

Data : 18 gennaio 2022

*Commenti Insegnante di classe*

*Commenti di Maria Grazia Della Picca (MD), Anna Traverso (AT)*

*Commenti Giancarlo Navarra*

**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La classe 2B è composta da 20 alunni, 10 femmine e 10 maschi. Sono presenti due alunni h. 104, alunni DSA e un alunno BES. La classe ha cominciato a lavorare in ottica relazionale per la prima volta con me dall'anno scolastico scorso con l'inizio della sperimentazione ArAl. Nell'anno passato abbiamo introdotto la rappresentazione canonica e non canonica di un numero, le mini-piramidi e con il Prof. Navarra, Scatole & Biglie.

**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ** Quest'anno abbiamo cominciato lavorando sulla traduzione dal linguaggio naturale al linguaggio matematico per poi passare alla rappresentazione standard e non standard di un problema.

La seguente attività prevede:

1- proposta iniziale di un problema standard con la richiesta lasciata in forma tradizionale per sondare la loro capacità di tradurre il problema in tale contesto in linguaggio matematico.

2- proposta dello stesso problema in forma non standard sostituendo la richiesta di risoluzione con la richiesta di rappresentazione del problema.

3- proposta dello stesso problema con una variazione tra gli enti conosciuti e sconosciuti.

1. Propongo un problema standard e lascio loro liberi di affrontarlo:

**IL PROBLEMA ORIGINALE**

Al mercato un commerciante porta 73 cassette di arance. Ne vende 34 di mattina e 23 di pomeriggio.  
Quante sono le casse rimaste a fine giornata?

2. I: Scriviamo gli enti conosciuti, gli enti sconosciuti e le relazioni.

3. D: 73 è il numero delle cassette di arance... 34 sono le arance vendute la mattina.

4. I: 34 sono le arance?

5. D: No, 34 è il numero di arance vendute la mattina.

6. I: Rileggi bene.

7. D: ... 34 è il numero delle cassette di arance vendute la mattina.<sup>1</sup>

8. I: Prosegui.

9. D: 23 è il numero delle cassette di arance vendute il pomeriggio.

10. *Pausa di riflessione.*

11. I: Li abbiamo messi tutti gli enti conosciuti?

12. D: Sì. Ora mettiamo gli enti sconosciuti.

13. *Pausa di riflessione.*

14. I: Come segniamo gli enti sconosciuti?... Vai G. parla te.

15. G: Con il punto interrogativo.

16. I: Ragazzi ricordatevi che abbiamo deciso tempo fa che ogni volta che non conosciamo un numero non utilizziamo il punto interrogativo, ma un altro simbolo.<sup>2</sup>

17. *Pausa di riflessione.*

18. I: F. prova te?

19. F: Utilizziamo un'incognita.

20. I: E che cos'è un'incognita?

21. F: Un simbolo. Un simbolo matematico, come le cifre... per l'incognita usiamo le lettere.<sup>3</sup>

22. I: In questo problema quale lettera pensate di utilizzare per rappresentare il numero delle casse rimaste a fine giornata?

<sup>1</sup> (AT) L'attenzione a nominare correttamente gli enti in gioco è importante; fa bene l'insegnante a soffermarsi su questo punto e ad esigere dall'alunno che formuli la frase in modo corretto.

<sup>2</sup> Ho pensato fosse doveroso riprecisare questa "convenzione" che avevamo già stabilito l'anno scorso.

<sup>3</sup> <sup>2</sup>Forse dovevo approfondire di più? (AT) Se la questione della lettera come simbolo dell'incognita è già stata affrontata in passato, mi pare sufficiente averla richiamata ora. La risposta di F d'altra parte è chiara. Poteva forse essere ulteriormente precisato che il termine 'incognita' non si riferisce alla lettera, ma al numero sconosciuto che la lettera rappresenta.

