento del terzo modulo, e il secondo del quinto modulo?'

280. I: Questa sequenza è come quella di prima?
 281. Francesco: No, perché qui ci sono oggetti diversi.
 282. Giuseppe: Anche perché qui ci sono quattro elementi e lì ce n'erano tre.
 283. Tommaso: Poi lì c'era un numero dispari di elementi, qui un numero pari.
 284. *Viene spostato il segno dell'inizio della sequenza dalla parte opposta e viene chiesto 'Cosa cambia?'*³⁷
 285. Maira: Cambia, perché abbiamo conchiglia cannuccia cannuccia legnetto.
 286. I: *Dove dobbiamo mettere i nastri che segnano la fine del modulo?*³⁸
 287. *Vengono disposti i nastri a sbarrare tra un modulo e il successivo.*
 288. I: È uguale a quella di prima?
 289. Tommaso: No. Ha lo stesso numero di elementi cioè pari, e gli stessi elementi, però cambia l'ordine. Il verso non è più lo stesso.
 290. I: Come cambia?
 291. Tommaso: *Conchiglia, cannuce e legnetto.*³⁹
 292. *Viene disegnata alla lavagna una sequenza con quattro elementi per modulo.*



293. *Ad un certo punto mi interrompo e chiedo loro di indicarmi come devo continuare. Concordano di mettere la freccia per indicare che la sequenza continua. Individuano il modulo e qualcuno lo cerchia. Individuano gli elementi dentro ad un modulo. Viene chiesto a qualcuno di disegnare sotto a quella un'altra sequenza che sia 'uguale'. Qualcuno chiede 'in che senso uguale?'. Non viene data risposta, devono decidere loro cosa si intende per uguale. Kevin disegna una sequenza con modulo di tre elementi, con disegni diversi da quella precedente. Poi cerchia il modulo.*



294. I: Osserviamo le due sequenze⁴⁰. Hanno moduli uguali?
 295. Maira: No perché quella di Kevin è fatta di tre, mentre quella che avevi fatto te ne aveva quattro.
 296. Tommaso: *No, ci sono elementi diversi, però Kevin ha fatto tre moduli e te ne avevi fatti cinque.*⁴¹
 297. I: Ha fatto una sequenza?

cannuccia, conchiglia". È opportuno evitare una descrizione del modulo del tipo 'Legnetto, due cannuce, conchiglia' perché essa ostacola l'individuazione della relazione che intercorre tra il numero di posto e il relativo elemento: al posto 1 un legnetto, al 2 una cannuccia (dire eventualmente il colore), al 3 una cannuccia, al 4 una conchiglia. Maira (285) in questo senso è più chiara di Tommaso (291).

³⁷ *Questo passaggio si sarebbe potuto evitare perché interrompe la riflessione su quello che ritengo che sia ora l'obiettivo dell'insegnante, e cioè la scoperta dell'analogia strutturale. Perché inverte il verso della successione? Lasciando le cose come stanno, il confronto avrebbe potuto portare a questa argomentazione: "Le due successioni sono formate da moduli diversi; nella prima il modulo è formato da tre elementi nella seconda da quattro".*

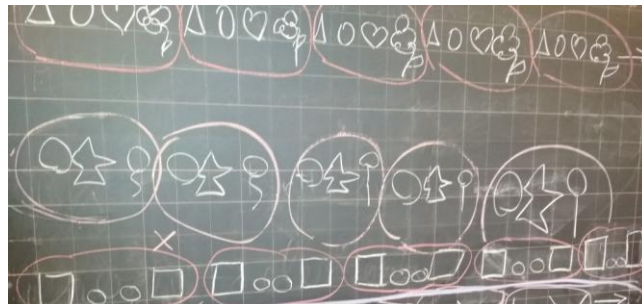
³⁸ *Credo che gli alunni siano troppo grandi per ricorrere ancora alla metafora del nastro. Si potrebbe dire "Cerchia un modulo" o "Circonda un modulo con una linea".*

³⁹ *Invito l'insegnante a non accettare più 'risposte che non rispondono' come questa. La confronti con la sua domanda (290): Tommaso spiega cosa cambia o elenca semplicemente gli elementi della seconda successione? In ogni caso dice qualcosa non è tutto un'argomentazione.*

⁴⁰ *Ormai chiamatele successioni.*

⁴¹ *L'osservazione di Tommaso (296) è fuorviante, perché l'alunno si limita a contare i moduli (tre e cinque) e attribuisce ad essi la differenza fra le due successioni, e non si concentra sulla struttura del modulo. Giuseppe (309) e ancora Tommaso (321) confermano la misconcezione.*

