Modena - 17 mqrzo 2015

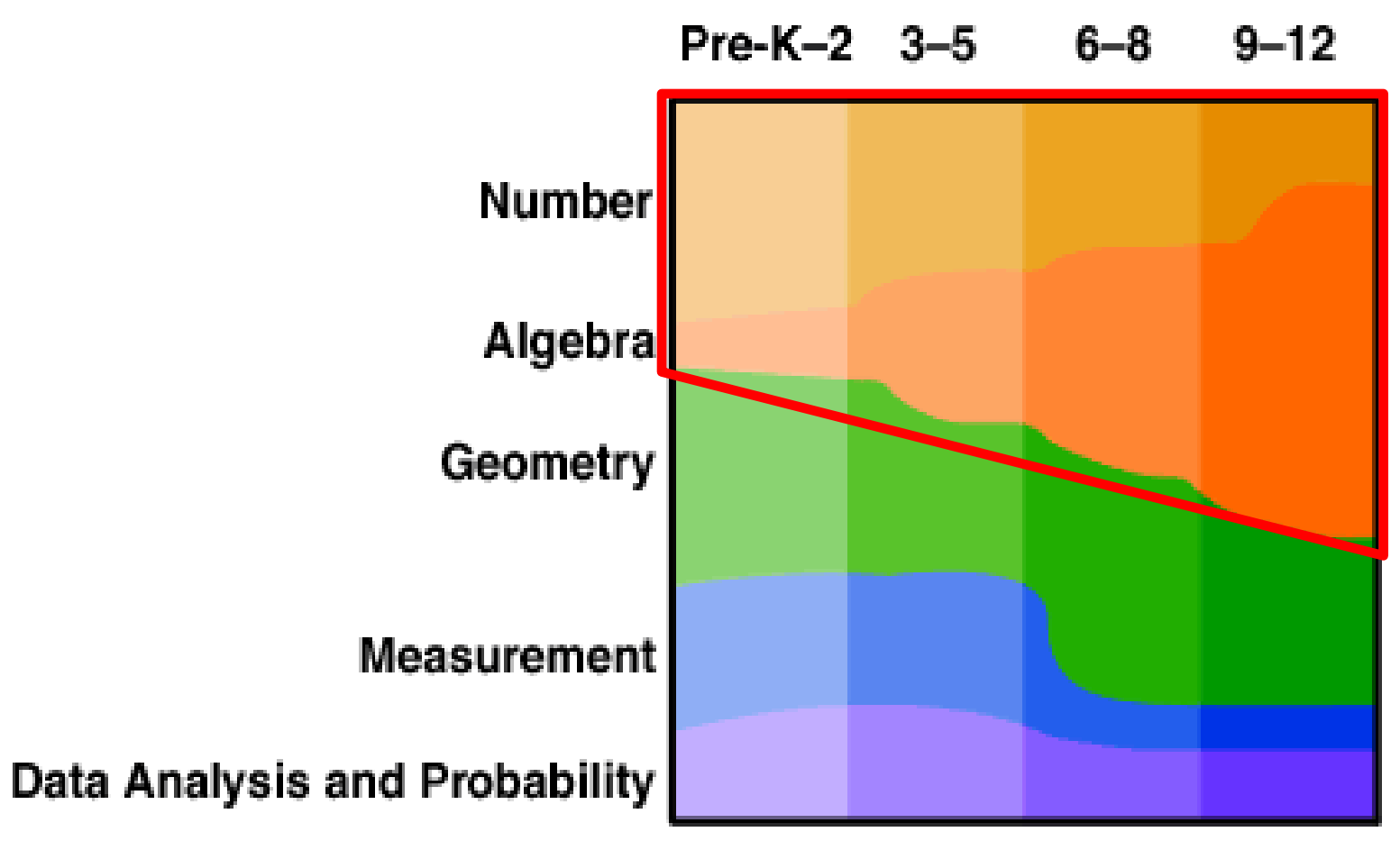
Incontro laboratoriale 6
Verso la generalizzazione
Attività con la Matematòca e la bilancia

Giancarlo Navarra
GREM, Università di Modena e Reggio Emilia

- Numerosi paesi hanno inserito l'early algebra nei loro **curricoli** nei quali
- danno spazio **in aritmetica** agli aspetti relazionali del numero, alla simmetria dell'uguaglianza, al riconoscimento di rappresentazioni numeriche equivalenti, alla valorizzazione delle proprietà aritmetiche per il confronto tra numeri, allo studio di relazioni in contesti realistici.

Rivisitazione dell'insegnamento dell'algebra

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics, USA)
Fig. 3.1. The Content Standards should receive different emphases across the grade bands.



