	2022/23	Approccio all'incognita e all'equazione	1							
Cavalese (TN)	I	I	2	3	4	5	I	2	3	M. L.

16 gennaio 2023, 1B

Commenti *Insegnante di classe*

Commenti *Giancarlo Navarra*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 1B SSPG IC CAVALESE è composta da 21 alunni di cui una ragazza con sostegno. Proengono dalle diverse Scuole Primarie dell'Istituto. Il clima della classe è sereno. Buono è l'impegno e l'interesse alle attività proposte. Un gruppo di studenti partecipa in modo propositivo, facendo spesso interventi appropriati e costruttivi. Altri intervengono solo se sollecitati dall'insegnante.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: C7. Saper risolvere problemi verbali utilizzando strategie diverse e, al caso, riconoscendo la necessità o l'opportunità di ricorrere ad un approccio algebrico.

I PROBLEMI¹: Piero lancia una sfida alla sua classe:

La differenza fra l'età di mio papà e quella di mia sorella Elena è di 30 anni. Lui ha il triplo degli anni di Elena". Rappresenta la situazione in modo che la classe possa trovare l'età del papà e della sorella di Piero.

Vengono di seguito riportati i diari relativi alle presentazioni nelle due classi e quello relativo alla discussione sul problema n.4 (di tipo B), dopo il lavoro a coppie (solo 3a).

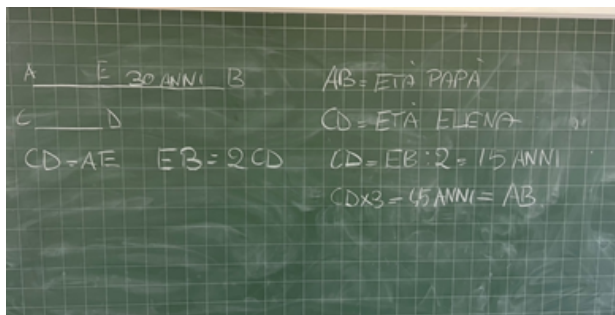
1. Proietto il quesito alla LIM e chiedo se qualcuno vuole leggere.
2. Beatrice legge il testo ad alta voce.
3. I: Che cosa ci chiede il quesito?
4. David: Di trovare l'età...
5. I: Sì, e poi? Proviamo a rileggere.
6. David: "Rappresenta la situazione" quindi dobbiamo rappresentare l'età come abbiamo fatto con i segmenti... quindi dobbiamo fare... posso venire alla lavagna?²
7. I: Certo, vieni, cosa ci vuoi proporre?
8. David: Volevo provare a rappresentare come abbiamo imparato a fare con i segmenti.
9. I: Se qualche compagno o compagna vuole intervenire...
10. Alessio: Io avrei fatto 30:3.
11. I: Ok Alessio, vediamo se David fa come dici tu.
12. Intanto che David scrive, l'insegnante prova a far parlare anche gli altri e chiede se ci sono dati significativi, cosa è importante tenere in considerazione per poter rappresentare la situazione.
13. Beatrice: La differenza fra l'età del papà e di Elena, poi 30 anni, e il triplo degli anni... la differenza fa capire che c'è una sottrazione.
14. I compagni sono d'accordo: la maggior parte annuisce, gli altri sono in silenzio e osservano David.
15. I: David, puoi spiegare che cosa hai scritto?
16. David: Il segmento AB è l'età del papà mentre il segmento CD è l'età della sorella. Allora la differenza tra il segmento AB e il segmento CD è di 30 anni. Il segmento CD sta nel segmento AB tre volte e quindi il segmento AB è multiplo del segmento CD.³
17. I: Ok, proviamo a vedere: se una persona entra in aula adesso e non ha letto il testo del problema, capisce di cosa stiamo parlando leggendo alla lavagna?
18. David inizia a scrivere $AB = \text{età del papà}$; $CD = \text{età di Elena}$.
19. I: Qualcuno vuole intervenire?

¹ Il problema proposto mi sembra troppo 'alto' dato l'obiettivo dichiarato dall'insegnante 'approccio all'incognita e all'equazione'. Infatti, nella pagina 'Competenze e problemi' del 'Curricolo Early algebra', da cui è tratto, il problema si trova fra quelli al livello 7, il più alto. Quali attività sono state proposte in precedenza per consentire agli alunni di dotarsi delle competenze necessarie per affrontarlo? Sarebbe stato opportuno basarsi sull'Unità 6 'Dalla bilancia a piatti all'equazione': (i) far svolgere le prime esperienze con la bilancia reale; (ii) passare alla loro rappresentazione in linguaggio algebrico; (iii) proporre i problemi con supporto iconico per far 'scoprire la bilancia' all'interno del testo di un problema verbale; (iv) affrontare problemi senza supporto iconico.