23. L: Utilizziamo  $r$  di rimaste.<sup>4</sup>  
 24. I: Va bene, andiamo avanti.  
 25. I: Adesso dobbiamo scrivere la relazione che ci permette di risolvere il problema. Vai G.<sup>5</sup>  
 26. G: Io scriverei 34 più 23 e poi farei 73 meno la somma di 34 più 23.  
 27. I: Dettami.  
 28. G: 34+23, che è uguale a 57, è il numero delle cassette vendute... mentre 16, che è 73-57, è il numero delle cassette rimaste. Scrivo sotto dettatura:

$$34+23=57 \quad 73-57=16.$$

29. I: Tra questi  $r$  chi è?<sup>6</sup>  
 30. G:  $r$  è uguale a 16.  
 31. I: Allora questa strategia, proceduralmente corretta, non vi ha permesso di scrivere la relazione che rappresenta la soluzione del problema?<sup>7</sup>  
 32. Propongo lo stesso problema in modo non standard:

*VERSIONE NON STANDARD DEL PROBLEMA*  
*Al mercato un commerciante porta 73 cassette di arance. Ne vende 34 di mattina e 23 di pomeriggio.*  
*Rappresenta il problema in modo che Brioshi possa risolverlo.<sup>8</sup>*

33. I: Non vi richiedo di nuovo gli enti in gioco perché li abbiamo già scritti. G... usa il linguaggio matematico, vai...<sup>9</sup>  
 34. G: 73 è uguale a  $c$ .  
 35. I: 73 è un ente sconosciuto o è conosciuto?  
 36. G: È conosciuto.<sup>10</sup>  
 37. I: Ragazzi è necessario che venga utilizzata una lettera per rappresentare solo gli enti sconosciuti, non abusiamo delle lettere quando gli enti sono conosciuti, mettiamo direttamente il numero.<sup>11</sup>  
 38. Pausa riflessiva.  
 39. G: Allora scriverei 73 meno tra parentesi 34+23 uguale a 16.  
 40. I: 16 lo abbiamo tra gli enti nel problema?  
 41. G: No, è uguale a  $r$ .

<sup>4</sup> La risposta di L è molto povera: cosa intende l'alunno con 'r di rimaste'? Si sarebbe potuto chiedergli di rispondere in una maniera più precisa, magari richiamando e rinforzando un contratto didattico che prevedesse che il significato di una lettera va sempre precisato in termini di numero.

<sup>5</sup> (AT) Qui l'insegnante sta indirizzando l'attività verso la risoluzione del problema, non verso la rappresentazione della situazione. Il passaggio attraverso la fase procedurale diventa pertanto inevitabile. Sarebbe stato interessante verificare come gli alunni, lasciati effettivamente liberi di costruire la loro rappresentazione, avrebbero affrontato la questione.

<sup>6</sup> (MD) Meglio: "r qual è?"

<sup>7</sup> Potevo dirlo? (AT) Non direi che una procedura corretta non permetta 'di scrivere la relazione che rappresenta la soluzione del problema', direi anzi che non è possibile organizzare una corretta risoluzione procedurale senza individuare le relazioni tra gli enti noti. Qui mi pare stia il punto: mettendo nella giusta relazione gli enti noti, il problema è praticamente risolto, tant'è che G. non ha avuto bisogno di ricorrere alla lettera nella sua rappresentazione ed è l'insegnante (26-27) a richiamarla in causa. Ma se deve essere Brioshi a risolvere il problema (se si vuole cioè che gli alunni arrivino a costruire un'equazione senza preoccuparsi in questa fase di come si arriverà alla sua soluzione) occorre produrre una rappresentazione che rispecchi sempre il testo, ma affidi al compagno di penna giapponese il compito di trovare la strategia risolutiva, in questo caso il ricorso alla lettera diventa necessario. Opportunamente l'insegnante nella fase successiva modifica la consegna in questo senso.

<sup>8</sup> (MD) Manca l'accento al numero di cassette rimaste a fine giornata, che è l'ente sconosciuto..

<sup>9</sup> (AT) Noto che l'insegnante si rivolge ancora allo stesso alunno intervenuto prima. Non sarebbe stato opportuno coinvolgerne un altro?

<sup>10</sup> Sarebbe stato meglio chiedere all'alunno cosa intendesse dire. Probabilmente, all'origine, c'è uno scarso controllo da parte sua sul significato della lettera. G non è consapevole che sta dicendo che un numero conosciuto (73) è uguale ad uno sconosciuto, anche se poi risponde che '73 è conosciuto'.

