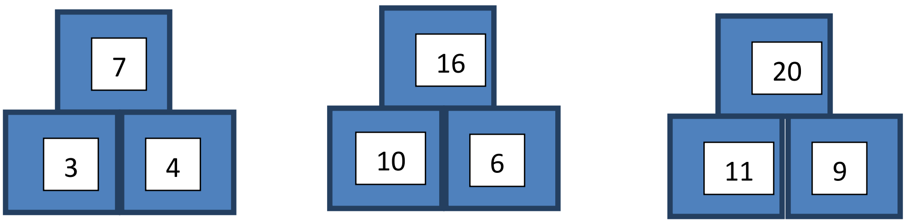
13 ottobre 2021 1

Commenti Insegnante di classe
Commenti Giancarlo Navarra
Commenti Altri insegnanti (Maria Luisa Pandolfi)

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 1C della Scuola Secondaria di I grado I.C. Fucini è composta da 26 alunni: sono presenti diversi livelli di apprendimento e un'alunna con disabilità. Sono presenti alcuni alunni stranieri per i quali continua il percorso di alfabetizzazione iniziato a settembre.
Alcuni degli alunni avevano già incontrato il professor Navarra negli anni precedenti alla scuola primaria, conoscevano perciò Brioshi e l'importanza di tradurre in linguaggio matematico il linguaggio naturale, concetto ripreso fin dall'inizio dell'anno scolastico ma, per alcuni di loro, di difficile applicazione pratica.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: L'insegnante ha proposto le situazioni problematiche a tutto il gruppo classe. L'attività proposta è la stessa che il professor Navarra ha condotto nella classe parallela via meet il 1 febbraio 2021.

1. *L'insegnante presenta alla lavagna questa situazione:*[1]



2. I: Avete questa immagine alla lavagna: qual è la regola delle piramidi?[2]
3. Francesco: Questi numeri formano… tipo 3 e 4 formano 7, 6 e 10 formano 16, 11 e 9 formano 20.
4. I: Ma riesci ad elaborare una frase più chiara, come se parlassi ad un tuo compagno che non vede la lavagna?
5. Francesco: Forse no.
6. I: Vabbè, provaci! *(silenzio)*
7. I: Tu hai detto 3 e 4 forma 7: in che senso 'forma'?
8. Francesco: Che 3… ehm… poi addizionato 4 fa 7.
9. Paolo: Che aggiungendo 3 a 4 si forma 7.
10. Djeilan: Ma anche 7-3 che fa 4 e 16-10 fa 6 e 20-11 fa 9.[3]

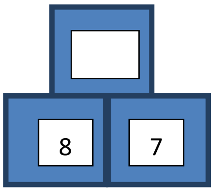
---

[1] *Scrivo i commenti dopo aver letto tutto il diario, e inizio ponendo e ponendomi alcune questioni. La prima, e principale, è: quali erano gli obiettivi dell'insegnante prima di presentare l'attività? Non riesco ad individuarli con chiarezza. Di base l'attività con le minipiramidi dovrebbe mirare a far riflettere sulla dualità* procedurale / relazionale. *Partendo da una probabile regola del tipo "Per trovare il numero nel mattone in alto bisogna sommare i numeri nei due mattoni in basso" si dovrebbe puntare ad una definizione che risponda alla domanda, più complessa, "Cos'è il numero in alto?", ad esempio: "Il numero in alto è la somma dei due numeri nei mattoni in basso". Ma, ora, stando a quello che emerge dal diario, è difficile che gli alunni giungano anche solo ad una 'legge' come la prima, procedurale, per almeno due ragioni: (a) la domanda iniziale, se è stata posta com'è scritta in (2), non è ben formulata: cosa significa per la classe quel generico "Qual è la regola"? Forse mancano delle indicazioni perché l'insegnante ritiene che gli alunni l'abbiano già formulata in precedenza (alla scuola primaria?) ma questo non emerge dalla discussione; (b) gli alunni si esprimono in un modo troppo povero, inferiore al livello necessario per organizzare anche una buona definizione procedurale. Anche io, durante il lavoro con le bilance per giungere alle equazioni in una classe terza secondaria, avevo dato per scontato il significato di criterio che invece non lo era. Forse ho dato per scontato anche il concetto di regola.*