² La strategia dei segmenti alla quale fa riferimento David è quella tradizionalmente seguita con questo tipo di problemi. Mi chiedo come la collochi l'insegnante in seno al Progetto ArAl.

³ L'attenzione è focalizzata sui segmenti, e le età che essi rappresentano vengono opacizzate.

20. Gabriel: Dobbiamo fare un numero che il suo triplo fa 30 perché se ci sono 30 anni di differenza il triplo deve fare 30.⁴
21. Beatrice: Allora Elena ha 10 anni e il papà di Elena 30.
22. I: Siete tutti d'accordo ?
23. David: No.
24. Sebastian: No, secondo me il papà di Elena ha 45 anni e Elena ha 15.
25. I: E come hai fatto a capire questo ? Puoi rappresentare alla lavagna il tuo pensiero?
26. Sebastian: L'ho capito facendo che 15 per 3 fa 45⁵ e la differenza tra 15 e 45 è 30.
27. Mattia: Ma c'è scritto che Elena ha 30 anni e suo papà ha il triplo quindi secondo me ha 60 anni.
28. Beatrice: Ma Elena non ha 30 anni.
29. Mattia: Ah no no, è vero.
30. I: Sebastian provi a spiegarci il tuo ragionamento?
31. Sebastian: Ho provato a fare un paio di esempi per provare a vedere come può essere possibile.
32. I: Per tentativi?
33. Sebastian: Sì.
34. *L'insegnante annuisce e prova a coinvolgere anche altre persone chiedendo se hanno bisogno di rileggere il testo.*
35. *Eva rilegge.*
36. I: Allora il papà ha 30 anni?
37. *La maggior parte risponde di no (gli altri in silenzio).*
38. I: Perché dite di no?
39. Eva: Perché l'età del papà meno l'età di Elena fa 30 anni.⁶
40. *L'insegnante guarda se se ci sono altre mani alzate, nessuno interviene, David che era rimasto in piedi alla lavagna, inizia a leggere quanto aveva scritto precedentemente⁷.*
41. David: Se CD ci sta 3 volte in AB e questo è una parte di CD allora qui ci sta tre volte.
42. I: Che cosa intendi con 'questo'?
43. David: AE è una parte di CD, anzi no, CD è una parte di AB.
44. *Prosegue scrivendo e leggendo mentre scrive: CD è uguale a AE, EB è uguale a 2CD e allora CD è uguale a EB diviso 2 è uguale a 15 anni, CD per 3 uguale 45 anni uguale AB perché AB uguale 3CD.*



44. I: Siete d'accordo tutti ? Sì perché o no perché?
45. *La maggior parte si dice d'accordo.*
46. Gabriel: Sì perché 45 anni perché se CD è uguale a AE, CD ci sta 3 volte, quindi se EB lo dividiamo per 2 è uguale a 15 perché se CD è... no, AE e CD e CD è uguale a EB.
47. I: **Attenzione, CD=EB?**⁸
48. I compagni: CD=AE.
49. Gabriel: Se dividiamo AE diviso 2 fa 15 perché è metà di AB e quindi è 15 perché se in tutto è 30. e quindi 15 per 3 uguale 45 che è uguale a AB.
50. I: Bene, mi sembra che la situazione sia stata ben rappresentata. Secondo voi, ci sono altri modi per rappresentare questa situazione? Se non vogliamo utilizzare i segmenti, altri simboli? Che cosa vi viene in mente? Cosa potremmo disegnare al posto dei segmenti? Per rappresentare questa situazione.

⁴ Il punto di vista di Gabriel è procedurale: 'Dobbiamo fare un numero', 'il suo triplo fa 30', 'il triplo deve fare'. Bisogna guidare gli alunni a sostituire il pensiero procedurale che porta a dire "Dobbiamo fare un numero che il suo triplo fa 30" con quello relazionale: "l'età del papà è il triplo di quella di Elena".

