

3 maggio 2021

1

Commenti *Insegnante di classe*

Commenti *Giancarlo Navarra*

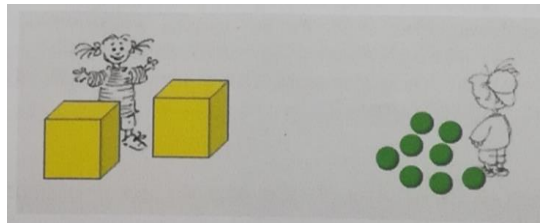
**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:**

La classe 1A è composta da 16 alunni, 7 femmine e 9 maschi tra cui un bambino con BES. Gli alunni in generale sono vivaci e non sempre corretti. La maggior parte degli alunni mostra curiosità ed è motivata allo studio, per altri si rende necessario il richiamo all'attenzione e alla partecipazione perché facilmente distraibili. A livello di conoscenze ed abilità si attesta su un livello medio.

**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ:**

L'insegnante ha proposto la situazione problematica a tutto il gruppo classe. Circa un mese fa gli alunni avevano avuto una prima esperienza di questo tipo di situazione problematica con il Prof. Navarra, e pochi giorni fa l'insegnante ha proposto una situazione problematica simile a quella affrontata in data odierna.

**IL PROBLEMA:**



A. Descrivi quello che vedi.

1. I: Chi vuole ricordarci le due regole?
2. Giacomo: Io.
3. I: Vai Giacomo.
4. Giacomo: Allora la prima regola è che i due bambini, Marta e Bibo devono avere lo stesso numero di biglie, la seconda regola è che devono avere lo stesso numero di biglie e...
5. I: La seconda regola, perché ripeti la prima?
6. Giacomo: Se ci sono... con due scatole dello stesso colore... due scatole dello stesso colore devono avere lo stesso numero di biglie.
7. I: Ok, allora puoi dirci cosa vedi Giacomo? Ragazzi, quello che vedete, non dovete trarre delle conclusioni, soltanto ciò che osservate.
8. Giacomo: Bibo ha otto biglie, mentre Marta ha due scatole gialle.
9. I: Qualcuno vuol dire qualcos'altro?
10. Armando: No!
11. Sara: Io vedo Marta e Bibo, Bibo ha otto biglie.
12. *L'insegnante chiede se sia necessario scrivere "Io vedo" nella frase precedente.<sup>1</sup>*
13. Sara: Ci sono Marta e Bibo... anzi, prof., Bibo ha otto biglie, Marta ha lo stesso numero nelle due scatole.
14. I: Come fai a vederlo Sara?
15. Sara: Perché è la regola.
16. I: Io ti ho chiesto cosa vedi, tu non le vedi le biglie dentro alla scatola, vedi 8 biglie davanti a Bibo, e poi cosa vedi?
17. Sara: Due scatole davanti a Marta.
18. I: Cosa scrivo allora?
19. Sara: Marta ha due scatole uguali.
20. Giacomo: Prof, posso scrivere chiuse davanti alla mia frase?
21. I: **Vai.**<sup>2</sup>
22. Giacomo: Bibo ha otto biglie e Marta ha due scatole gialle chiuse, e quadrate.
23. I: Quadrate... semmai cubiche, ma ci interessa che siano cubiche? Magari che siano chiuse può essere importante,

<sup>1</sup> Ottima domanda. Sposta l'attenzione dal sé ("Io vedo") ai protagonisti della scena. Bella anche l'autocorrezione di Sara (13), che si concentra su Marta e Bibo separatamente.

<sup>2</sup> Sarebbe stato meglio chiedere qualcosa come: "Decidi tu, e spiega perché decidi in quel modo". Gli alunni devono accettare che sono loro che si assumono la responsabilità delle loro scelte, e quindi decidere se possono o non possono fare qualcosa. Questo è un aspetto molto importante.

perché chiuse può essere importante?