[2] *I ragazzi conoscevano già le piramidi.*

[3] *Commento all'episodio (3-10). Il verbo usato 'formare' compare più volte, come pure il verbo 'fare'. Una terminologia così elementare denota una superficialità concettuale che non può essere trascurata. È nell'interesse, innanzitutto, degli alunni, riflettere collettivamente su questo aspetto: in prima secondaria è necessario che non solo gli alunni usino un vocabolario più alto, ma che siano guidati a considerare le ragioni per cui esso deve essere molto più ricco di quello che stanno usando. Una verbalizzazione adeguata all'età è la condizione base per costruire le fondamenta del sapere matematico. Bisognerebbe costruire negli alunni le basi terminologiche di un linguaggio ricco di sostantivi* (si parla di linguaggio nominale)*: somma, differenza, proprietà commutativa dell'addizione, proprietà simmetrica dell'uguaglianza, eccetera e, inoltre, usare anche una terminologia adatta all'ambiente oggetto della loro esplorazione: piramide, mattone. In questo modo si supererebbe il ricorso quasi esclusivo da parte loro ad un*

11. I: Quindi quali sono le relazioni tra i numeri nei quadratini sotto e i numeri nei quadratini sopra.[4]
12. Florian: I numeri sotto formano i numeri sopra.
13. I: Hai un'altra parola per sostituire 'formano'?[5]
14. Florian: Non mi ricordo la parola.
15. Lapo: I numeri che si trovano nella base formano il numero che è nella punta della piramide.
16. I: Questo è chiaro: i numeri che stanno alla base della piramide sommati danno il numero sopra: riusciamo ad essere ancora più precisi[6] (*silenzio, provo a chiamare altri alunni ma tutti trovano la definizione 14 corretta*).
17. *Mostro alla lavagna questa immagine:*



18. I: Cosa vi aspettate che chieda?
19. Edoardo: Il numero sopra fa 15.
20. I: Invece vorrei conoscere la relazione fra i numeri.[7]
21. Leonardo: Che sommando 8 più 7 nel quadratino sopra c'è il 15, quindi se si fa anche 15-8 esce 7, oppure 15-7 fa 8.
22. I: Perché usi le parole 'esci' e 'fa'?
23. Leonardo: Nel senso il risultato fa 7.
24. Dino: Sommando i numeri della base della piramide, la somma è 15[8]

---

linguaggio denso di verbi *(formare, aggiungere, addizionare, 'fa', 'esce'). La capacità di servirsi del linguaggio* *nominale* *sta alla base della costruzione delle competenze in ambito algebrico. In questo triennio in cui ho lavorato con i ragazzi su alcune competenze ArAl partendo da una esperienza "zero", mi sono resa conto dell'importanza di esigere un linguaggio rigoroso e una verbalizzazione completa e corretta: i ragazzi che sono riusciti ad affinare queste due abilità, nell'ultimo anno di scuola secondaria di primo grado non solo hanno consolidato il loro sapere matematico ma hanno sviluppato la capacità di cogliere analogie e differenze e di fare inferenze.*

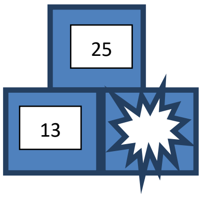
[4] *Mi accorgo di anticipare un po' le definizioni. Più che di 'definizioni', ritengo che parlare di* relazioni *ora sia un salto molto forte per le competenze che la classe esprime. Sarebbe inoltre opportuno che l'insegnante stabilisse la terminologia da usare (non un generico 'quadratini' ma 'mattoni', che si collega al termine 'piramidi'), convenzione alla quale tutti avrebbero dovuto attenersi nell'argomentare. Inoltre l'insegnante non si accorge di parlare di 'numeri nei quadratini in alto' (tutti termini al plurale), riferimenti ripresi passivamente da Florian (12).*

[5] *L'insegnante riformula una richiesta già espressa (7) e riceve una risposta 'sciocca' ("Non mi ricordo la parola"). Ritengo che vada rivisto profondamente il contratto didattico, ricostruendo assieme agli alunni il senso del loro rapporto con la disciplina, con l'insegnante, con i compagni, con il linguaggio.*

[6] *Mi lascio un po' trasportare dall'ambiente procedurale;* non riesco ad ottenere una forma migliore, decido di andare avanti. *Non ritengo che la scelta sia pagante. Come ho già scritto, se non si affrontano i nodi concettuali e metodologici dell'early algebra ,gli alunni non modificano i loro atteggiamenti basati su un imprinting procedurale, e non si dotano delle basi necessarie sulle quali costruire conoscenze e competenze via via più articolate. Non può maturare (ma nemmeno prendere l'avvio) un pensiero relazionale se l'insegnante non porta a riflettere sul pensiero procedurale che emerge in tutti gli interventi. Lo so che la scelta di* rifondare degli atteggiamenti *sembra distogliere dagli argomenti che l'insegnante deve trattare, ma se non si affrontano certi problemi alla radice, temo che per gli alunni diventi sempre più difficile costruire delle conoscenze significative in ambito matematico.*