<sup>11</sup> (AT) Giusta osservazione. Concordo anch'io. Probabilmente l'insegnante la conosce già, se così non fosse le suggerisco di leggere la voce del Glossario 'Ebbrezza da simbolo'.

42. *Scrivo sotto dettatura:  $73-(34+23)=r$ .*<sup>12</sup>  
 43. I: Chi rilegge questa uguaglianza?  
 44. L: 73 meno la somma di  $34+23$  è uguale a r.  
 45. I: Oppure?  
 46. F: *La differenza tra 73 e la somma di  $34+23$  è uguale r.*<sup>13</sup>  
 47. I: Bene... andiamo avanti. Modifichiamo ancora il problema.  
 48. *L'insegnante propone lo stesso problema in modo non standard.*

*NUOVA VERSIONE NON STANDARD DEL PROBLEMA*

*Al mercato un commerciante porta 73 cassette di arance. Ne vende 34 di mattina e altre di pomeriggio. A fine giornata ne rimangono 16.*  
*Rappresenta il problema in modo che Brioshi possa risolverlo.*<sup>14</sup>

49. I: Scriviamo gli enti in gioco. G... vai.  
 50. G: *Allora, facciamo 73 che è il numero delle cassette di arance. Poi 34 è il numero di cassette vendute la mattina...*<sup>15</sup>  
 51. *Pausa riflessiva.*  
 52. I: G. Guarda bene il testo, sei sicura che hai messo tutti gli enti conosciuti?  
 53. G: Ah no manca 16 che è. il numero delle cassette rimaste.  
 54. *Pausa riflessiva.*  
 55. I: Gi. è cambiata la situazione problematica rispetto ai precedenti testi?  
 56. Gi: Eh sì, prima conoscevamo il numero delle cassette vendute di pomeriggio e non conoscevamo quelle rimaste, ora è il contrario.  
 57. *B. Alza la mano.*  
 58. I: *Dimmi B.*<sup>16</sup>  
 59. B: C'è scritto anche *altre di pomeriggio* e stavolta è questo l'ente sconosciuto.  
 60. I: Giusto B. e allora con quale simbolo lo rappresenti?  
 61. B: Con una lettera.  
 62. I: Scegli la.  
 63. B: *Forse la p che sta per pomeriggio.*<sup>17</sup>  
 64. I: Va bene... Ci sono rimasti altri entri in gioco?  
 65. Gi: No.  
 66. I: Adesso dobbiamo scrivere la relazione che rappresenta il problema in linguaggio matematico. Continua Gi..

<sup>12</sup> (MD) *Credo che i ragazzi stiano ancora pensando alla risoluzione. Un'analisi delle relazioni esistenti fra gli enti in gioco avrebbe aiutato a definire più correttamente gli enti stessi e le relazioni che li collegano, e probabilmente li avrebbe condotti ad esprimere la situazione sia in linguaggio naturale sia in quello matematico in modo più relazionale. Come l'insegnante vedrà, quando a breve condivideremo le Guide relative al passaggio dai problemi standard alle versioni non standard, la strategia di usare i colori per distinguere gli enti in gioco e le loro relazioni, sia in linguaggio naturale sia in quello matematico, favorisce la traduzione dall'uno all'altro.*

<sup>13</sup> (AT) *Qui F., e sopra L., mescolano elementi matematici e linguistici in un'unica frase. Sarebbe meglio se, nella verbalizzazione, arrivassero anche a dire 'che cosa' sono i numeri 73 e  $34+23$ . Ne verrebbe fuori una frase di questo tipo: "Il numero delle cassette rimaste è uguale alla differenza tra il numero di tutte le cassette portate al mercato e la somma del numero di cassette vendute la mattina con quello delle cassette vendute il pomeriggio".*

<sup>14</sup> (AT) *Rimando ad un commento precedente; mi sembra meglio essere più chiari nella consegna: '...in modo che Brioshi possa trovare il numero delle cassette vendute di pomeriggio'.*

<sup>15</sup> (AT) *L'idea del fare sembra avere un legame molto stretto con l'idea di problema. È un habitus mentale insito nella formazione matematica di ciascuno di noi, credo.*