298. Tutti: Sì.
299. Tommaso: Non possiamo dire che è uguale a quella di sopra.
300. I: Qual è la differenza, Kevin secondo te?
301. Kevin: Qua te ne hai messe quattro.
302. I: Cosa ho messo, quattro cosa e dove?
303. Giulio: Kevin ha messo quattro moduli.
304. I: Ma stiamo parlando di elementi o di moduli? Stiamo guardando i moduli o stiamo guardando gli elementi?
305. Tutti: I moduli.
306. I: Vedete una differenza tra i moduli delle due sequenze?
307. Giuseppe: Kevin ha fatto quattro moduli con tre elementi, te hai fatto quattro elementi in ogni modulo.
308. I: La differenza è negli elementi che stanno dentro o nel numero dei moduli?
309. Giuseppe: In tutti e due.
310. I: Ma lui poteva continuare, poteva fare la successione con cinque moduli?
311. *Kevin aggiunge altri moduli alla sua sequenza in modo che nelle due sequenze ci sia lo stesso numero di moduli.*⁴²
312. I: Ora c'è una differenza?
313. Giuseppe: Gli elementi.
314. Tommaso: Gli elementi sono diversi e non sono lo stesso numero nelle due sequenze.
315. I: Adesso qualcuno viene a fare una sequenza come la mia, con elementi diversi.
316. *Marta S. disegna una sequenza analoga.*
317. I: Marta ci indichi qual è il modulo della tua sequenza? Li cerchi tutti. Secondo voi Marta ha rispettato la mia richiesta?



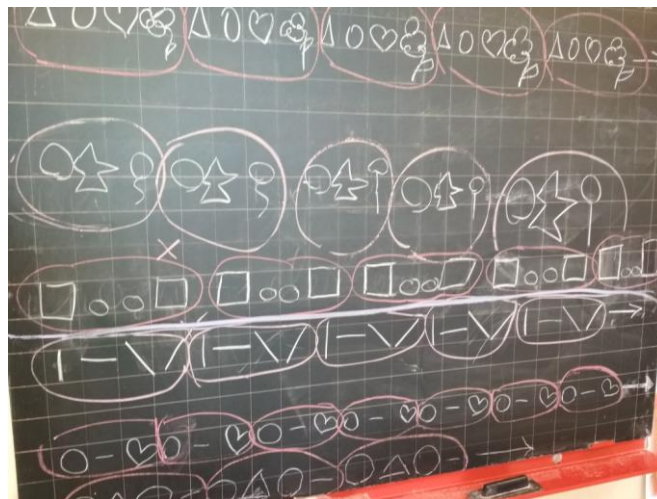
318. Tutti: Sì.
319. Tommaso: Marta la stessa tua sequenza con elementi diversi.
320. I: Quindi? Cosa c'è di 'uguale'?
321. Tommaso: Ha rispettato i moduli, che sono cinque, che li ha fatti cinque come te, e ha fatto lo stesso numero di elementi dentro al modulo.
322. I: Quando io ho chiesto di fare una sequenza uguale, secondo voi mi riferivo al numero dei moduli?
323. Tommaso: No, avevi chiesto di rispettare l'ordine, il numero degli elementi.
324. I: Cosa intendi per numero degli elementi, spiegati meglio.
325. Tommaso: Te hai messo quattro elementi.
326. I: Ho messo quattro elementi? Guarda.
327. Tommaso: No, non quattro elementi, ma quattro elementi per modulo.
328. I: Allora bisogna spiegare bene: quattro elementi 'per' modulo. Perché gli elementi che ho messo io se li contiamo quanti sono?
329. *Li contano, sono 20.*
330. I: *Se dico solo 'gli elementi', li penso tutti. A quali elementi mi riferisco?*⁴³
331. Tommaso: A quelli 'per ogni modulo'.
332. *Ricominciamo un gioco*⁴⁴ *per indovinare gli elementi di moduli successivi, non visivamente presenti: quale elemento al secondo posto del ventesimo modulo, del trentesimo modulo, ecc..., cercando di coinvolgere i più silenziosi. La richiesta è sempre 'come hai fatto a scoprirlo?' Alcuni non riescono a spiegarlo.*
333. I: Metella, qual è il primo elemento del decimo modulo?

⁴² *Avere nei due disegni lo stesso numero di moduli non ha alcuna importanza.*

⁴³ *Forse li ho anticipati, dovevo spingerli affinché l'osservazione venisse da loro.*

⁴⁴ *Attenzione: avete concluso questa parte dell'attività dicendo che le successioni sono 'uguali', ma non è così. L'analogia strutturale si riferisce non solo al numero degli elementi di un modulo, ma anche alla loro forma e allo loro disposizione al suo interno. In termini generali, la prima successione appartiene alla classe di quelle di modulo ABCD (triangolo-tondo-cuore-fiore), la successione di Marta a quelle di modulo ABBA (quadrato-tondo-tondo-quadrato). Sono quindi diverse.*