[7] *Forse la richiesta è un po' troppo brusca. In realtà Edoardo (19) non risponde alla domanda ("Cosa vi aspettate che chieda?"), formulata a livello* metacognitivo*. La risposta dovrebbe essere di questo tipo: "Ci aspettiamo che lei chieda 'Qual è il numero in alto?' ". Una risposta più interessante sarebbe ""Ci aspettiamo che lei chieda 'Come fate a trovare il numero in alto?'. Cioè: ci si dovrebbe attendere una risposta – linguisticamente ben formulata - ancora a livello* metacognitivo*. La risposta di Edoardo, invece, non solo avviene a livello cognitivo, ma mostra che l'alunno è del tutto inconsapevole dei termini che usa: "Il numero sopra fa 15". Non significa niente. Lo stesso si può dire per Leonardo (21) che elenca in modo indifferenziato operazioni dirette e inverse e in (23) dice "Il risultato fa 7". Risposta altrettanto insensata della precedente. Il problema più complesso, e più importante da gestire per l'insegnante, si colloca sul piano* ***linguistico****, e va affrontato non soltanto con domande interlocutorie (4, 7, 13, 22) ma sul piano* *strutturale**: riflettendo con la classe e con i singoli alunni sull'importanza della verbalizzazione e dell'argomentazione, discutendo collettivamente la bassa qualità delle affermazioni, intervenendo su termini e struttura delle frasi proposte. L'insegnante non deve essere tollerante sul piano linguistico, solo così può evitare che* la povertà di uno slang condiviso sia il paravento di una povertà o, meglio, di una inconsistenza concettuale, sempre più penalizzante *sia per la formazione delle conoscenze dell'alunno che per l'azione didattica dell'insegnante.*

25. *Presento un'altra situazione:*



26. Tommaso: Sottraendo al numero in alto il numero in basso, si ottiene l'altro numero?
27. I: Possiamo dare un nome all'altro numero?
28. Tutti: 12.
29. I: Ma 12 è il risultato, ammettendo di non svolgere l'operazione possiamo dare un nome all'altro numero?
30. Tutti: *n*.
31. I: Ma con n cosa si intende?
32. Tommaso: x.
33. I: E con x cosa intendi?
34. Tommaso: Il numero incognito.
35. Paolo: Si ottiene il secondo numero alla base.[9]
36. I: A questo punto riusciamo ad esprimere una relazione comprensibile a Brioshi?[10] Che pensate voglia dire la relazione fra i numeri?[11] L'abbiamo trovata all'inizio.
37. Tommaso: 25-13=n.[12]
38. Leonardo: n+13=25.
39. Pietro: Un'altra potrebbe essere: 25-n=13.
40. Kevin: 25+13=n… no, non torna.
41. Dino: 25-13+13+12-13-12.
42. I: Ma il 12 da dove lo prendi?[13]
43. Dino: Da n.
44. I: Ma noi stiamo cercando la relazione fra i numeri, non ci importa di sapere qual è il numero nascosto o incognito.
45. Paolo: 25-(13+n)=0.
46. I: Perché usi questa espressione uguagliandola a 0?[14]

---

[8] *Anche se mi rendo subito conto che stiamo ancora parlando in termini procedurali decido di andare avanti. Per le cose che ho scritto, ribadisco la sensazione che questa appaia come una resa per l'insegnante.*

[9] *Episodio 26-35. (26) Tommaso chiede, non afferma. L'insegnante non dovrebbe accettare questa forma di dipendenza, che è esattamente il contrario di quell'assunzione di responsabilità da parte di un alunno nella costruzione delle sue conoscenze che forma l'essenza del costrutto di devoluzione di Brousseau, uno dei pilastri metodologici del progetto ArAl. (27) Che risposta si attendeva l'insegnante? 'Differenza'? 'Incognita'? (28-29) La risposta è emblematicamente procedurale. Gli interventi 30-36 fanno emergere la confusione concettuale, sono ben lontani da ciò che chiamiamo 'balbettio algebrico', che presuppone, anche, autonomia e consapevolezza nel collegare le conoscenze. Gli alunni usano la lettera, ma temo che controllino molto poco il suo significato.*

[10] *Come già accennato, alcuni degli alunni conoscevano Brioshi dalla scuola primaria, era stato presentato agli altri e usato spesso per la traduzione in linguaggio matematico, fin dall'inizio dell'anno scolastico.*

[11] *Dopo qualche secondo di silenzio mi rendo conto che forse non è chiaro il concetto di relazione fra i numeri, ma discutendo un po' si riesce ad andare avanti. Questo anno in classe terza secondaria di primo grado mi sono trovata di fronte allo stesso problema con diversi alunni i quali alla parola relazione non sanno dare un significato oggettivo, non ne sono padroni; ritengo che questa problematica dovrebbe essere tema di discussione tra docenti per non trovarsi impreparati.*
Sarebbe importante che un momento cruciale come questo non venisse opacizzato da un 'discutendo un po'. Si ripete quello che ho evidenziato nel Commento 7 (rigo 20): l'insegnante formula una domanda a livello metacognitivo (36) "Che pensate voglia dire la relazione fra numeri" ma gli alunni rispondono a livello cognitivo, attraverso esempi più o meno corretti.