<sup>16</sup> (AT) *Il frammento di diario(58-63) mostra un dialogo che si svolge tutto tra insegnante e alunno, quasi in un rapporto uno a uno, ma, anche se in questo momento il resto della classe non ha un ruolo attivo, sarebbe importante coinvolgerlo nello scambio che sta avvenendo. Ad esempio, 'Dimmi' potrebbe diventare 'Spiega ai tuoi compagni', o 'Giusto' trasformarsi in 'Sei d'accordo con quello che ha detto la tua compagna?'. Anche la scelta della lettera con cui rappresentare l'ente sconosciuto potrebbe essere negoziata con la classe. Si tratta, credo, di assumere gradatamente atteggiamenti meno assertivi e più di sostegno ad una discussione tra pari.*

<sup>17</sup> *Cosa intende l'alunno con quel 'che sta per pomeriggio'? Avesse almeno detto "p che sta per cassette di arance vendute nel pomeriggio". Naturalmente la frase più corretta sarebbe stata "p per il numero delle cassette di arance vendute nel pomeriggio". Mi viene in mente sempre, in questi casi, la frase di un amico italianista: "Il linguaggio è faticoso, e l'uomo è pigro". In generale, ritengo che quando un insegnante accetta questo tipo di risposte, in cui la lettera viene riferita genericamente ad un oggetto, attribuisce loro un significato corretto che esse in realtà non possiedono. L'intervento migliore, dal mio punto di vista, sarebbe quello di chiedere: "Spiegaci meglio cosa intendi con questo 'sta per il pomeriggio'. Di sicuro metterebbe in crisi la pigrizia linguistica di B.*

67. Gi: Io farei 73 meno aperta parentesi tonda 34+16 chiusa parentesi tonda, uguale... mmm... 34+16 uguale a 50 e 73-50 è uguale a 23.
68. I: Gi. Mi stai facendo i calcoli ma non è quello che dobbiamo fare adesso; adesso dobbiamo scrivere l'uguaglianza che rappresenta il problema dove compaiono le relazioni tra gli enti conosciuti e gli enti sconosciuti. Ricordati che tu non devi risolvere il problema, lo devi solo rappresentare in modo che lo risolva Brioshi; quindi quello che tu scriverai lo manderai a Brioshi e sarà lui che farà i calcoli. Cosa scriviamo allora? <sup>18</sup>
69. Gi: Mmm... uguale a  $p$ .
70. I: Ridettami l'uguaglianza.
71. *Scrivo sotto dettatura:  $73-(34+16)=p$ .*
72. I: Bene, ora riprova a leggere l'uguaglianza che abbiamo scritto.
73. Gi: 73 meno quello che viene da 34+16 è uguale a  $p$ .
74. I: "Quello che viene" non è una terminologia appropriata cerca di essere più specifico. <sup>19</sup>
75. Gi: È vero!... La differenza tra la somma di 34 e 16 è uguale a  $p$ . <sup>20</sup>
76. I: Ok la lettura è giusta però chiedo a tutti di riguardare questa uguaglianza e di rileggere il testo del problema; vi sembra che questa scrittura sia esattamente la rappresentazione del testo per come è stato proposto? Guardate anche la sequenza temporale con la quale si susseguono gli eventi della situazione problematica. La scrittura che Gi. ci ha suggerito è la rappresentazione che ci permette di risolvere il problema, non di rappresentarlo. <sup>21</sup>
77. *Pausa riflessiva.*
78. Fa: Io farei 73 meno apro parentesi 34 più  $p$  chiusa parentesi uguale a 16.
79. I: Prima leggila bene e poi spiega perché scriveresti così.
80. Fa: Allora sì, la differenza tra 73 e la somma di 34 con  $p$  è uguale a 16... Farei così perché la mattina prima vende 34 cassette poi ne vende altre... in quantità sconosciuta e a fine giornata quindi gliene rimangono 16.