24. Giacomo: Perché le biglie non si vedono.
25. I: Questo può avere un peso, il resto no.
26. *L'insegnante chiede ora di passare alla domanda successiva, già scritta nella slide.*
27. I: Chi parla? Una persona nuova, Luigi vuoi dire qualcosa? Quante biglie contiene la scatola? Argomenta la risposta.
28. Luigi: Marta ha nella scatola 8 biglie...
29. I: Sicuro?
30. Luigi: Nelle scatole
31. I: Argomenta la risposta, perché...
32. Luigi: Marta ha nelle scatole 8 biglie perché la regola dice che Marta e Bibò devono avere lo stesso numero di biglie.
33. I: Va bene, ora ci fermiamo.
- Suona la campanella.*
34. *L'insegnante ripropone la situazione, un bambino ricorda le due regole e si riparte dalla domanda "Quante biglie contiene la scatola? Argomenta la risposta".*
35. Giacomo: La scatola contiene 4 biglie perché la regola dice che se ci sono due scatole dello stesso colore devono contenere lo stesso numero di biglie.
36. I: Perché mai devono avere 4 biglie ciascuna? Non manca un presupposto?
37. Giacomo: Perché 8 diviso 4...
38. I: E 8 da dove viene fuori?
39. Giacomo: Eh, sono le biglie di Bibò.
40. I: Eh, da questa frase però non si capisce, non si può dare per scontato una regola perché l'abbiamo già detta, quindi bisogna aggiungere qualcosa.
41. Giacomo: Che Bibò ha 8 biglie e che la regola dice che devono avere lo stesso numero di biglie.
42. I: Sì, allora cosa si scrive?
43. Giacomo: La scatola contiene 4 biglie perché la prima regola dice che devono avere lo stesso numero di biglie.
44. *I: L'insegnante chiede di rileggere la frase e fa osservare che mancano i soggetti.*
45. Giacomo: La scatola contiene 4 biglie perché la prima regola dice che Bibò e Marta devono avere lo stesso numero di biglie e la seconda regola dice che se ci sono due scatole dello stesso colore devono avere lo stesso numero di biglie.
46. I: Qualcuno vuole riprovare a fare la frase in forma più pulita?
47. Caterina: La scatola contiene 4 biglie perché siccome Bibò ha 8 biglie e ci sono due scatole queste due devono avere lo stesso numero di biglie..
48. I: Rileggiamo... manca il riferimento ad una delle due regole.
49. Caterina: La scatola contiene 4 biglie perché siccome Bibò e Marta hanno 8 biglie...
50. I: Bibò e Marta 8 biglie?
51. Caterina: La scatola contiene 4 biglie perché siccome Bibò e Marta devono avere lo stesso numero di biglie e Bibò ne ha 8, allora le scatole devono avere lo stesso numero di biglie.
52. Caterina: Forse la fine non si capisce tanto.
53. I: Come possiamo migliorarla?
54. Caterina: La scatola contiene 4 biglie perché siccome Bibò e Marta devono avere lo stesso numero di biglie e Bibò ne ha 8, allora ciascuna scatola ne deve contenere 4.
55. *L'insegnante chiede a Luigi di rileggere la frase e vedere se si capisce ed è giustificata.*
56. Luigi: No, non tanto.
57. I: Te come avresti fatto? Vuoi provare?
58. Luigi: Proviamo. Visto che Bibò ha 8 biglie e Marta ha due scatole contenenti le biglie, anzi ciascuna 4 biglie.
59. I: Ma a questo punto della frase si può dire che la scatola ha 4 biglie?
60. Alan: No.
61. I: Perché Alan.
62. Alan: Perché ancora non lo sappiamo quante ce ne sono.
63. I: Perché qui ancora non abbiamo detto cosa?
64. Alan: La seconda regola.
65. Luigi: Visto che Bibò ha 8 biglie e Marta ha due scatole e la prima regola dice che Bibò e Marta devono avere lo stesso numero di biglie, le due scatole conterranno 4 biglie ciascuna.
66. I: Va bene o manca qualche informazione?
67. Luigi: Manca la seconda regola?
68. I: Sì, puoi continuare la frase a partire da dove sei arrivato.
69. Luigi: Visto che Bibò ha 8 biglie e Marta ha due scatole e la prima regola dice che Bibò e Marta devono avere lo stesso numero di biglie, le due scatole conterranno 4 biglie ciascuna perché le due scatole devono contenere lo stesso numero di biglie.
70. I: La regola non è così generica, le due scatole non basta
71. *L'insegnante richiama alla regola e alza la mano Sara.*