[12] *Inizio a scrivere alla lavagna le relazioni fra i tre enti numerici.*

[13] *Proporrei una domanda che inviti l'alunno ad una assunzione globale di responsabilità verso ciò che ha scritto, e non solo relativamente ad un dettaglio, come in questo caso al 12, ad esempio: "Puoi spiegare la tua proposta?". La doman-da, com'è stata formulata, porta ad un criptico "Da n" (43). Un alunno, con una risposta così laconica, anziché assu-mersi la responsabilità di argomentare il suo pensiero, consegna all'insegnante il compito di capire, perché è abituato al fatto che è così che lei si comporta. La risposta (44) lascia intendere proprio questo. Ma Dino non parla di algebra o di incognite, quando dice "Da n", anche se fa riferimento ad una lettera; per lui 'n' sta per 'risultato che non conosco ancora', esattamente come 12. L'algebra non c'è, anche se compare la lettera. È solo un'aritmetica molto confusa.*

47. Paolo: Perché torna con i numeri naturali.[15]
48. I: Stiamo lavorando con i numeri naturali, ma perché senti l'esigenza di esprimere la relazione uguagliandola a 0?
49. Paolo: 13+n=25, quindi 25-25=0.[16]
50. I: Consideriamo 13+n=25, (su 25-(13+n)=0 ci torniamo dopo) rispetto alla relazione n+13=25 cosa cambia?[17]
51. Giulia: Ha scambiato gli addendi.
52. I: Perciò che ti ricorda?
53. Giulia: La proprietà commutativa dell'addizione.
54. I: Considerando la proprietà commutativa, vedete altre relazioni?
55. Giulia: No.
56. Edoardo: 25+13=38-25.[18]
57. I: Non è una relazione tra i tre numeri ma prendiamo in considerazione questa espressione? È valida l'uguaglianza?
58. Tutti: Sì.
59. I: Ma cosa rappresenta l'uguale? [19]
60. I: Quindi se il simbolo dell'uguale rappresenta l'uguaglianza fra quello che c'è a sinistra e quello che c'è a destra, è valida questa cosa nella relazione di Edoardo?
61. Tutti: No.
62. I: Allora per rendere valida l'uguaglianza cosa dovrei scrivere?
63. Giulia: 25+13=37+1.[20]
64. I: 37+1 che tipo di rappresentazione può essere? *(silenzio)* Abbiamo parlato di forma canonica e non canonica[21] del numero, cosa sono? Per esempio la forma canonica e non canonica del 5?
65. Pietro: 5 e 4+1.
66. *Seguono altri esempi.*
67. I: Perciò 37+1 cos'è?
68. Dino: La forma non canonica di 38.
69. I: E 25+13?
70. Dino: Anche quella.
71. I: Se l'uguale esprime l'uguaglianza, vedete altre relazioni?[22]
72. *Gli alunni non rispondono.*
73. I: Potrei dire, se 25+13=37+1, che 37+1=25+13?
74. Tutti: Sì.
75. I: Allora si può trovare un'altra relazione fra i tre numeri? Per esempio13=25-n (*rifacendomi al rigo 37*)[23]

---

[14] *Trovo questa espressione molto interessante ma non riesco a gestirla bene. Sarebbe sufficiente chiedere di argomentare la scrittura. La questione è sempre la stessa: compito dell'autore è spiegare in modo da favorire l'interpretazione da parte dei compagni e dell'insegnante; questo è un compito alto, ben diverso dal buttare là qualche parola o qualche frase perché tanto è l'insegnante che decide e giudica. È necessario costruire l'autonomia intellettuale negli alunni, non la dipendenza, altrimenti non saranno mai padroni delle loro conoscenze. Come insegnante, quasi neofita di ArAl, mi rivedo molto nell'insegnante che ha condotto questo diario: il saper dosare il tempo necessario per giungere ad una buona argomentazione e il saperla condurre richiedono molta attenzione, sensibilità ed esperienza.*

[15] *?!? "Ci spieghi cosa intendi dire?"*

[16] *"Non capisco bene quello che vuoi dire. Ce lo spieghi in un modo che possiamo capire?"*

[17] *Dal mio punto di vista la domanda va formulata in modo più 'alto', ad esempio: "Spiega quale proprietà permette di…". "Cosa cambia" o "Cosa ti ricorda" sono formulazioni colloquiali più adatte ad una classe della primaria.*