<sup>18</sup> *Non so se dovevo approfondire maggiormente o meglio o se ho proprio sbagliato a precisare. (AT) Credo che questa precisazione sia stata molto opportuna. Ritengo che sia necessario ricordare gli aspetti sottolineati dall'insegnante, ma credo che qui lei svolga un ruolo primario (spiegare come stanno le cose) e gli alunni uno secondario (ascoltare quello che dice l'insegnante). Ritengo che ci debba essere un maggiore coinvolgimento, e che gli alunni debbano essere guidati verso la negoziazione e la condivisione di un contratto di cui essi sono i protagonisti. Altrimenti l'insegnante deve intervenire ogni volta per ricordare come stanno le cose. Propongo di riflettere sul costrutto di devoluzione.*

<sup>19</sup> *Non credo che l'invito ad essere più 'specifico' sia trasparente. Gi esprime un retro pensiero di tipo procedurale. Un ricercatore, Schoenfeld, in questi casi direbbe che la dualità 'relazionale/procedurale' è ancora estranea all'epistemologia degli alunni. Suggestisco di affrontare questi nodi del quadro teorico alla radice, attraverso una o più discussioni filosofiche, altrimenti credo che la differenza fra 'risolvere' e 'rappresentare' rimanga un concetto molto vago, volatile, che necessita di continui richiami da parte dell'insegnante.*

<sup>20</sup> *(AT) L'alunno, nel correggersi, ha perso per strada il 73. Ritorno a quanto scritto in un commento precedente. Qui si tratta ancora di una frase ibrida da cui non emerge il significato dei numeri 34 e 16.*

<sup>21</sup> *Non so se ho fatto bene a farli focalizzare sulla sequenza temporale o se dovevo utilizzare un'altra strategia. Credo che l'intervento dell'insegnante sia concettualmente molto 'denso'. Bisognerebbe porre delle domande 'di indirizzo' che obblighino gli alunni a farsi carico dell'attività. (AT) Qui forse l'espressione è ambigua, infatti anche  $73-(34+16)=p$  è una rappresentazione della situazione. Non è la rappresentazione da inviare a Brioshi, se si vuole che sia lui a risolvere il problema. Forse andava sottolineato questo aspetto. Trovo buono l'invito a costruire la rappresentazione rispettando la sequenza temporale degli eventi, ciò consentirà di arrivare ad un'equazione nel passaggio successivo. Mi aggancio alla riflessione di AT perché quello che stiamo analizzando è un aspetto molto importante nell'affrontare la rappresentazione di situazioni problematiche non standard, sul quale con AT e DP ci siamo già soffermati in una Guida ad un problema. Pongo a confronto due scritture proposte dagli alunni:*

$$(42) 73-(34+23)=r \qquad (84) 34+p+16=73.$$

(42)  $r$  = numero delle cassette di arance rimaste dopo la vendita.

(84)  $p$  = numero di cassette vendute nel pomeriggio.

Supporto l'interpretazione delle due frasi con un disegno:

$34+p+16=73$  rappresenta i due 'estremi' dell'episodio: la situazione finale ( $34+p+16$ ) è uguale a quella iniziale (73).  $73-(34+23)=r$  racconta quello che è successo fra i due 'estremi': dal numero iniziale delle cassette (73) è stata tolta la somma delle cassette vendute ( $34+23$ ); al grossista rimangono  $r$  cassette.  $73-(34+23)=r$  non è una 'vera' equazione perché Brioshi deve semplicemente fare un po' di calcoli (quello che dice AT nel suo commento, che non dovrebbe essere: "la rappresentazione da inviare a Brioshi, se si vuole che sia lui a risolvere il problema");  $34+p+16=73$  invece è una 'vera equazione perché l'incognita compare all'interno del membro di sinistra cioè, in chiave ArAliana,  $34+p+16$  è la rappresentazione non canonica del numero 73.

