

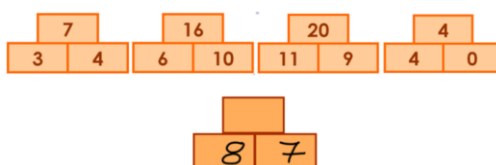
2	Gruppo ArAl	Insegnante	Classe	Intervento Meet	Tema
parte 1	Monteroni d'Arbia (SI)	Gigliani B	Prima secondaria	19-01 - Incontro 0	Piramidi

Commenti *Giancarlo Navarra*

Questo meet è stato interrotto dopo una ventina di minuti causa una connessione molto disturbata, ripetuto dopo qualche giorno e nuovamente interrotto e condotto a buon fine l'1 febbraio. Si ritiene comunque importante inserire la documentazione, pur breve, perché anche solo pochi interventi di singoli alunni fanno emergere punti chiave dell'early algebra e del Progetto ArAl.

Le frasi scritte in chat si differenziano per il carattere usato.

Situazione proposta:



ricavare la 'regola delle piramidi'

INTERVENTI IN CHAT (Navarra: N)

1. Michael: Visto che in basso ci sono due quadratini gli direi di sommarli e di fare il risultato.²
2. Tommaso: lo la regola la farei sommando n di lato a sinistra e n di lato a destra ottengo il risultato che va in alto.³
3. Tommaso: È un numero generico.⁴
4. Tommaso: Devi prendere la tua piramide e sommare le parti in basso, a sinistra e a destra, e mettere la somma nella parte in alto.
5. Tommaso: Secondo me sommiamo parti.
6. Michael: Sommo il numero in basso a destra.
7. Michael: Dovrai sommare un numero con un altro numero.
8. *Costruzione collettiva della regola e affinamenti successivi.*
9. A: Somma il numero nel mattone a sinistra con il numero nel mattone in basso a destra.
10. A: Somma il numero nel mattone a sinistra con il numero nel mattone in basso a sinistra e scrivi il risultato nel mattone in alto.
11. A: Somma il numero nel mattone a sinistra con il numero nel mattone in basso a destra.
12. A: Somma il numero nel mattone a sinistra con il numero nel mattone in basso a destra e scrivi il risultato nel mattone in alto.
13. N: Cos'è il numero nel mattone in alto?
14. Tommaso: Il numero nel mattone in alto è la somma tra i due sottostanti.⁵

¹ Questa chat si riferisce ad un intervento in classe fortemente disturbato dalla cattiva connessione. La ritengo comunque importante perché anche solo pochi interventi di singoli alunni, o gli aggiornamenti (9-14) della discussione collettiva, fanno emergere punti chiave dell'early algebra e del Progetto ArAl.

² Nodo 'classico' sul quale invito gli insegnanti a far riflettere gli alunni: non si sommano oggetti ('quadratini' (1), 'parti' (4)) ma numeri. Un'insegnante, nel corso di un intervento, mi ha chiesto se andava bene dire che "Il numero rappresenta le arance (per esempio)". Un numero non rappresenta degli oggetti, ma esprime una quantità, quindi va precisato il numero delle arance. È evidente inoltre l'atteggiamento procedurale di Michael ((1) "sommare e fare il risultato"); vedi anche Tommaso (2). Ritengo che l'insegnante debba iniziare ad affrontare due concetti chiave: l'uguale e la rappresentazione canonica/non canonica di un numero. Consiglio, come primo approccio, la lettura di Navarra G.. (2019). Il progetto ArAl per un approccio relazionale all'insegnamento nell'area aritmetico-algebrica. Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula, 5, 70-94. DOI: 10.33683/ddm.18.5.3

³ Ho il dubbio che Tommaso usi 'n' senza la consapevolezza di cosa significhi l'uso di una lettera (o in generale di un simbolo) in matematica. Nel progetto ArAl le riflessioni su questi aspetti iniziano sin dalla prima primaria, ma vanno condotte accompagnando con gradualità la classe nell'esplorazione di questo mondo completamente nuovo. Suggestisco la lettura nel Glossario di Lettera, Rappresentare/Risolvere, Ebbrezza da simbolo.