[18] *"Verifica l'uguaglianza che hai scritto". Suggerisco domande che portino ad una risposta argomentata piuttosto che quelle che invitano semplicemente ad un "Sì" o ad un 'No" corali, senza giustificazioni, come in questo caso (58 e 61). L'unica ragione del cambiamento dal 'No' al 'Sì' è un adeguamento acritico a ciò che dice l'insegnante (59 e 60).*

[19] *Inizio a fare esempi di uguaglianza che dura diversi minuti. Anche qui, è un peccato che non ci sia una documentazione di un passaggio così importante. Inoltre: quando l'insegnante formula una questione (59), oltretutto se cruciale, come in questo caso, gli alunni non possono esimersi dal rispondere, naturalmente a meno che la domanda non sia troppo impegnativa e al di fuori della loro portata.*

[20] *Qui l'attività è fuori controllo. I numeri che nell'ultima minipiramide proposta sono, dal punto di vista del calcolo, minuendo (25) e sottraendo (13), diventano addendi (25+13).*

[21] *Gli alunni propongono esempi sul tema forma canonica – non canonica, ma in modo decontestualizzato. 38 non c'entra con la piramide esaminata.*

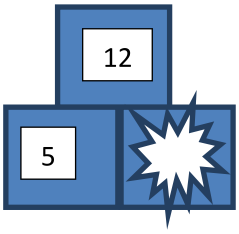
[22] *Mi sono un po' persa: avrei dovuto introdurre la proprietà simmetrica dell'uguaglianza. Da qui fra l'altro partono una serie di prove di operazioni fra 12, 13, 25, 38. Riporto l'attenzione sulla relazione fra i tre enti suggerendo l'uguaglianza successiva.*

13 ottobre 2014 2

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 1A della Scuola Secondaria di I grado I.C. Fucini è composta da 26 alunni: sono presenti diversi livelli di apprendimento. Sono presenti alcuni alunni stranieri per i quali continua il percorso di alfabetizzazione iniziato a settembre.
Alcuni degli alunni avevano già incontrato il professor Navarra negli anni precedenti alla scuola primaria, conoscevano perciò Brioshi e l'importanza di tradurre in linguaggio matematico il linguaggio naturale, concetto ripreso fin dall'inizio dell'anno scolastico[24] *ma, per alcuni di loro, di difficile applicazione pratica.*

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: L'insegnante ha proposto le situazioni problematiche a tutto il gruppo classe. L'attività proposta è la seconda parte relativa alle piramidi, dell'attività che il professor Navarra ha condotto nella classe parallela 1B via meet il 19 marzo 2021: si riprende la regola delle piramidi e si prosegue con l'esercizio del peso del camion.

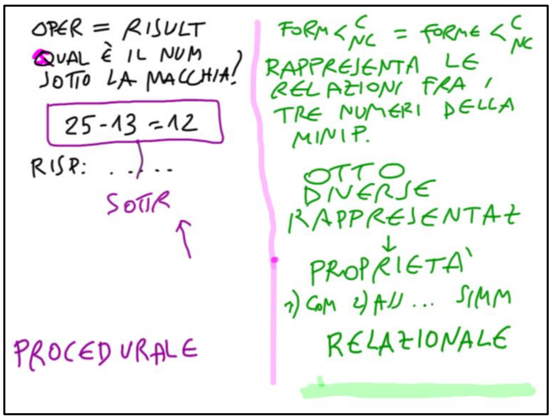
76. *L'insegnante ripropone la piramide seguente:*



77. I: Ci eravamo lasciati con questa situazione: avevamo indentificato le relazioni fra questi numeri, ve le ricordate?
78. Tutti: Sì.
79. I: E quali sono? Datemi la regola.
80. Marta: Dobbiamo fare 12-5 per trovare cosa c'è sotto la macchia.[25]
81. I: Hai usato la parola "trovato", ma noi stiamo parlando di relazioni.
82. Riccardo: 12=5+macchia.
83. Cristian: 12–macchia=5.
84. Rebecca: 5+macchia=12.
85. Giulia: 12–macchia=5.
86. I: Già fatta…[26]
87. Stefano: Macchia+5=12.[27]

---

[23] *Mi accorgo che i ragazzi stanno perdendo la concentrazione, perciò provo ad aiutarli. Raggiungiamo con fatica il risultato di trovare tutte le relazioni. Mi sono accorta di non aver gestito al meglio la lezione, nonostante avessi avuto modo di seguire il prof. Navarra.*
[24] *Bella questa situazione di potenziale continuità primaria-secondaria.*
[25] *La classe rimane ancorata ad una concezione procedurale: una sottrazione ("Dobbiamo fare 12-5") permette di trovare un risultato ("Cosa c'è sotto la macchia"). Bisognerebbe uscire da questo vicolo cieco, che condiziona tutta l'attività. Ho trovato fra le slide del nostro meet questa, che affronta la dualità procedurale/relazionale:*