72. Sara: Scatole di colore uguale hanno lo stesso numero di biglie.
73. Luigi: Visto che Bibo ha 8 biglie e Marta ha due scatole e la prima regola dice che Bibo e Marta devono avere lo stesso numero di biglie, le due scatole conterranno 4 biglie ciascuna perché scatole dello stesso colore devono contenere lo stesso numero di biglie.
74. I: *Alessandro vuole provare a fare la sua frase.*
75. Alessandro: Visto che Bibo ha 8 biglie e la prima regola dice che Marta e Bibo devono avere lo stesso numero di biglie, e Marta ha due scatole uguali che devono avere lo stesso numero di biglie, le scatole hanno 4 biglie ciascuna.<sup>3</sup>
76. I: Ora passiamo alla terza richiesta, rappresenta la situazione con una frase che inizia con le parole "La somma delle biglie."<sup>4</sup>
77. Sara: La somma delle biglie dentro alla scatola...
78. I: Le scatole sono due, si dice 'dentro alla?'
79. Sara: La somma delle biglie dentro alle scatole è la stessa.
80. I: Possiamo migliorare 'la stessa' in senso matematico?
81. Sara: La somma delle biglie dentro alle scatole è uguale alla somma delle biglie di Bibo.
82. I: Più che alla somma, diciamo che Bibo ha una quantità di biglie.<sup>5</sup>
83. Sara: La somma delle biglie dentro alle scatole è uguale alle 8 biglie di Bibo
84. I: *Caterina alza la mano per fare la sua frase.*
85. Caterina: La somma delle biglie che ha Marta è uguale.
86. I: Diciamo che più che alle biglie che ha Marta noi ci riferiamo alle scatole e alle biglie che stanno dentro alle scatole e che stanno fuori.<sup>6</sup>
87. Caterina: Sì, io volevo fare come Sara... La somma delle biglie dentro alle scatole è uguale al numero di biglie che stanno fuori.
88. I: *L'insegnante ora invita i ragazzi a rappresentare la situazione per Brioshi.*
89. I: Come possiamo rappresentare la somma delle biglie dentro alle scatole? Vi ricordate come rappresentavamo le biglie della scatola blu?
90. Classe: a.
91. I: Non era b?<sup>7</sup>
92. Classe: Ah sì.
93. I: 'b' che rappresenta il numero di biglie nella scatola blu.<sup>8</sup> Sentiamo Caterina che cosa propone.
94. Caterina: Siccome prima abbiamo usato la b, adesso userei la g perché le scatole sono gialle.
95. I: Va bene. g che cosa rappresenta per te?
96. Caterina: g rappresenta le due scatole gialle.
97. I: Quindi g rappresenta direttamente la somma delle biglie nelle due scatole gialle?<sup>9</sup>
98. Caterina: Sì.
99. I: O rappresenta il numero di biglie in una scatola g?
100. Caterina: Il numero di biglie in una scatola.
101. I: Allora se g è il numero di biglie in una scatola, la somma delle biglie dentro alle scatole come la rappresentiamo?<sup>10</sup>

<sup>3</sup> Molto ben gestito l'episodio (26-75). Gli alunni sono stati bravi a seguire l'insegnante nelle sue richieste mirate ad un affinamento continuo del linguaggio e alla puntualizzazione dell'importanza di riferirsi in modo chiaro alle due regole. Per loro non è stato facile.

<sup>4</sup> Mi rendo conto ora che non ho guidato l'attenzione verso questa costruzione ma ho invitato i bambini a iniziare la frase con queste parole.