⁴ Tommaso, alla mia domanda "Cos'è per te 'n'?" risponde "Un numero generico". Sarebbe interessante chiedergli cosa intenda con questo aggettivo e avviare una riflessione collettiva.

⁵ La domanda (13) intende aprire ad una definizione relazionale. V. dualità procedurale/relazionale nel Glossario.

Monteroni d'Arbia (SI) – Prima Settimana ArAl - 19-22 gennaio 2021

2 parte 2	Gruppo ArAl Monteroni d'Arbia (SI)	Insegnante Gigliani B	Classe Prima secondaria	Intervento Meet 1-02 - Incontro 0	Tema Piramidi
-----------	---------------------------------------	--------------------------	----------------------------	--------------------------------------	------------------

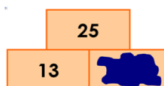
Vedi introduzione al Meet precedente.

1. Si inizia da questa situazione:⁶

Situazione proposta:

ricavare la 'regola delle piramidi'

- Agata: Sommando i numeri nelle scatole in basso possiamo trovare il numero della scatola alta.
- N: Perché dici sì puoi ottenere e non si ottiene?
- Agata: Mi è venuto spontaneo.
- N: Cos'è il numero in alto nella minipiramide?
- Agata: Il numero del mattoncino in alto è la somma o il risultato dei numeri in basso.
- Navarra commenta con l'insegnante che la definizione di Agata è procedurale (Agata dice 'somma o risultato').
- Francesco prende il posto di Agata.
- Navarra presenta questa situazione e chiede a Francesco che domanda si aspetta che gli si faccia.



- Francesco: Mi aspetto che mi chieda il numero nel mattone in basso.
- N: Se fossi l'insegnante, cosa ti aspetteresti di leggere nei quaderni dei tuoi compagni?
- Francesco: Mi aspetterei di leggere 25-13.
- Navarra: Questa è l'operazione, e come risposta?
- Francesco: Il numero nel mattoncino in basso a destra è 12.
- Navarra (riporta nella Lim del suo pc l'evoluzione dell'attività, v. Fig. 1):

Una macchia di gelato è caduta sul mattone in basso a destra e non si vede il numero che c'è scritto.

17: Esprimate per Brioshi le relazioni fra gli enti del problema.

ADDIZIONARE
SOMMARE

RAPPRESENTARE
IL 13 LO VOGLIO AGGIUNGERE
AL NUMERO CHE STA SOTTO LA
MACCHIA

NON INVENTATE
OPERAZIONI

☁ = NUMERO NAJGOSTO
☁ + 25 = 37 (somma)
☁ + 25 - 13

ALGEBRA
EQUAZIONI

Fig. 1

16. Adesso esprimete per Brioshi le relazioni fra gli enti, cioè fra i numeri, del problema.

⁶ Il meet è stato molto interessante, e lo si può cogliere dalla ricchezza dei concetti emersi. È andato nella direzione prevista grazie anche alla partecipazione attiva della classe: iniziando dalla macchia che nasconde un numero si è giunti a parlare di pensiero procedurale e pensiero relazionale, passando attraverso la dualità rappresentare/risolvere, i significati dell'uguale, le rappresentazioni canoniche e non canoniche di un numero, le proprietà sino alla proprietà simmetrica dell'uguaglianza. Si è concluso ben oltre l'ora e, 'fuori tempo massimo', due alunni hanno voluto porre delle questioni, la prima delle quali particolarmente interessante. È emersa nitidamente la mentalità di fondo procedurale; il lettore la può cogliere anche se non la commenterò ma mi limiterò ad **evidenziarne i sintomi**. Sarà per lui un buon 'esercizio' individuarla.