La definizione alla quale dovreste puntare è di questo tipo: "Il numero in alto è la somma dei due numeri nei mattoni alla base".
[26] *Perché è l'insegnante a porre questa domanda e non lascia che siano gli studenti stessi ad accorgersene?*

88. Amina: Che sarebbe la macchia?
89. I: Cosa rappresenta la macchia?
90. Amina: Il numero nascosto della piramide[28]
91. I: Altre relazioni?
92. Antonio: Macchia=12-5.
93. I: Mancano due…[29]
94. Riccardo: 5=12-macchia.
95. Irene: Macchia–12=5.
96. I: Sicura che questa relazione sia valida?[30]
97. Irene: No.
98. Amina: Macchia–5=12.
99. I: Questa relazione è valida?
100. Amina: Ah, no.
101. Sofia: 12=macchia+5.
102. Riccardo: Si devono usare questi tre segni?
103. I: Noi dobbiamo cercare le relazioni fra numeri, perciò sì[31] Avevamo osservato che le relazioni nascevano da varie proprietà, per esempio?
104. Riccardo: La proprietà commutativa.[32]
105. I: Poi? Ad esempio fra queste due 12–macchia=5 e 5=12–macchia.[33]
106. Riccardo: È inversa.
107. I: Ma le avevamo dato un nome.
108. Giulia: Cambia l'ordine prima e dopo l'uguale.
109. I: Sì, l'avevamo chiamata proprietà simmetrica dell'uguaglianza.[34]

---

[27] *Mi chiedo come interpretino gli alunni il concetto di 'relazione'. Quando l'insegnante ha usato questo termine (81) hanno iniziato immediatamente (82) a proporre le frasi in linguaggio matematico. Cos'è scattato in loro? In che modo le frasi che propongono sono 'risposte' alla sua sollecitazione?*

[28] *Probabilmente Amina era un po' distratta ma recupera facilmente il significato della macchia.*

[29] *V. commento 26-r86.*

[30] *Ritengo che la risposta di Irene "No" (97) sia una risposta di comodo, si potrebbe dire 'di salvataggio', perché l'alunna non spiega perché dice "No". Sarebbe importante chiederle: "Spiegaci: perché 'No'?". L'argomentazione non sarebbe semplicissima, e sarebbe una bella sfida; per esempio: "La frase è sbagliata perché la macchia non può essere il minuendo". La stessa osservazione vale per lo scambio 99-100. Ma è in questa direzione che si muove l'argomentazione.*

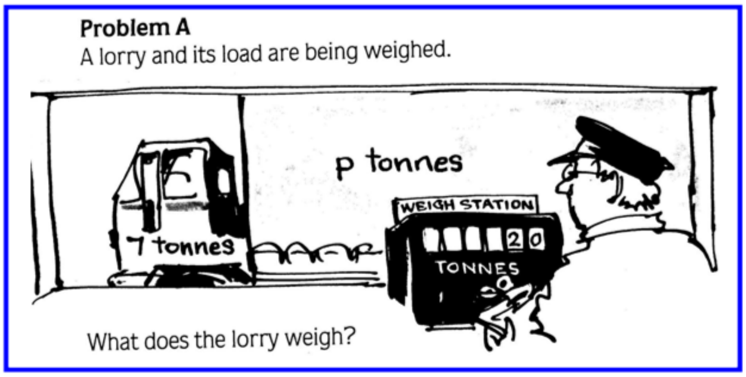
[31] *Perdo l'occasione di capire cosa intendesse con questa frase Riccardo. È proprio così. Ad una domanda come quella di Riccardo l'insegnante non dovrebbe rispondere assecondandola. L'iniziativa va respinta al mittente: "Perché mi fai questa domanda?" In realtà Riccardo non ha nessuna ragione per farla, delega all'insegnante i compito di autorizzarlo a dire o a non dire. L'alunno dipende dall'insegnante, e non dovrebbe essere così. La inviterei a ridurre la sua presenza nella riflessione collettiva. Ho il timore che questo finisca per determinare un'eccessiva dipendenza che va a scapito della solidità delle conoscenze degli alunni, che si abituano ad un continuo botta e risposta che, a lungo andare, indebolisce la loro autonomia. Sul piano del metodo, sono a nostro avviso fondamentali due costrutti della Teoria delle situazioni di Brosseau che abbiamo inglobato nel quadro teorico del progetto ArAl: devoluzione e validazione. (a) Il principio di devoluzione riguarda la necessità che l'alunno impegni la sua personale responsabilità nella costruzione della sua conoscenza. È un processo di grande importanza che l'insegnante adotta e segue per raggiungere la convinzione che un certo risultato ottenuto risponda davvero ai requisiti esplicitamente messi in campo. (b) La validazione si ha quando un allievo, dopo aver proposto agli altri un pensiero o la propria risposta al problema che la classe sta risolvendo, accetta l'invito dell'insegnante a difendere pubblicamente la sua costruzione di quella conoscenza argomentandola, allo scopo di spiegare ai compagni la propria idea. Egli dirige così la sua attenzione alla trasformazione di un sapere personale, privato, in qualcosa di comunicabile. In didattica della matematica questa fase è di straordinaria importanza: senza di essa – sostiene Brousseau - l'apprendimento matematico non è realizzabile'.*