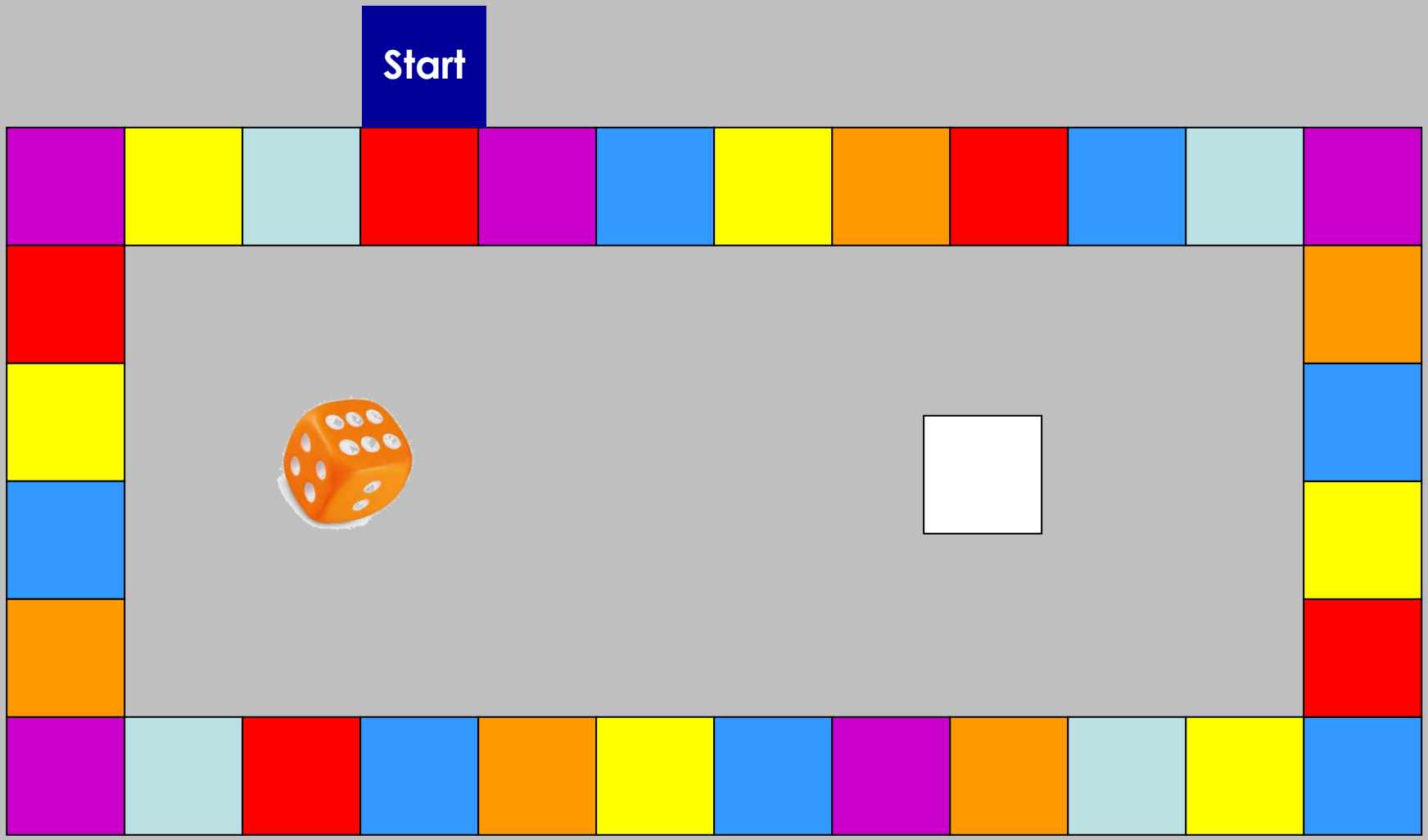
Verso la generalizzazione

Il gioco della Matematòca

Le tessere ‘aritmetiche’

Togli 1 al punteggio del dado	**Raddoppia il punteggio del dado e togli 2**	**Aumenta di 2 il punteggio del dado**
Fai due volte il punteggio del dado	**Moltiplica per 4 il punteggio del dado**	**Sottrai 0 al punteggio del dado**

Il campo di gioco



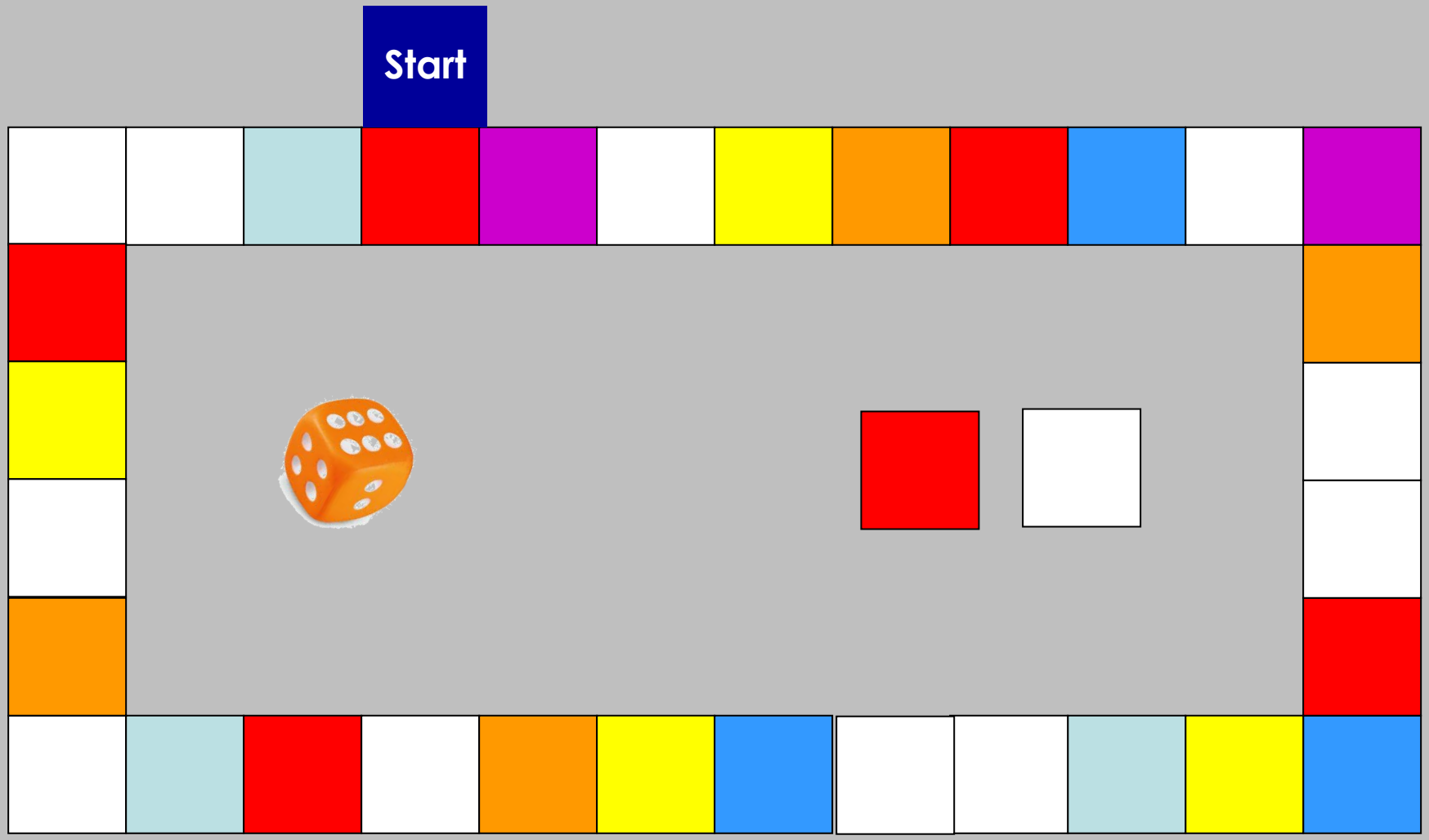
Le tessere algebriche

d-1	d×2-2	d+2
d×2	d×4	d-0

Dal linguaggio naturale a quello algebrico

Togli 1 al punteggio del dado	**Raddoppia il punteggio del dado e togli 2**	**Aumenta di 2 il punteggio del dado**
d-1	**d×2-2**	**d+2**

Il campo di gioco



Dal linguaggio algebrico a quello naturale

Raddoppia il punteggio del dado e aggiungi 3	Sottrai 0 al punteggio del dado e moltiplica per 4	Moltiplica per 0 il punteggio del dado e aggiungi 5
dx2+3	(d-0)x4	dx0+5

Parafrasi

Doppio del Punteggio del dado

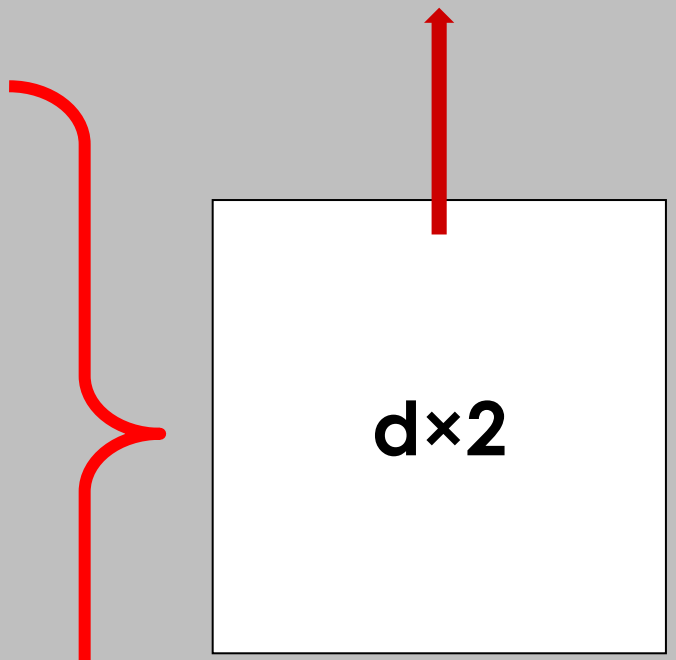
Raddoppia
il punteggio del dado

=

Moltiplica per 2
il punteggio del dado

=

Fai due volte
il punteggio del dado



(Brioshi)