17. Viola: **Fai** 13 più il numero che non sappiamo.
18. Navarra *scrive alla Lim* $13+$ (①). Viola non sa come continuare. Cosa significa per te il 13?
19. Viola: 13 è un numero.
20. Navarra: Il 'più' cosa indica? Viola non risponde. Perché hai scritto '+' e, per esempio, non 'per'?
21. Viola: Ho messo + e non il \times per perché **non voglio moltiplicare** i numeri, ma il 13 **lo voglio aggiungere** al numero che sta in basso.
22. Navarra: E quindi come rappresenti 'aggiungere'?
23. Viola: Con il +.
24. Navarra: Bene! Conosci altre parole che ti dicono di usare il '+'?
25. Michael: 'Addizionare' o 'Sommare'.
26. Navarra: Ora bisogna capire quale simbolo si può usare per Brioshi per rappresentare il numero sotto la macchia.
27. Daniel: **Fai** $13+\text{macchia}=25$ (Navarra completa la frase di Viola ②).
28. N: E cosa vuol dire la macchia?
29. Daniel: Il disegno è il numero che sta sotto la macchia.
30. N: Saresti capace di rappresentare in un altro modo queste relazioni?
31. D: $25-13=$ macchia (Navarra trascrive).
32. Navarra: Altri modi?
33. Tommaso: $\text{Macchia}+25=37$.
34. N: Mi spieghi questa frase che hai scritto?
35. Tommaso: Perché **se sottraggo** 37 a 25 **trovo** macchia (Navarra commenta con l'insegnante il punto di vista procedurale di Tommaso).
36. N: Siete tutti d'accordo?
37. Davide: Non va bene perché **non puoi trovare** 37.
38. Navarra: Quali sono i tre numeri, conosciuti o meno, nella piramide?
39. Tommaso: Sono 25, 13 e il numero incognito che chiamerò a.
40. Michael: Io farei $\text{macchia}+25-13$. Navarra lo invita a riflettere su quello che propone. Cioè la macchia che sarebbe $12+25-13...$ no... non torna.
41. Navarra: Come potreste mettere in relazione i tre numeri in modo diverso?
42. Agata: **Un'altra operazione** può essere $25-\text{macchia}=13$. (Navarra scrive e la chiama C), Fig. 1, ③)
43. Tommaso: **Aggiungendo** 13 al numero nascosto **ottengo** 25. Detta: $\text{macchia}+13=25$.
44. Navarra la chiama D): Bene. Sappiate che ce ne sono ancora altre: E), F), G), H).
45. Gli alunni pensano ma non ci sono proposte.
46. Navarra: Spiegateci cosa c'è per voi a sinistra e a destra dell'uguale.
47. Agata: **La cosa che sta a sinistra dell'uguale è l'operazione invece a destra c'è il risultato.**
48. Man mano che si svolge la discussione (44-60) Navarra scrive un'altra pagina alla Lim. (Fig. 2)

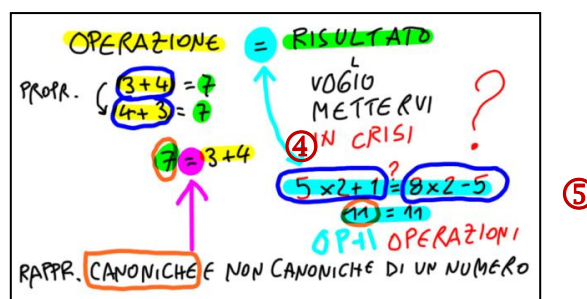


Fig. 2

49. Navarra (fa riflettere sulle scritture $3+4=7$ e $4+3=7$ e chiede quale proprietà è stata applicata. Agata risponde "La commutativa". Navarra chiede di definirla.
50. Agata: Nelle due operazioni è stata applicata la proprietà commutativa cioè cambiando l'ordine degli addendi il risultato non cambia.
51. Navarra (propone una nuova scrittura: $7=3+4$. La classe dice che va bene): Come la mettiamo con 'l'operazione a sinistra e il risultato a destra'? Come può esserci il risultato prima dell'operazione? 7 è un'operazione? $3+4$ è un risultato? La classe sta in un silenzio molto attento. Navarra scrive: 'Voglio mettervi in crisi' ④. Sorrisini 'adulti'.
52. Agata: L'uguale rappresenta un modo per dire che quello che sta a destra e quello che sta a sinistra sono uguali.
53. Navarra si complimenta per l'osservazione. Spiega che l'uguale di cui parla Agata permette di scrivere anche, per esempio: $5 \times 2 + 1 = 8 \times 2 - 5$ ⑤. Perché secondo voi sono uguali?
54. Davide: Ho fatto 5 per 2 più 1 che fa 11 e poi 8 per 2 meno 5 che fa 11.
55. Navarra: Avete parlato di rappresentazioni canoniche e non canoniche di un numero. Spiega cosa hai capito.
56. Davide: La forma canonica di un numero è quando... (non continua)
57. Navarra: Riconosci nelle cose scritte (Fig. 2) quali sono le rappresentazioni canoniche?