[32] *Se l'insegnante vuole promuovere la verbalizzazione e l'argomentazione non può accettare risposte come questa, in cui l'alunno si limita a dire tre parole. Almeno gli si dovrebbe chiedere di riformulare una frase completa del tipo: "Alcune di queste relazioni nascono dall'applicazione della proprietà commutativa". La stessa osservazione vale per lo scambio 105-106.*

[33] *V. commento 26-r86.*

[34] *L'insegnante ha chiesto (107) "Le avevamo dato un nome", l'alunno risponde (108) "Cambia l'ordine prima e dopo l'uguale". L'alunno dà una non-risposta, ma l'insegnante l'accetta, perché dice "Sì", e poi spiega lei come si chiama la proprietà. Volendo lavorare nella prospettiva dell'early algebra, scambi così vanno evitati. Mi riferisco anche ai concetti di 'devoluzione' e 'validazione' (v. commento 31-r103).*

110. *L'insegnante presenta alla lavagna questa situazione: disegno di un camion con il carico su una bilancia e la domanda: "What does the lorry weight?"*



111. I: La bilancia segna 7 tonnellate, la motrice è di 5 tonnellate, cosa vi chiederò?
112. Giulia: Il carico pesa 2 tonnellate.
113. I: Invece vorrei conoscere la relazione fra queste tre grandezze che indico con l=peso segnato sulla bilancia, n=peso della motrice, t=peso del carico.[35]
114. Riccardo: Carico=7-5; 7-5 = carico.[36]
115. Antonio: 5+carico=7; carico+5=7.
116. Halein: 7–carico=5.
117. I: Poi?[37]
118. Cristian: Carico-7=5… no no.
119. Flavio: 7=5+carico.
120. Antonio: 7=carico+5.
121. Marta: Ma si potrebbe fare con i numeri negativi?
122. I: Ma concettualmente è giusto? Nel senso può un peso essere negativo?[38]
123. Riccardo: Posso fare altre operazioni?
124. I: Cioè?
125. Riccardo: 5+7=carico×6[39]
126. I: Così però hai calcolato quanto è il carico, perciò non è una relazione fra i numeri; l'uguaglianza però è rispettata[40]… Abbiamo finito?

---

[35] *L'insegnante qui dovrebbe limitarsi a presentare la situazione problematica lasciando che siano gli alunni a fare tutto il resto. Così com'è formulata la consegna (110), il problema si presenta in una veste procedurale. Compare poi una sfasatura tra la domanda dell'insegnante (111) e la risposta di Giulia (112), sfasatura analoga a quella già evidenziata nel commento 34-r109: Giulia dà una non-risposta. Credo che in (112) ci sia un refuso, e che al posto di '2' vada scritto '20', ma in ogni caso l'insegnante dovrebbe chiedere all'alunna dei chiarimenti: (i) perché la sua non è una risposta, (ii) perché se fosse '2' non si saprebbe come ha fatto a trovare questo numero (iii) perché se fosse '20' Giulia si sarebbe limitata a riportare il peso lordo. Nel suo intervento (113), invece, l'insegnante 'va per la sua strada' e non interviene. Mi chiedo inoltre perché modifichi gli enti del problema (fra poco torno su questo aspetto).*

[36] *Purtroppo i ragazzi iniziano ad essere insofferenti, lascio che indichino così le relazioni. La scelta mi lascia perplesso. Nel corso della lezione precedente gli alunni hanno già usato la lettera: perché ora non la usano spontaneamente? Dovrebbe essere in ogni caso semplice richiamarla. Mi chiedo anche perché gli alunni si dimostrino insofferenti, penso che potrebbe dipendere dal fatto che svolgono dei compiti dei quali non colgono il senso. Per esempio: sanno perché producono così tante rappresentazioni (otto)? Non lo credo, perché non è chiaro l'obiettivo di favorire l'emergere di un punto di vista relazionale.*