Situazione problematica 1

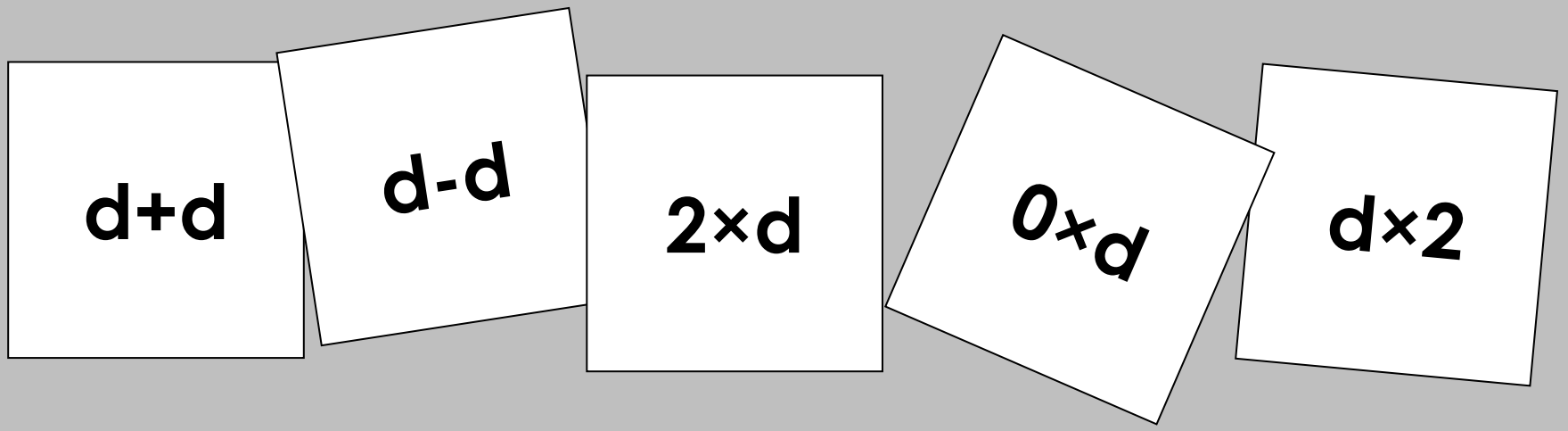
Aggiungi 2 al punteggio del dado e poi togli 1

Rita ha lanciato il dado senza mostrare il punteggio.
I suoi compagni vedono che sposta il segnalino di 5 caselle.

Come si può rappresentare in linguaggio matematico questa situazione in modo che Brioshi capisca quello che è successo?

Argomenta la risposta.

Situazione problematica 2



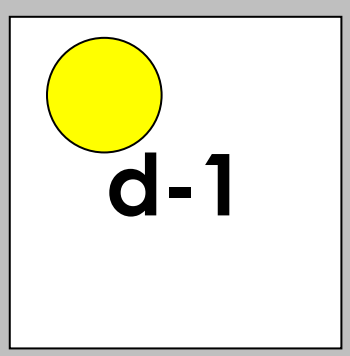
Secondo te ci sono delle tessere dove un giocatore farebbe lo stesso numero di passi?

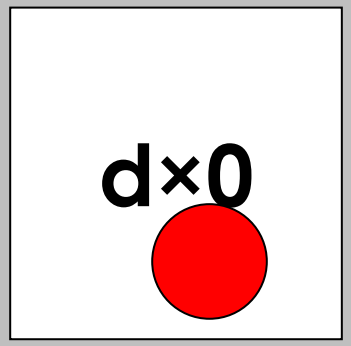
1) Argomenta la risposta.

2) Prepara il messaggio che comunichi a Brioshi la tua risposta.

Situazione problematica 3

La classe di Brioshi sta giocando a Matematòca. Sappiamo che due squadre hanno i segnalini su queste tessere:





Al loro turno lanciano il dado. Poi ci mandano il seguente messaggio:

d-1=d×0

È possibile capire quale è stato il punteggio del dado? Argomenta la risposta.

Situazione problematica 4

Su quale fra queste due tessere vorresti che fosse il tuo segnalino?

2d	**d+4**

Argomenta la risposta.

Situazione problematica 4

d	2d	d+4
1	1×2	1+4
2	2×2	2+4
3	3×2	3+4
4	4×2	4+4
5	5×2	5+4
6	6×2	6+4

Situazione problematica 4

d	2d		d+4	
1	1×2	**2**	1+4	**5**
2	2×2	**4**	2+4	**6**
3	3×2	**6**	3+4	**7**
4	4×2	**8**	4+4	**8**
5	5×2	**10**	5+4	**9**
6	6×2	**12**	6+4	**10**

Situazione problematica 4

d	d×2		d+4	
1	1×2	2	1+4	5
2	2×2	4	2+4	6
3	3×2	6	3+4	7
4	4×2	8	4+4	8
5	5×2	10	5+4	9
6	6×2	12	6+4	10

1) Se d<4 conviene la tessera ‘d+4’

2) Se d=4 è indifferente

3) se d>4 conviene la tessera ‘2d’

Seconda secondaria primo grado

Sottrai 1 al punteggio del dado e moltiplica per 4

Raddoppia il punteggio del dado e aggiungi

4) Alfio è sulla tessera arancione e Maria sulla blu. Al loro turno lanciano il dado e ottengono entrambi 5. Con stupore dei compagni percorrono anche lo stesso numero di caselle!
I compagni vorrebbero verificare il percorso di Maria ma una macchia di gelato è caduta sulla tessera.

Racconta a Brioshi l'episodio in modo che possa verificare la correttezza del percorso di Maria.