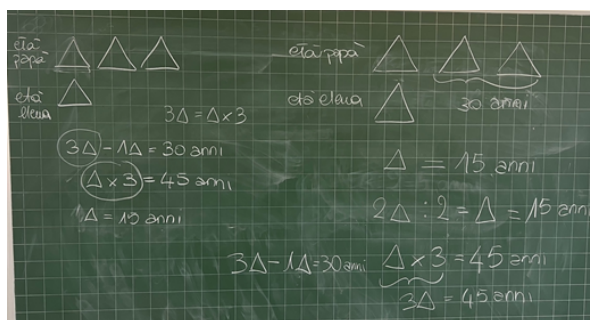
⁵ Frase procedurale.

⁶ Ancora una frase procedurale.

⁷ Da questo punto in poi non commenterò passo passo il diario ma inserirò un lungo commento finale.

⁸ Ho sbagliato ad intervenire perché già era in difficoltà ora l'ho messo ancora più in difficoltà.

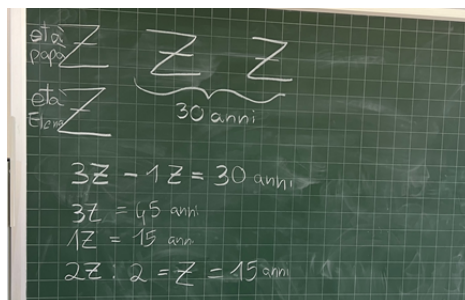
51. Beatrice: Dei grafici?
 52. I: Come?
 53. Beatrice: L'istogramma?
 54. I: In che modo?
 55. Beatrice: No.
 56. I: Cosa dite, può essere utile un istogramma?
 57. *I compagni dicono di no.*
 58. David: Un ideogramma.
 59. I: E come lo utilizzeresti?
 60. David: Un disegnano, un cerchio è 1 anno.
 61. *Li aiuto disegnando i segmenti che avevamo usato prima mettendo ben in evidenza che sono in tutto 4 della stessa lunghezza (tre sopra e uno sotto) e chiedo se secondo loro è l'unico modo per poter rappresentare la situazione. Ripeto che è importante dare l'idea che una cosa è il triplo dell'altra e che c'è una differenza da mettere in evidenza.*
 62. Eva: Tre quadrati e un quadrato sotto.
 63. Nicole: Anche i triangoli.
 64. I: Certo, e cosa rappresentano? Cosa devo scrivere?
 65. Eva: Età del papà vicino ai tre triangoli e età di Elena vicino al triangolo da solo.
 66. I: E poi cosa devo scrivere?
 67. Eva: Nei due triangoli a destra scrivo 30 anni.
 68. I: Poi cosa scrivo? Se voglio utilizzare l'uguale?
 69. Eva: Un triangolo = 15 anni.
 70. I: E lo facciamo vedere come abbiamo fatto a trovare questo 15? Come lo scriviamo?
 71. Nicole: 2 triangolo diviso 2 = triangolo = 15 anni.
 72. Kristen: 1 triangolo per 3 = 45 anni
 73. I: Oppure?
 74. Beatrice: 3 triangolo per 3 = 45 anni.
 75. I: C'è tutto?
 76. Beatrice: Bisogna indicare anche la differenza.
 77. Eva: Tre triangolo - 1 triangolo = 30 anni
 78. I: **Bene, lo vogliamo scrivere in ordine?**⁹
 79. Beatrice: 3 triangolo - 1 triangolo = 30 anni.
 80. Eva: 1 triangolo per 3 = 45 anni
 81. Beatrice: 1 triangolo = 15 anni
 82. I: Secondo voi c'è differenza se scrivo triangolo per 3 o 3 triangolo?
 83. Beatrice: No.
 84. I: Bene.



85. I: Ora vi chiedo, abbiamo usato il simbolo del triangolo, potevamo utilizzare altri simboli al posto del triangolo?
 86. Beatrice: Sì.
 87. I: Quale?
 88. Nicole: Un tondo.
 89. Beatrice: Un cerchio.
 90. Eva: Una stella.
 91. Alessio: Un cerchio.
 92. Alessio: Una riga in verticale.
 93. I: Possiamo usare anche una lettera?

⁹ Questo lo chiedo per vedere se interviene qualcun altro.