<sup>5</sup> Qui si sarebbe potuto 'restituire la palla' a Sara chiedendole "Cosa intendi con 'la somma delle biglie di Bibo'?" Ipotizzo che il suo retropensiero possa essere stato che, siccome ha contato le biglie per sapere quante sono, pensa di aver eseguito una somma.

<sup>6</sup> Anche qui avrei restituito a Caterina il compito di riflettere sulla frase che ha costruito.

<sup>7</sup> L'insegnante, molto attenta al linguaggio e alla qualità delle argomentazioni, non deve 'lasciare la presa' nemmeno nel corso del normale dialogo di classe. In questo caso la sua domanda (89) richiede risposte molto più articolate rispetto ad un semplice "a". La sua domanda "Non era b?" avalla però la risposta (90), perché sembra che, anche così, l'insegnante la consideri sufficiente. Come dico spesso, un'insegnante deve imparare a non accontentarsi.

<sup>8</sup> Anche questa precisazione va lasciata agli studenti: "Qual è il significato delle lettera 'b' in questo caso?"

<sup>9</sup> Attenzione che Caterina non ha detto questo. Nella sua frase (96) 'g' indica degli oggetti ("Le due scatole gialle") e non dei numeri, puntualizzazione che fa poi l'insegnante (93), sovrapponendosi all'alunna. Caterina (98) dice "Sì" ma non credo che abbia ben capito la differenza fra quello che ha detto lei (96) e quello che ha detto l'insegnante (97). Anche la sua risposta (100) mi convince solo in parte. Converrebbe che l'insegnante affrontasse con la classe questo aspetto durante una riflessione comune. Potrebbe porre una questione diretta: "Secondo voi Caterina e io diciamo la stessa cosa? Ripetete le nostre frasi e argomentate le vostre risposte".

<sup>10</sup> C'è un po' di smarrimento perché evidentemente ho guidato Caterina verso un'altra strada da quella che voleva percorrere lei. Credo che ci siano i fraintendimenti che ho esposto nel mio commento precedente.

102. I: Se  $g$  è il numero di biglie in una scatola, come rappresentiamo la somma delle biglie dentro alle scatole, il numero di biglie in due scatole? **A quanto è uguale  $g$ ?**<sup>11</sup>
103. Caterina:  $g=4$ .
104. I: Va bene  $g=4$  secondo te Alan?
105. Alan: Sì.
106. I: Perché, cosa rappresenta  $g$ ?
107. Alan: Le scatole gialle.
108. I: Non proprio, rappresenta un'altra cosa. Sara alza la mano.
109. Sara: Il numero di biglie in una scatola. Allora  $g \times 2 = 8$ .<sup>12</sup>
110. I: Vi convince? Se  $g$  è il numero di biglie in una scatola  $g \times 2 = 8$  va bene?
111. Classe: Sì.
112. I: Come avremmo potuto scrivere altrimenti?
113. Classe:  $g+g=8$ .

<sup>11</sup> Qui l'insegnante accavalla due questioni molto diverse, e credo che questo confonda gli alunni. La somma delle biglie dentro le scatole (uguali) è rappresentabile con  $g+g$ , mentre "a quanto è uguale  $g$ " con  $g=8:2$  o  $g=8/2$ .

<sup>12</sup> La proposta di Sara è corretta, ma è sottilmente diversa dalle frasi precedenti. La sua traduzione sarebbe "Il doppio del numero delle biglie in una delle scatole dello stesso colore è uguale a 8, cioè al numero delle biglie di Bibò".

4 maggio 2021

2

Ripartiamo dalla terza fase, e inizia Matteo.