Verso la generalizzazione

Il gioco della Matematòca

Unità 3: Verso il numero sconosciuto

www.progettoaral.wordpress.com
Curricolo nella prospettiva early algebra

Verso la generalizzazione

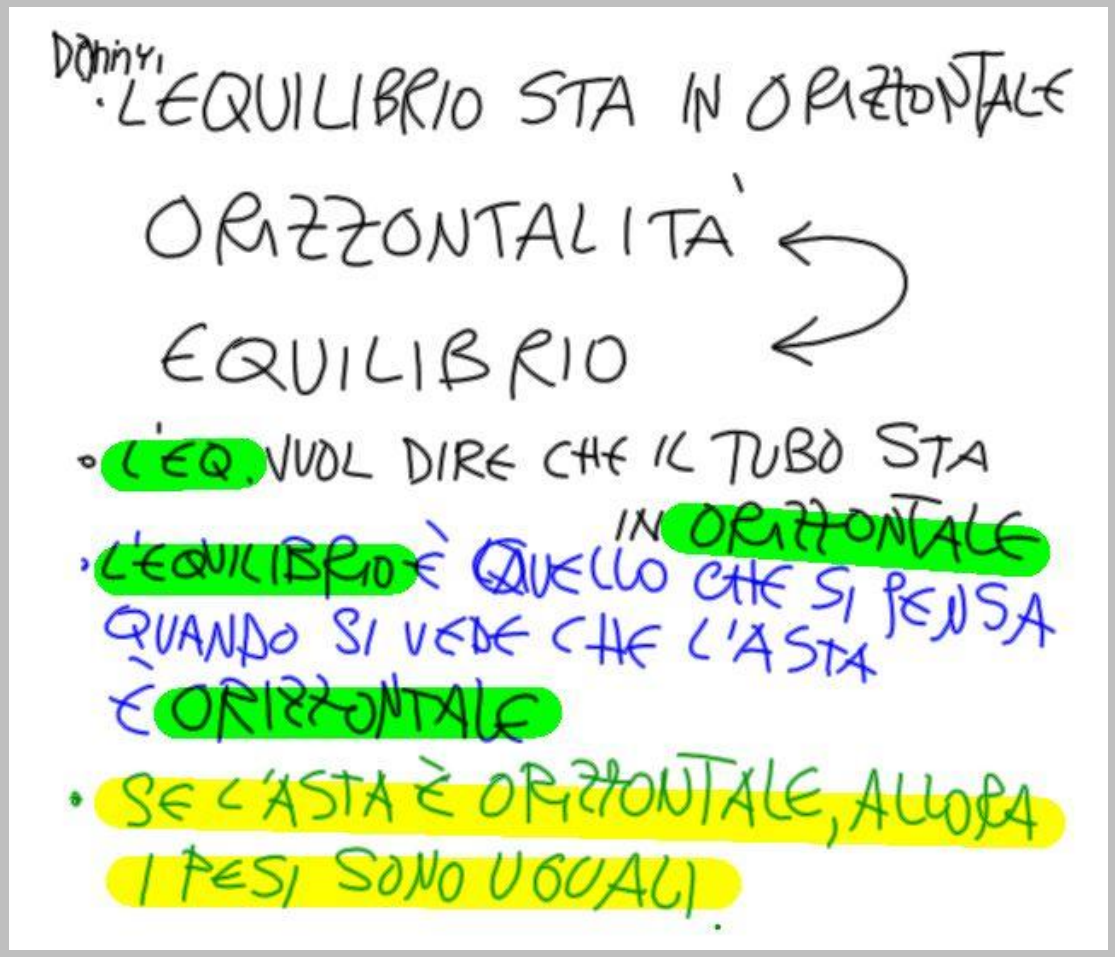
Dalla bilancia a piatti all'equazione di primo grado

Malara N.A. & alii, *Percorsi di insegnamento in chiave prealgebrica nella scuola dell'obbligo*, Pitagora Editrice Bologna, 2004

Navarra G., Giacomin A., Unità 6, *Dalla bilancia a piatti all'equazione*, Pitagora Editrice Bologna, 2003