81. F. alza la mano.
82. I: F. Dimmi? <sup>22</sup>
83. F: A me viene anche da dire 34 più  $p$  più 16 uguale 73.
84. Scrivo sotto dettatura:  $34+p+16=73$ .
85. I: Aritmeticamente è corretta, ma, per verificare che rappresenti la situazione di questo problema, ti chiedo osservando questa relazione, di ricostruirne il testo e poi di controllare. <sup>23</sup>
86. F: Mmmm... Il mercante vende 34 cassette di arance la mattina, altre di pomeriggio e gliene rimangono 16. Quante cassette aveva in tutto? <sup>24</sup>
87. I: Adesso riguardala bene e controlla che sia tutto corretto ricontrolla gli enti conosciuti e gli enti sconosciuti.
88. F: Allora abbiamo tre enti conosciuti e uno sconosciuto.
89. I: Guarda bene l'uguaglianza e subito dopo guarda bene il testo. <sup>25</sup>
90. F: Ah no, al posto della domanda dobbiamo mettere *inizialmente ne aveva 73*. Avevo messo un ente sconosciuto in più.
91. I: Ora F. controlla il testo che tu hai tradotto dal linguaggio matematico e confrontalo con il testo che avevo proposto io. Cosa noti?
92. F: Eh... noto che il numero delle casse che aveva all'inizio, nel mio testo, è scritto dopo e invece nel testo che ha proposto lei veniva scritto prima. Il testo ha frasi invertite.
93. I: Cosa vuoi dire con frasi invertite?
94. F: Nel suo testo prima si parla delle cassette totali poi di quelle vendute e poi di quelle che rimangono; nel mio testo prima ci sono quelle vendute poi quelle che rimangono e alla fine quelle che erano all'inizio.
95. I: Ragazzi questo dettaglio è importante! Ai fini della risoluzione del problema non cambia molto ma ai fini della traduzione in linguaggio matematico della situazione cambia perché è diversa l'uguaglianza che andiamo a scrivere. Le uguaglianze sono diverse perché diversa è la successione temporale degli eventi. Ma secondo voi, anche se le uguaglianze sono diverse, la risoluzione sarà lo stesso numero o no? <sup>26</sup>

<sup>22</sup> (AT) Torno ad un commento precedente. Non dovrebbe essere l'insegnante l'interlocutrice privilegiata, quantunque spesso sia così, ma l'intera classe. "Ci spieghi..."

<sup>23</sup> Non so se la precisazione è stata opportuna. (AT) Perché 'aritmeticamente' corretta? Direi corretta tout court. Si tratta di un'equazione a tutti gli effetti. Dal mio punto di vista, nei suoi commenti l'insegnante dice troppo. Dovrebbe coinvolgere maggiormente la classe, mettersi più 'in disparte'. Non dovrebbe essere lei a dire che la scrittura è 'corretta'. Il suo obiettivo è di far riflettere la classe sulla scrittura appena scritta; ma allora deve far riflettere, non essere lei a riflettere al posto degli alunni. Inoltre, quando l'insegnante dice 'osservando questa relazione', a quale si riferisce? Alla relazione di equivalenza? Perché nella scrittura ci sono anche relazioni additive. Gli alunni capiscono davvero cosa intende dire?

<sup>24</sup> La frase di F esprime un evidente punto di vista procedurale. 73 per lei è un risultato. Ribadisco quanto ho scritto nel Commento (18, r:68): le dualità procedurale/relazionale e rappresentare/risolvere dovrebbero essere affrontate e sviluppate nel corso di una o più riflessioni collettive, anche senza avere tra i piedi un problema da risolvere. (AT) Trovo interessante che F trasformi il numero a destra dell'uguale in una domanda 'standard'. Mostra quanto sia difficile da scardinare l'idea che dopo l'uguale debba stare un risultato. Trovo gli interventi dell'insegnante puntuali ed efficaci e mi sembra buona l'idea di far verbalizzare il testo a partire da quest'ultima rappresentazione.

<sup>25</sup> Anche se poi F coglie il senso dell'invito, espressioni così 'indistinte' ("Guarda bene") mi lasciano sempre perplesso. Riporto un commento di un'esperta del GISCEL (Donatella Lovison) che ripropongo molto spesso in casi analoghi: "Questo genere di domande mi lascia sempre dubbiosa: hanno un carattere troppo generale e c'è il rischio concreto che gli alunni osservino di tutto e di più, disperdendo le conquiste fatte nelle fasi precedenti e disorientando l'insegnante che può incontrare difficoltà a ricondurre la lezione nel giusto binario. Propendo per domande più 'orientanti', cioè che contengano nella loro formulazione delle 'parole indirizzo' che orientino verso l'obiettivo che l'insegnante si pone."