114. Matteo: Il numero di biglie che ha Bibò è uguale a quello che ha Marta nelle due scatole.
115. I: Va bene. Giacomo, la frase è esauriente?
116. Giacomo: Sì, è giusta.
117. I: Dobbiamo aggiungere qualcosa? Manca un dato?
118. Matteo: Forse il numero di biglie che ha Bibò... Il numero di biglie che ha Bibò, cioè 8, è uguale a quello che ha Marta nelle due scatole. Si può dire Prof. 4 alla seconda? No, dai, scherzavo!
119. *Si sentono commenti vari da parte della classe che si confronta.*
120. I: Ora dovete tradurre questa frase per Brioshi. Allora traduciamo la frase di Matteo, va bene? Chi parla? Alza la mano Giacomo.
121. Giacomo: b.
122. I: Cosa intendi con b?
123. Giacomo il numero di biglie.
124. Giacomo: No, g.
125. I: G cosa rappresenta?
126. Giacomo:  $G=4 \times 2$ .
127. I: Ma g cosa rappresenta?
128. Giacomo: g è il numero di biglie nella scatola gialla, nelle scatole gialle.
129. I: Nella o nelle?
130. Giacomo: **Nelle scatole.**<sup>13</sup>
131. I: Però noi qui cosa abbiamo detto, il numero di biglie che ha Bibò, cioè 8, tu stai traducendo questa frase secondo te?
132. **L'insegnante rilegge la frase e chiede come si traduce la prima parte.**<sup>14</sup>
133. Giacomo: Scriviamo b, biglie di Bibò,  $b=8$ .
134. I: Ma perché b?
135. Mya: b si intende le biglie di Bibò.
136. I: No, semmai b è il numero di biglie nella scatola, nella scatola blu, ricordate?
137. Giacomo: b sono le biglie di Bibò.
138. *L'insegnante rilegge la frase e fa notare che il numero delle scatole sta nella seconda parte della frase.*
139. Matteo:  $g=8$ .
140. I: No.
141. Alan:  $8=g$ .

<sup>13</sup> Lo scambio 121-130 appartiene a quella categoria che abbiamo chiamato '[a botta e risposta](#)', che consideriamo poco produttiva. Sugeriamo la lettura di questa voce, inquadrandola poi nella categoria più generale '[Quali sono gli interventi più produttivi nella discussione in classe?](#)'.

<sup>14</sup> Perché solo 'la prima parte'? Perché non tutta la frase? L'insegnante dovrebbe allentare il controllo sugli alunni, e conferire loro una maggiore autonomia. Riporto anche qui un commento che inserisco spesso nei diari: sul piano del metodo, sono a nostro avviso fondamentali due costrutti della Teoria delle situazioni di Brousseau che abbiamo inglobato nel quadro teorico del progetto ArAl: [devoluzione](#) e [validazione](#). (a) Il principio di devoluzione riguarda la necessità che l'alunno impegni la sua personale responsabilità nella costruzione della sua conoscenza. È un processo di grande importanza che l'insegnante adotta e segue per raggiungere la convinzione che un certo risultato ottenuto risponda davvero ai requisiti esplicitamente messi in campo. (b) La validazione si ha quando un allievo, dopo aver proposto agli altri un pensiero o la propria risposta al problema che la classe sta risolvendo, accetta l'invito dell'insegnante a difendere pubblicamente la sua costruzione di quella conoscenza argomentandola, allo scopo di spiegare ai compagni la propria idea. Egli dirige così la sua attenzione alla trasformazione di un sapere personale, privato, in qualcosa di comunicabile. In didattica della matematica questa fase è di straordinaria importanza: senza di essa – sostiene Brousseau – l'apprendimento matematico non è realizzabile'. Ritengo che anche lo scambio 133-141 rientri in questo ambito.