334. Metella: Il quadrato.
 335. I: Perché, come hai fatto?
 336. Metella: Ho fatto la metà di 10 che è 5, e cinque sono lì. Al modulo numero 5 ho guardato il primo elemento ed era il quadrato.
 337. I: Perché hai fatto proprio la metà di 10?
 338. Metella: Perché...
 339. I: Perché hai voluto trovare 5?
 340. Metella: Perché... Perché... era più semplice.
 341. I: Perché?
 342. Metella: Perché è 5.
 343. Tommaso: Perché il 5 è già scritto lì.
 344. Metella: Sì, perché invece il 10 non c'è.
 345. I: Metella, se invece io voglio sapere il secondo elemento del cinquantaquattresimo modulo?
 346. Metella: No. Non lo so.
 347. Tommaso: Ma è semplicissimo, una sequenza è sempre tutta uguale. Puoi fare il primo modulo e sapere anche il milionesimo.
 348. I: Avete sentito cosa ha detto Tommaso?
 349. Metella: Sì, ha detto che anche se tu fai un... numero più grande, il... l'elemento è sempre lo stesso... alla fine.
 350. *Metella si dimostra in difficoltà nel trovare le parole giuste per definire quello che comincia a capire. Per vedere se ha compreso, inizio con altre domande su elementi che si trovano al centesimo modulo e oltre. Le risposte sono sicure, ma diventa titubante quando le chiedo come ha fatto per rispondere.*
 351. Metella: Perché... perché... sono le stesse...
 352. Tommaso: Ci sono sempre gli stessi gruppi.
 353. I: Hai bisogno di dividere per scoprire gli elementi del modulo?
 354. Metella: No.
 355. *Riprendiamo a disegnare un'altra sequenza analoga. La disegna Giuseppe, ma non evidenzia i moduli. Gli viene richiesto di evidenziarli. Osservano che questo modulo è uguale agli altri, perché ha quattro elementi, ma diverso da quello fatto da Kevin.*



356. I: Adesso facciamo un'altra sequenza ma che sia analoga a quella di Kevin. Chi viene?
 357. *Viene eseguita la nuova sequenza. Alla lavagna ci sono tutte le sequenze disegnate. Ad un certo punto interviene Francesco.*
 358. Francesco: Anche queste sequenze possono diventare una sequenza, perché nella prima riga c'è una sequenza di quattro, poi c'è una sequenza di tre, poi due di quattro e una di tre, e si ricomincia: una di quattro, una di tre, due di quattro.
 359. I: Come? Non ho capito.
 360. Francesco: Allora, c'è la prima sequenza che è di quattro, dopo ce n'è una di tre, e dopo altre due di quattro, e ancora un'altra di tre. Facendole e continuando si può fare una sequenza di sequenze.
 361. I: **Quindi ci sarebbe un modulo anche nell'ordine delle sequenze? E quale sarebbe? Dove finisce il modulo?**⁴⁵

⁴⁵ *Non capisco queste domande. Francesco dovrebbe semplicemente essere aiutato a capire che le successioni disegnate sono tutte indipendenti l'una dall'altra, che non ha senso pensare di unirle. Francesco si è concentrato sul numero dei moduli delle successioni e ha attribuito un senso alla loro casualità arrivando a proporre 4-3-4-3. Tommaso (366) coglie il non-senso della proposta di Francesco.*

362. Francesco (*cerca di orientarsi*): Lo farei finire qui. E visto che Giuseppe ne ha fatta un'altra di quattro e Maira una di tre, ci servirebbe un'altra di quattro e farebbe una sequenza.
363. I: Allora falla te.
364. Francesco disegna una nuova sequenza di quattro elementi per modulo.
365. *La classe rimane perplessa. Qualcuno avanza dei dubbi. Osserviamo insieme. Cominciano a vedere anche gli altri quello che ha visto Francesco. Chiedo a Francesco di mettere uno sbarramento tra le sequenze disegnate per individuare il modulo.*
366. Tommaso: Abbiamo fatto una sequenza delle sequenze.
367. *Il lavoro viene interrotto dal suono della campanella.*

46

⁴⁶ *Suppongo che l'insegnante, nello sviluppare l'attività con le due classi, abbia seguito le indicazioni dell'Unità 12 date al termine della Prima Fase, che qui riporto:*

LO SVILUPPO DEGLI ARGOMENTI DELLA PRIMA FASE

Si è iniziato esplorando il passaggio graduale dal disordine alla regolarità (§1). Si sono incontrate le prime **successioni modulari** e si sono affrontati i concetti di **inizio** e di **infinità** di una successione (§2). Si è proseguito con la costruzione e la rappresentazione di successioni a partire da un modulo dato (§3) e si sono guidati gli allievi a distinguere tra **modulo** e **successione** e a realizzare un progressivo affinamento della **terminologia**. Si è passati poi a riconoscere il modulo in una successione data (§4); questo aspetto è stato favorito da attività che comportano la presenza nella successione di **incognite** (§5). Attraverso il confronto tra successioni modulari aventi la stessa **struttura** si sono raggiunti i concetti di **modulo generativo** e di **analogia strutturale** (§6). Si è concluso con la scoperta della **codifica simbolica** della struttura attraverso l'uso di **lettere** (§7).

Se non l'avesse fatto, la invito a prenderle in considerazione.

Concludo con una considerazione generale valida per entrambi i diari, e che formulo spesso quando termino un diario. Invito l'insegnante, nei prossimi diari che eventualmente avesse intenzione di fare, di soffermarsi in un modo più approfondito sui passaggi dell'attività, prendendo – anche - come riferimenti i commenti che ho scritto, quasi tutti centrati sugli aspetti linguistici e sulla conduzione delle discussioni. La fase in cui l'autrice (o l'autore) si auto-commenta è di grande importanza formativa.