58. Davide: 7 è una forma canonica del numero.
 59. Michael: Anche 11.
 60. Navarra: Quali sono le forme non canoniche?
 61. Davide: $3+4$, $5 \times 2+1$, $8 \times 2-5$ e $4+3$.
 62. Si ritorna alla Fig. 1. Navarra chiede in quali altri modi si potrebbero esprimere le relazioni fra i tre numeri.
 63. Francesco: $25 = \text{macchia} + 13$ (Navarra aggiunge E)).
 64. Alunno: $25 = 13 + \text{macchia}$ (F).
 65. Alunno: $\text{Macchia} = 25 - 13$ (G).
 66. Alunno: $13 = 25 - \text{macchia}$ (H).
 67. Navarra ricopia le otto frasi in una pagina nuova della Lim e chiede quali proprietà sono state applicate (Fig. 3)

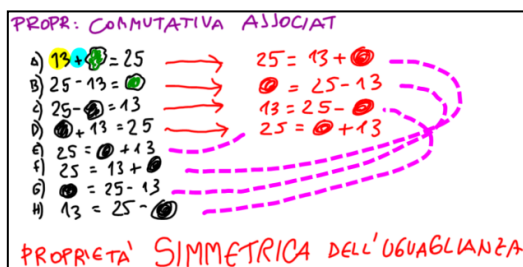


Fig. 3

68. Michael: Commutativa, invariantiva, associativa, dissociativa⁷ (Navarra interviene “Lasciamo perdere...”)
 69. Navarra introduce la proprietà simmetrica dell'uguaglianza. Poi chiede di applicare le proprietà man mano che indica le varie rappresentazioni. Gli alunni verbalizzano correttamente.
 70. Navarra riassume l'incontro costruendo un'altra pagina centrata su due voci: 'Procedurale' e 'relazionale' (Fig. 4):

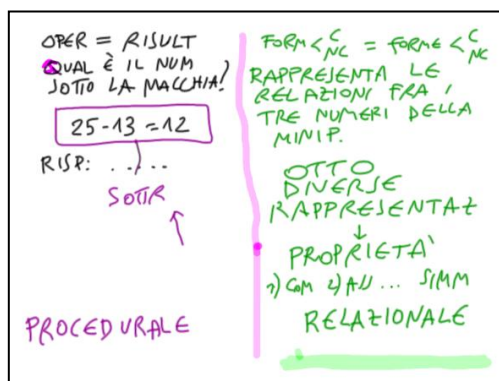


Fig. 4

71. Navarra propone di concludere l'intervento. L'insegnante dice che Agata vuole fare una domanda.
 72. Agata: La proprietà simmetrica si applica alle operazioni?
 73. Navarra si complimenta per la domanda e risponde organizzando un'altra pagina in cui spiega come la proprietà non si applichi alle operazioni ma all'uguaglianza fra due rappresentazioni dello stesso numero (Fig. 5):

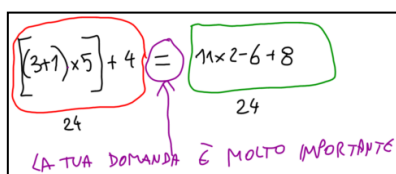


Fig. 5

74. Un altro alunno pone una questione che purtroppo non è stata registrata.

⁷ *Vexata quaestio.* Michael parla di proprietà dissociativa, come molti libri di testo, ma ribadisco che questa non è una proprietà delle operazioni ma una semplice sostituzione di rappresentazione, per esempio: 8 e $2+6$ sono due rappresentazioni dello stesso numero, pertanto si possono tranquillamente sostituire una all'altra per il principio logico detto appunto di sostituzione. Un tempo, non essendoci distinzione tra numero e sua rappresentazione, si parlava di proprietà dissociativa. Quella visione è superata perché la proprietà è qualche cosa di intrinseco all'operazione, o alle operazioni, cui si riferisce, mentre la sedicente 'proprietà dissociativa' non riguarda l'operazione ma le rappresentazioni numeriche.