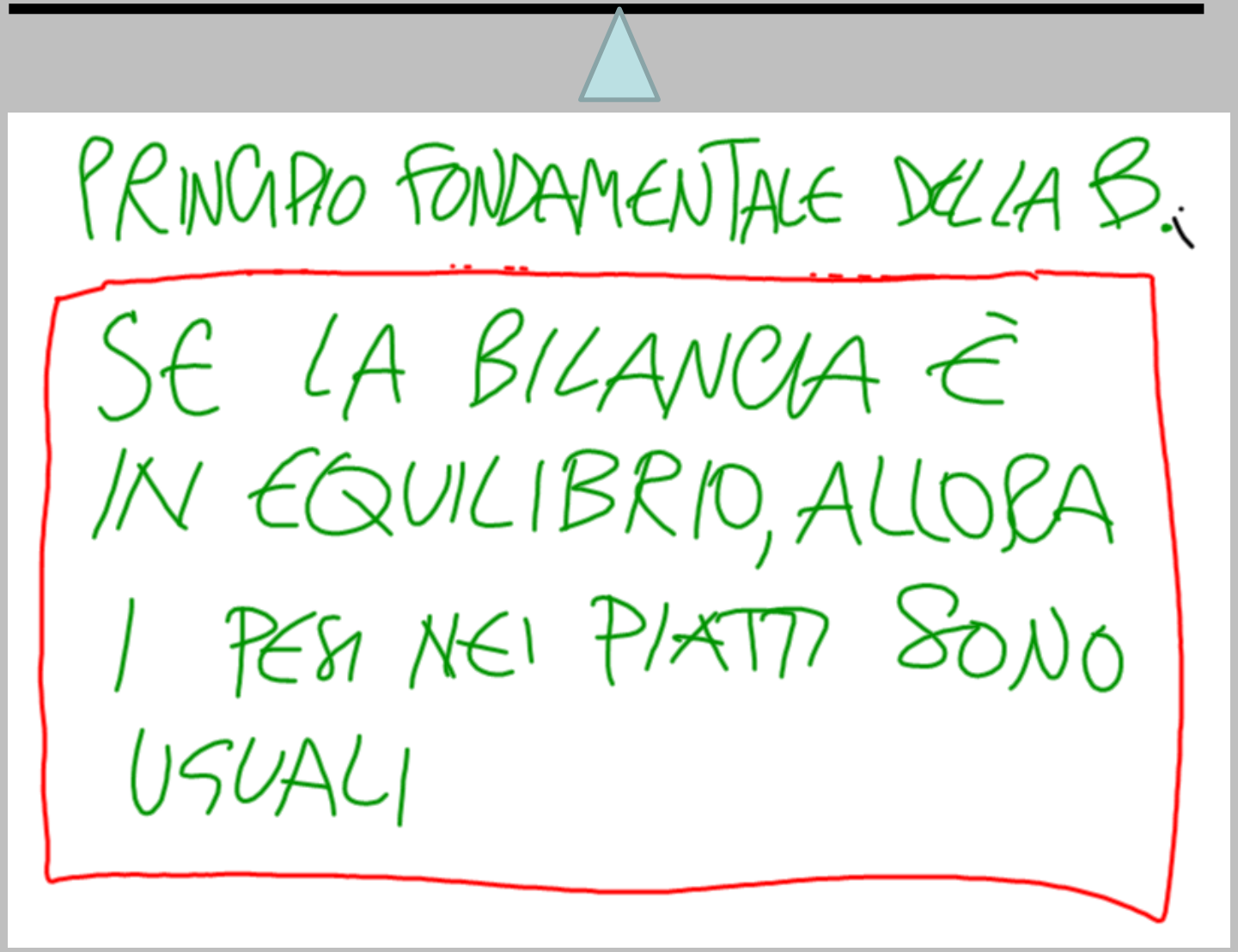
Fase 1: manipolazione

La bilancia artigianale e il principio fondamentale



Fase 1: manipolazione

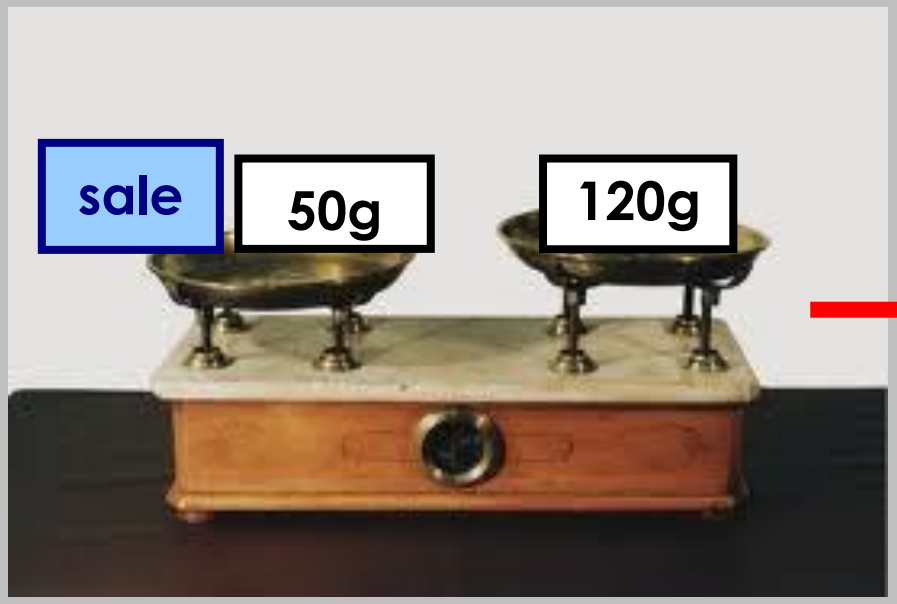
La bilancia artigianale e il principio fondamentale

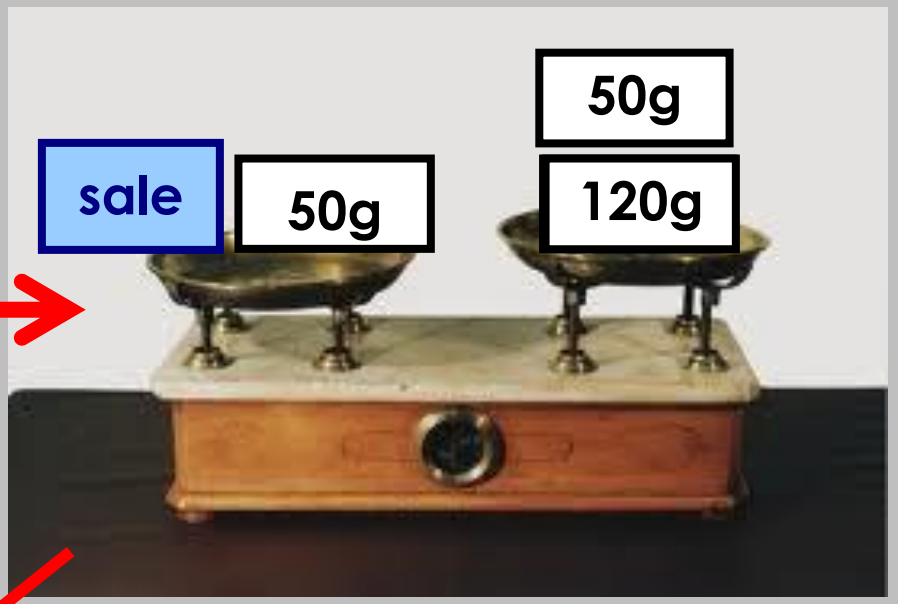


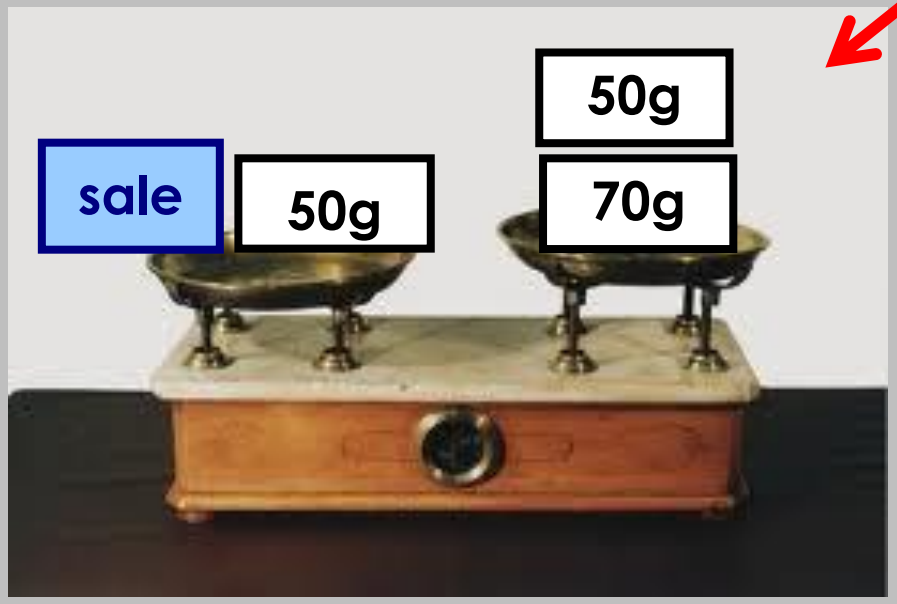
Fase 1: manipolazione

Situazione problematica 1

Situazione problematica 2



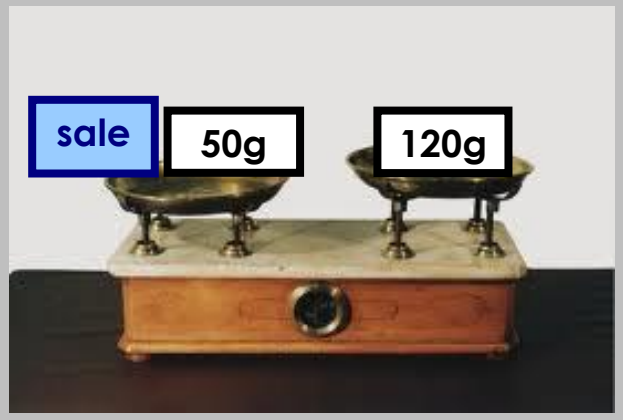




Primo Principio

Se si tolgono pesi uguali dai piatti di una bilancia in equilibrio, essa rimane in equilibrio.

Situazione problematica 2



Simone: Faccio 120 meno 50

Sara: toglie 120 e 50

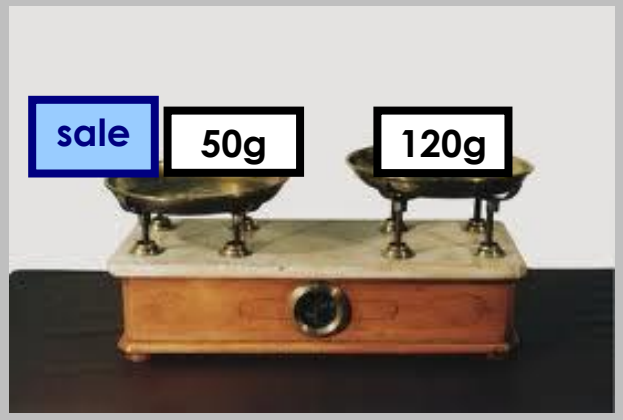
Jacopo: tolgo la farina e la sostituisco con un peso

Situazione problematica 2

Q2i2: Aggiungo 70 grammi in entr. i piatti; poi tolgo 120 da s. e 50 e 70 da d.