6 maggio 2021

3

142. I: Ripartiamo dall'uguaglianza  $8=g$  e la osserviamo per vedere se abbiamo tradotto bene la nostra frase. Vai Caterina, cosa rappresenta  $8=g$
143. Caterina: Allora: 8 sono il numero delle biglie che stanno dentro alla scatola.
144. I: **Ecco vi sembra corretto?**<sup>15</sup> Ricordate l'immagine?
145. *L'insegnante ripropone l'immagine e Corinna la descrive.* Guardando questa uguaglianza,  $8=g$ , si vedono le due scatole gialle?
146. Classe: No.
147. I: Questa informazione, che le scatole sono due, dovrebbe venir fuori, sennò Brioshi che cosa capisce?
148. Mya: Che in ogni scatola gialla ci sono 8 biglie, invece in ogni scatola gialla ce ne sono 4.
149. I: Ricordate cosa rappresentava per noi  $g$ ?
150. Sara: Il numero di biglie dentro una scatola gialla.
151. I: Allora proviamo a correggere questa situazione.
152. Sara: Io metterei  $g+g=8$ .
153. I: E come la tradurresti in linguaggio italiano?
154. Sara: Nelle due scatole ci sono...
155. I: Allora siccome tu dici  $g+g$  prova ad esplicitare questo  $g+g$ , questo 'più' devi farlo comparire nella tua frase, invece che dire "nelle due scatole ci sono 8 biglie", cosa potremmo dire?
156. Sara: Una scatola gialla + una scatola gialla è uguale a 8.
157. I: Bene, oppure, qualcun altro?
158. Alessandro: Sommando le due scatole gialle, abbiamo 8 biglie.
159. I: **Diciamolo in un italiano più corretto. È quello, però formuliamolo meglio.**<sup>16</sup>
160. I: **Quella che vedete che operazione è?**<sup>17</sup>
161. Giacomo: Addizione.
162. I: Oppure come possiamo chiamarla?
163. Giacomo: Sommando.
164. I: Ma perché usate un gerundio? Usatelo come soggetto.
165. Giacomo: Se sommiamo il numero di biglie nelle due scatole abbiamo 8.
166. I: Il concetto è questo dovrebbe comparire però la parola somma.
167. Caterina: La somma del numero delle biglie delle due scatole è uguale a 8.
168. I: **Possiamo fare altre considerazioni e trovare altre relazioni...**<sup>18</sup>
169. Mya: Io avevo pensato a  $8=g \times 2$ .
170. I: **8 cosa rappresenta?**<sup>19</sup>
171. Mya: **Il numero di biglie dentro le due scatole gialle.**<sup>20</sup>

<sup>15</sup> Si è già notato questo aspetto in altri diari. Quando l'alunno dice "8 sono il numero..." sta pensando agli oggetti, mentre dovrebbe dire "8 è il numero..." riferendosi al numero.

<sup>16</sup> Sarah ripete la frase di Alessandro con un discorso prolisso che non viene riportato. Invitiamo sempre gli insegnanti a riportare anche le parti che non sembrano importanti, in modo da poter riflettere proprio sulle difficoltà degli alunni, che interessano molto, in ogni caso, proprio perché si sta lavorando sull'argomentazione.

<sup>17</sup> Bisogna ricordare sempre che l'obiettivo è potenziare il concetto di rappresentazione. È vero che  $g+g$  è un'addizione ma, se si interpreta  $g+g$  in termini relazionali,  $g+g$  è una somma.

<sup>18</sup> Dallo scambio 159-167 mi sembra che emerga il fatto che il gerundio viene usato perché gli alunni pensano in modo procedurale, cioè a qualcosa che funziona: "Addizione" (161), "Sommando" (163), "Se sommiamo" (165). Il fatto che alla fine (167) emerga un "La somma..." non significa che il loro pensiero sia diventato relazionale, ma semplicemente che cercano di 'accontentare' l'insegnante. Sarebbe opportuno affrontare in termini teorici la dualità procedurale / relazionale, altrimenti non si incide in modo profondo e incisivo sull'abito mentale degli alunni.

<sup>19</sup> Emerge ancora l'attenzione ad un dettaglio: "8 cosa rappresenta?". La richiesta che suggerisco è: "Ci spieghi la frase che proponi?" La discussione è troppo spezzettata, gli alunni non si costruiscono immagini globali di ciò che propongono e, invece di essere i protagonisti del loro pensiero, si adattano alle domande che man mano pone loro l'insegnante. In altre parole: la difficoltà non è quella di interpretare e rappresentare il problema, ma di interpretare le richieste del docente.