94. Beatrice: Sì.
 95. I: Bene, allora proviamo con una lettera: quale?
 96. Alessio: La A.
 97. I: Ok, tutti d'accordo?
 98. Gabriel: No, la G.
 99. Beatrice: La B.
 100. Alessio: La Z.
 101. I: Ok, la Z. Chi vuol venire a scrivere alla lavagna?
 102. Eva: Io.
 103. 104. Viene alla lavagna e scrive: Età papà: Z Z Z Età Elena: Z.
 104. I: Bene, poi che cosa indichiamo?
 105. Beatrice: $3Z - 1Z = 30$ anni.
 106. *Eva lo scrive e poi continua: $3Z = 45$ anni $1Z = 15$ anni.*
 107. I: Tutti d'accordo?
 108. Beatrice: Sì.
 109. I: Secondo me manca ancora qualcosa... Come fai a rappresentare che hai capito che $1Z$ è 15 anni?
 110. Eva: Ah si, dobbiamo fare $2Z : 2 = 15$ anni.
 111. David: $2Z : 2 = Z = 15$ anni.
 112. I: Tutti d'accordo ? (*alcuni dicono di sì, alcuni annuiscono, altri osservano in silenzio...*) Bene.



10

¹⁰ Un commento di carattere generale. Come ho già scritto l'attività, così com'è stata sviluppata, esprime il modo consueto di lavorare di un insegnante della scuola secondaria che, di fronte a questo tipo di problemi, si appoggia ai segmenti o ad altre rappresentazioni grafiche. Questa strategia è del tutto slegata dalle prospettive di metodo e operative aperte dal progetto ArAl, che è centrato sulla costruzione del pensiero pre-algebrico e sulla costruzione di competenze che esaltino lo sviluppo del pensiero relazionale. A questo proposito, invito alla lettura di un [articolo di Antonella Castellini, intitolato Contro i 'problemi con i segmenti'](#), che nel Sommario scrive:


'I cosiddetti problemi con i segmenti o problemi che si risolvono con il metodo grafico, sono uno dei punti cruciali nella scuola secondaria di primo grado italiana. Di solito vengono affrontati nella prima classe all'interno di una unità didattica generale spesso indicata come Risoluzione di Problemi mentre il nodo concettuale è di altro genere: è la traduzione da un linguaggio ad un altro.'

Lavorare nella prospettiva dell'early algebra significa cambiare radicalmente i riferimenti didattici, e parlare di linguaggi, rappresentazioni, traduzioni. Mentre la strategia dei segmenti sposta l'attenzione degli alunni dall'ente (per esempio l'età del papà) al supporto fisico che lo rappresenta (il segmento, il tondo, il triangolo), essi dovrebbero invece concentrarsi, come primo passo, sull'individuazione degli enti del problema e delle relazioni che li collegano e passare poi alla loro rappresentazione in linguaggio matematico. In questo problema:

l'età del papà	p
l'età di Elena	e
la differenza fra le due età	p-e
la differenza è di 30 anni	p-e=30
triplo degli anni di Elena	3×e
l'età del papà è il triplo di quella di Elena	p=3×e

L'abitudine a questo lavoro li metterebbe in grado di riconoscere le rappresentazioni 'preparatorie' e quelle funzionali alla soluzione. In questo modo si aprirebbe la strada verso il sistema: $p-e=30$, $p=3×e$. Ora non entro nel merito della sua soluzione; dico solo che anch'essa si sviluppa nello stesso ambito dei linguaggi.

Possiamo allora concludere in questo modo: la strategia dei segmenti permette di giungere alla soluzione di un problema in modo grafico, che è indipendente dai segni o dai materiali usati. Emma Castelnuovo li chiamava, negli

 percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico progetto ArAl	2022/23	Approccio all'incognita e all'equazione	5							
<i>Cavalese (TN)</i>	1	1	2	3	4	5	1	2	3	<i>M. L.</i>

anni '70, i 'problemi con gli stuzzicadenti'. Ma sappiamo che, una volta usciti da quel tipo di problemi, la strategia non viene più usata in altri ambiti.

La prospettiva linguistica, al contrario, unifica tutte le questioni riguardanti problemi, lettere e rappresentazioni in linguaggio matematico appoggiandosi alle stesse competenze, naturalmente sempre più evolute con l'aumento delle complessità; questo avviene sia che si affronti un problema aritmetico all'inizio della primaria, uno risolvibile con un'equazione dalla quarta primaria in poi, oppure uno risolvibile (anche o solo) con un sistema di equazioni.

Invito alla lettura dei Capitoli V.4, V.5 e V.7 del mio libro.