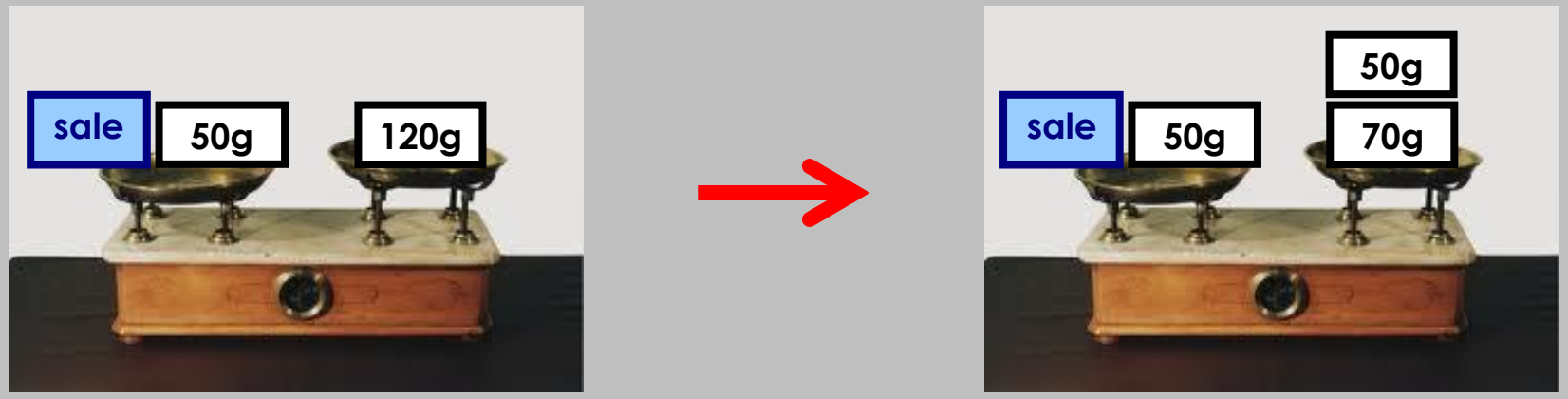
Restano la farina e 70 e la bilancia è in equilibrio

Situazione problematica 2



Andrea: Sostituisco 120
con 70 e 50.
Danny: tolgo 50 da tutti
e due i piatti

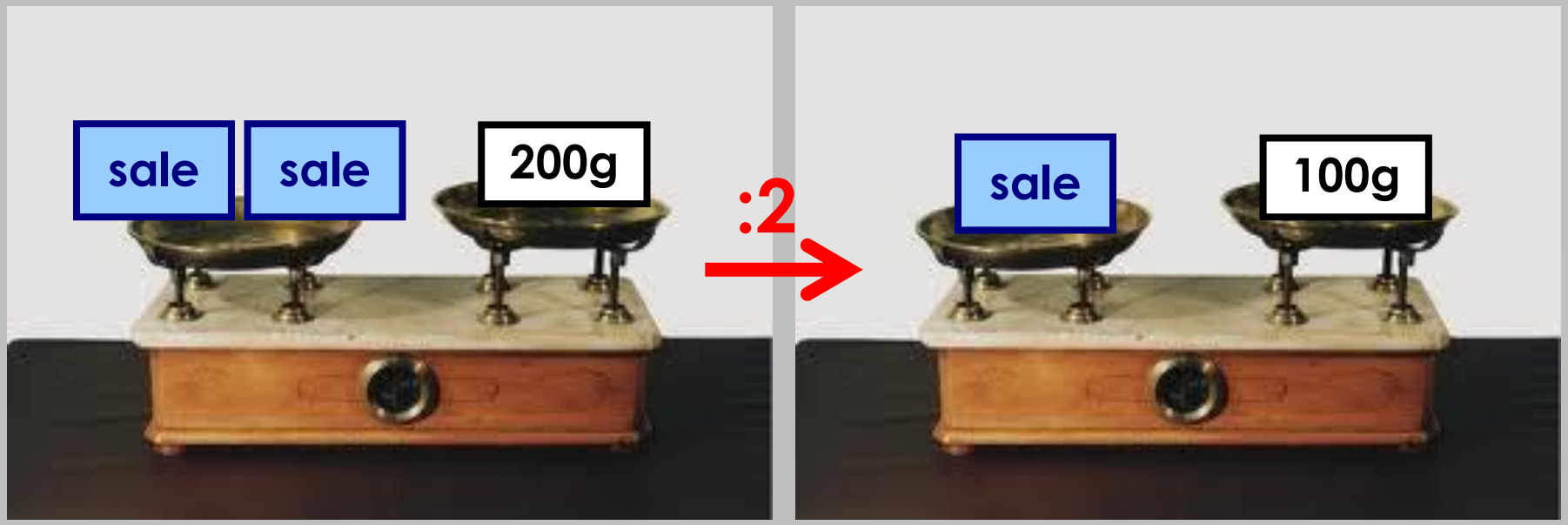
Situazione problematica 2



Andrea: Sostituisco 120 con 70 e 50.