<sup>20</sup> Bisogna costruire negli alunni l'abitudine ad organizzare frasi complete del soggetto, ad esempio: "8 è il numero delle biglie dentro le due scatole gialle". Lasciando all'alunna il compito di esprimere in linguaggio naturale la frase nella sua intenzione si sarebbe potuti giungere ad una frase relazionale (elaborata dagli alunni) del tipo: "Il numero delle biglie di Bibo, cioè 8, è uguale al prodotto fra il numero di biglie di una scatola e 2"; gli alunni, guidati, avrebbero potuto poi organizzare una parafrasi migliore: "Il numero delle biglie di Bibo, cioè 8, è uguale al doppio del numero di biglie di una scatola". Andando avanti a botta e risposta si perdono molti aspetti importanti dell'attività, perché gli alunni non producono pensiero autonomo, ma vanno a traino dell'insegnante.

172. *L'insegnante chiede alla classe se è d'accordo.*
173. Corinna: È la somma dentro alle scatole.
174. Alessandro: È il numero di biglie di Brioshi.
175. I: Di Brioshi! Volevi dire di Bibo!
176. Alessandro: No scusi, di Bibo.
177. I: 8 è il numero di biglie di Bibo, quelle che voi vedete. Allora  $8=$  a cosa?  $g \times 2$  come si traduce in italiano Alice?
178. Alice:  $g$  è il numero di biglie presenti in una scatola per 2.
179. I: Sì, c'è ancora un'altra relazione che potete trovare.
180. Giacomo:  $g \times 2 = 8$ .
181. I: È la stessa cosa?
182. Giacomo: Sì, per la proprietà commutativa, cioè sì, è la stessa cosa.<sup>21</sup>
183. Mya: Anche  $8 = g + g$ , però è la stessa cosa.<sup>22</sup>
184. Alessandro: Non credo che c'entri niente però,  $8 : 2 = g$ .
185. I: Cioè come lo tradurresti in italiano?
186. Alessandro: Il numero di biglie di Bibo diviso il numero delle biglie che sta dentro una scatola.
187. I: **Ci stiamo un po' confondendo**<sup>23</sup>... potresti anche partire da  $g$ , visto che dire  $8 : 2 = g$  è la stessa cosa che dire  $g = 8 : 2$ , prova a tradurla così forse ti riesce meglio,  $g$  cosa è?
188. Alessandro: Il numero di biglie all'interno della scatola che è uguale a  $8 : 2$  ovvero 4.
189. *La traduzione appare difficoltosa e la propone l'insegnante.*
190. I: Il numero di biglie all'interno della scatola è uguale al numero di biglie di Bibo diviso due.
191. *Mya propone un'altra relazione.*
192. Mya:  $8 - 4 = g$ .<sup>24</sup>
193. I: Si può arrivare a questa relazione osservando la figura?
194. Mya: No.
195. *L'insegnante riguarda la relazione e propone  $8 - g = g$ .*

<sup>21</sup> Giacomo confonde la proprietà commutativa ( $g \times 2$  e  $2 \times g$ ) con la proprietà simmetrica dell'uguaglianza ( $g \times 2 = 8$  e  $8 = g \times 2$ ).

<sup>22</sup> Qui si può parlare di relazione additiva e di relazione moltiplicativa.

<sup>23</sup> Sarebbe stato importante invitare Alessandro a completare la frase, perché si è fermato alla sola parte sinistra dell'uguaglianza (mi chiedo perché l'abbia fatto). Potrebbe emergere una frase del tipo: "La metà del numero delle biglie di Pippo è uguale al numero delle biglie di una scatola di Marta". L'insegnante vedrà che, con l'esperienza, punterà a questo tipo di definizioni, dichiaratamente relazionali.

<sup>24</sup> Questa proposta è ancora figlia di un pensiero procedurale. Mya pensa ad un calcolo. Nella rappresentazione di una situazione problematica si devono invece introdurre solo gli enti in gioco, noti o sconosciuti (in questo caso: 8 e  $g$ ) senza preoccuparsi di trovare risultati.