<sup>26</sup> La precisazione l'ho fatta io. F. aveva intuito, ma non era stato chiaro, forse dovevano chiederlo a loro se era importante. Sì, sarebbe stato meglio. Qui il nodo da affrontare, dal mio punto di vista, riguarda la pluralità delle rappresentazioni che esprimono le relazioni fra gli enti. Per come si esprime F, sembra che sia un fatto tecnico di spostamenti di informazioni. Gli alunni dovrebbero essere messi nella condizione di controllare in modo più approfondito il significato di queste parafrasi, cioè di capire come ad ognuna di esse corrisponda un diverso punto di vista dal quale si vede la situazione. (AT) Questa precisazione mi sembra fuorviante, infatti non è la successione temporale degli eventi a cambiare, ma proprio il punto di vista con cui si guarda la situazione. Riallacciandomi a quello che scrive Giancarlo, si può dire che  $73-(34+p)=16$  descrive il passaggio da uno stato iniziale (73) ad uno finale (16),  $34+p+16=73$  ricostruisce lo stato iniziale (73) a partire da quanto è accaduto ( $34+p+16$ ). Si potrebbe osservare che una stessa situazione può essere descritta e interpretata da diversi punti di vista e che la rappresentazione

96. Pausa riflessiva e Fa. alza la mano.

97. I: Vai L.

98. Fa: No la risoluzione è la stessa.

99. I: Ora Fa. Guarda se è possibile scrivere un'altra uguaglianza che rappresenti il problema che ho proposto.

100. Pausa riflessiva.

101. Fa: Togliendo le parentesi... 73 meno 34 più  $p$  uguale 16.

102. Scrivo sotto dettatura:  $73-34+p=16$ .<sup>27</sup>

103. I: Riguardala bene e rileggi il testo del problema.

104. Fa: Mmm...

Suona la campanella.

105. I: L. cosa puoi dire?

106. L: Non c'è il più ma il meno  $p$ .<sup>28</sup>

107. I: Rileggila.

108. L: 73 meno 34 meno  $p$  è uguale a 16.

<sup>29</sup>

---

matematica che ne consegue cambia a seconda del punto di vista che si assume, quello che conta è che le relazioni tra gli enti vengano rispettate.

<sup>27</sup> (AT) Qui sarebbe opportuno soffermarsi sull'uso della parentesi e su come muti il significato della scrittura con o senza parentesi.

<sup>28</sup> La mia osservazione si collega a quanto ho scritto in precedenza: gli alunni colgono differenze formali, ma credo che sfugga loro il senso dei cambiamenti. Credo che sia un potente aiuto costruire delle verbalizzazioni che esprimano il significato del testo; per esempio: "Cosa intendi rappresentare con  $73-34+p$ ?" o "Comincia con lo spiegare cos'è per te la differenza fra 73 e 34". Una risposta potrebbe essere: "73-34 è il numero delle cassette che rimangono dopo la vendita del mattino". Domanda: "E cos'è la somma fra questo numero e  $p$ ?" L'alunno capirebbe che alle cassette rimaste non ha senso aggiungere quelle che venderà nel pomeriggio. L'obiettivo è proprio questo: favorire una reale costruzione della capacità di interpretare le scritture.

<sup>29</sup> (AT) Il diario mi sembra una prima tappa verso un'idea di problema meno legata all'operatività, alla manipolazione dei dati, e più focalizzata sulla descrizione delle relazioni fra gli enti e sul significato delle scritture matematiche che ne scaturiscono. L'insegnante sa tenere il punto sugli obiettivi del lavoro e guidare gli alunni sul terreno, forse per loro ancora relativamente nuovo, delle rappresentazioni e della traduzione da un linguaggio all'altro. Attraverso la pratica e la revisione critica della sua conduzione arriverà certamente ad essere sempre meno direttiva e presente nella conversazione, in modo da lasciare più spazio all'iniziativa degli alunni. Il passo successivo potrebbe essere quello di mettere a confronto le varie rappresentazioni matematiche in modo da individuare quella che meglio si presta ad una risoluzione attraverso la metafora della bilancia a piatti.