Danny: tolgo 50 da tutti e due i piatti

Situazione problematica 3



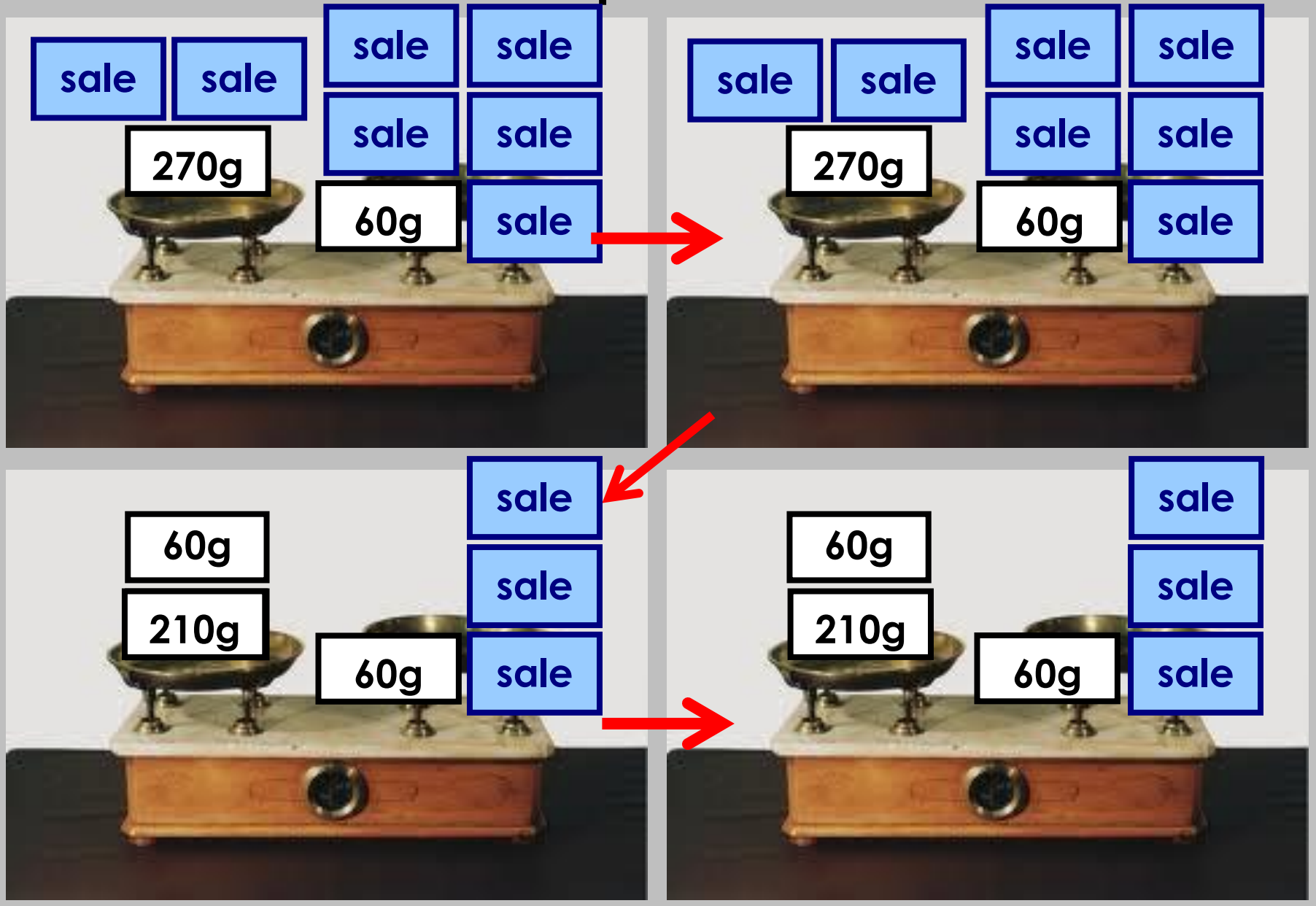
Secondo Principio

Se si dividono per lo stesso numero i contenuti dei piatti di una bilancia in equilibrio, essa rimane in equilibrio.

Situazione problematica 4

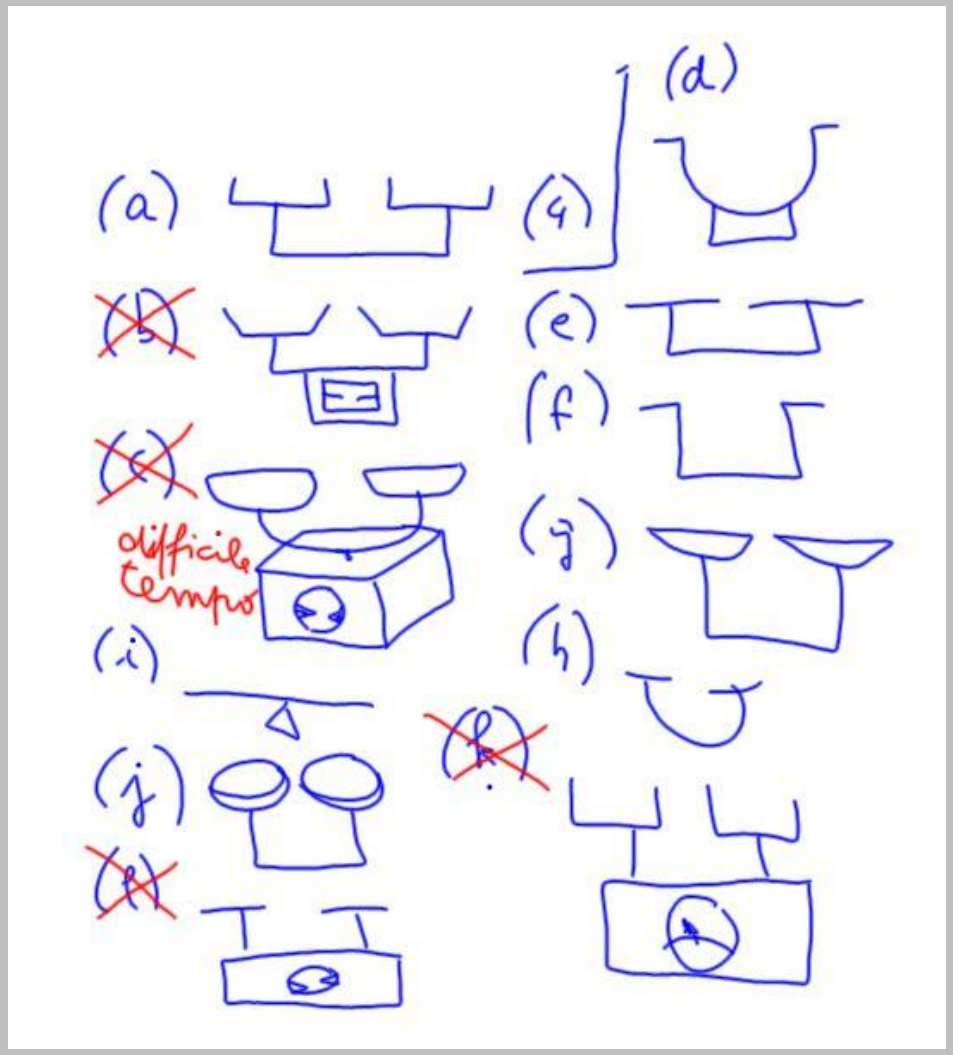
Si applicano prima il primo e poi il secondo principio della bilancia.