[37] *Non capisco la domanda, perché la proposta di Halein non è corretta. Gli alunni dovrebbero sentirsi impegnati a trovare, il più possibile da soli, le diverse rappresentazioni, e a verificarle man mano che vengono proposte. Non sembrano cogliere l'analogia strutturale con la stessa attività fatta con la minipiramide. L'obiettivo qui sarebbe di porre in relazione le due situazioni e mostrare come problemi, apparentemente del tutto diversi, abbiano la stessa struttura matematica. Altrimenti qual è lo scopo?*

[38] *Osservazione già fatta più volte: dal mio punto di vista sarebbe meglio chiedere: "Potresti spiegare meglio la tua idea?" Gli alunni devono imparare a capire che non è l'insegnante che decide se si può o non si può fare una certa cosa, ma che sono essi stessi che si assumono la responsabilità di farla. Poi sarà la comunità (alunni e docente) che valuterà la legittimità dell'idea. La stessa osservazione vale per la domanda di Riccardo (123).*

[39] *Ora capisco cosa voleva dire Riccardo nella riga 123. Sì, ma è sempre l'insegnante che spiega, organizza, riformula, puntualizza, ... sostituendosi agli alunni.*

[40] *Non sono sicura di aver spiegato bene cosa volessi dire e se i ragazzi hanno capito.*

127. Riccardo: No, carico=7-5 e 7-5=carico.
128. I: Ma all'inizio io vi avevo detto di rendere le relazioni con le lettere l=peso segnato sulla bilancia, n=peso della motrice, t=peso del carico, lo posso fare?[41]
129. Riccardo: Sì: t=l–n e l–n=t[42]
130. I: Se prendiamo un numero a caso tipo 35, come lo possiamo rappresentare?[43]
131. Marta: Con la forma canonica e con la forma non canonica.
132. I: Ad esempio?
133. Amina: 30+5.
134. Riccardo: 10+20+5.
135. Stefano: 5×7.
136. Riccardo: Le combinazioni sono infinite.
137. I: Infatti vi volevo far riflettere: la proprietà dissociativa che trovate descritta nel libro, che anch'io vi ho mostrato è veramente una proprietà dell'addizione e della moltiplicazione, o è qualcos'altro?
138. Marta: È la rappresentazione non canonica del numero.
139. I: In realtà le proprietà delle operazioni sono intrinseche all'operazione stessa, ad esempio la proprietà commutativa si applica alla somma; mentre la proprietà dissociativa in realtà non è una proprietà. Possiamo avere rappresentazioni non canoniche del numero, con moltissime combinazioni.
140. Riccardo: Infinite.
141. I: Dici infinite?
142. Riccardo: Sì sì.

. .[44]

---

[41] *Riemerge l'ambiguità già rilevata (35-r113) tra gli enti del problema (20, 7, p) e quelli proposti dall'insegnante (n, l, t). Il primo passo dovrebbe essere quello di vedere come si comportano gli alunni con il problema, il più possibile da soli, senza interferenze eccessive da parte sua; poi, confrontando le minipiramidi con questa situazione, l'insegnante potrebbe puntare ad una rappresentazione generale. Inoltre, così com'è stata impostata l'attività, c'è un conflitto fra la 'p' del problema, che è un'incognita, e n, l, t proposte, che sono variabili.*

[42] *Siccome noto la stanchezza nei loro volti mi accontento, anche perché voglio puntualizzare un aspetto che mi ha molto colpito sulla proprietà dissociativa.*

[43] *Voglio puntualizzare con i ragazzi una cosa che mi è rimasta impressa dalla lezione con il prof. Navarra sulla proprietà dissociativa. Non ho mai fatto una lezione sulla proprietà 'dissociativa'. L'insegnante ne parla alludendo anche al libro di testo. Attenzione: questa non è una proprietà delle operazioni ma una semplice sostituzione di rappresentazione: 35 e 30+5 sono due rappresentazioni dello stesso numero, pertanto si possono tranquillamente sostituire l'una all'altra per il principio logico detto appunto di sostituzione. Purtroppo un tempo, non essendoci distinzione tra* numero *e sua* rappresentazione, *si parlava di proprietà dissociativa. Oggi si è capito che quella visione era sbagliata, perché la proprietà è qualche cosa di intrinseco all'operazione o alle operazioni cui si riferisce, mentre questa 'proprietà dissociativa' non riguarda l'operazione ma le rappresentazioni numeriche. Ma molti libri di testo contengono questo misconcetto e molti insegnanti continuano a nominarla.*

[44] *Inserisco, come promemoria, una slide del meet svolto con questa classe (spero di non confondermi) a proposito del problema del camion:*