Situazione problematica 5



Fase 2: rappresentazione

La rappresentazione della bilancia

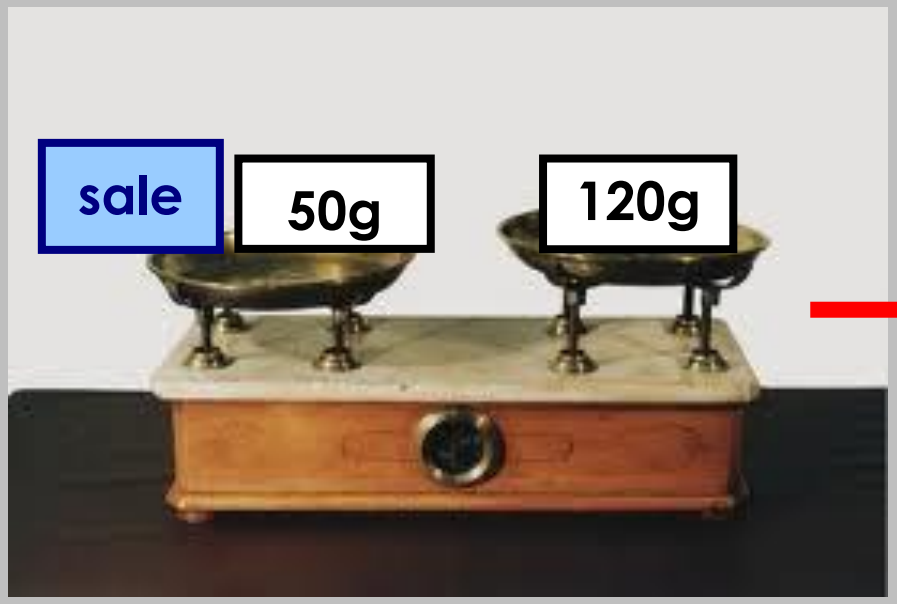


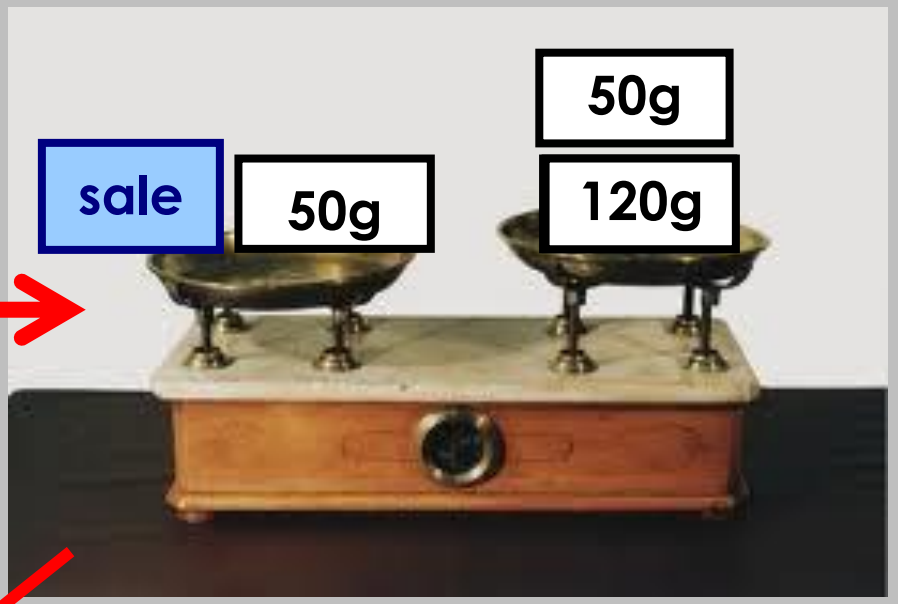
Fase 2: rappresentazione

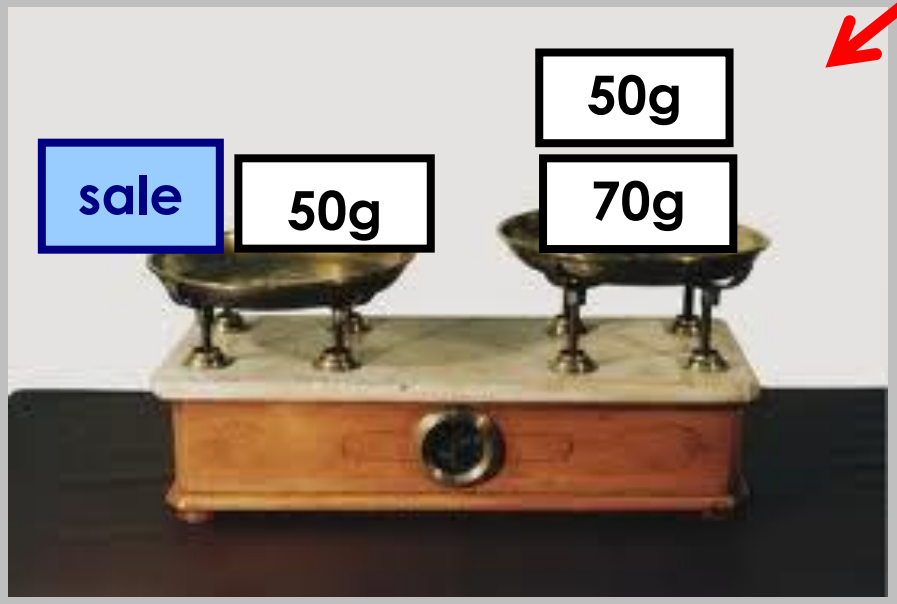
La rappresentazione della bilancia

→ **Fase 3: rappresentazione algebrica**

Situazione problematica 2: l'equazione

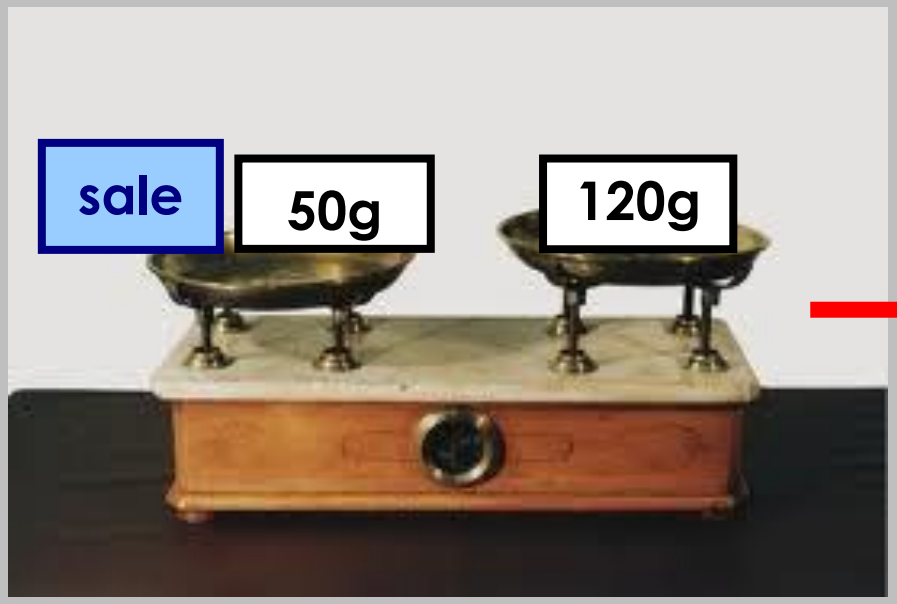


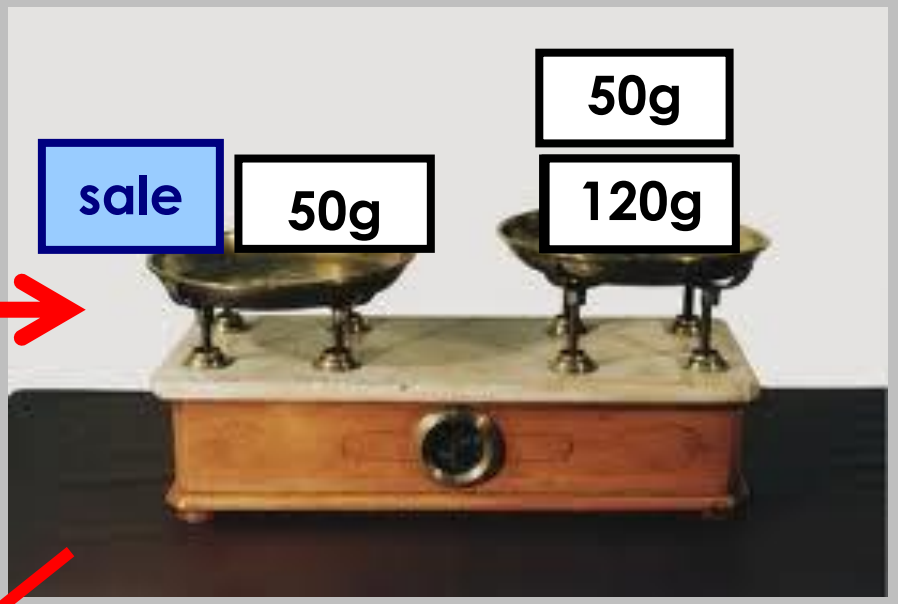


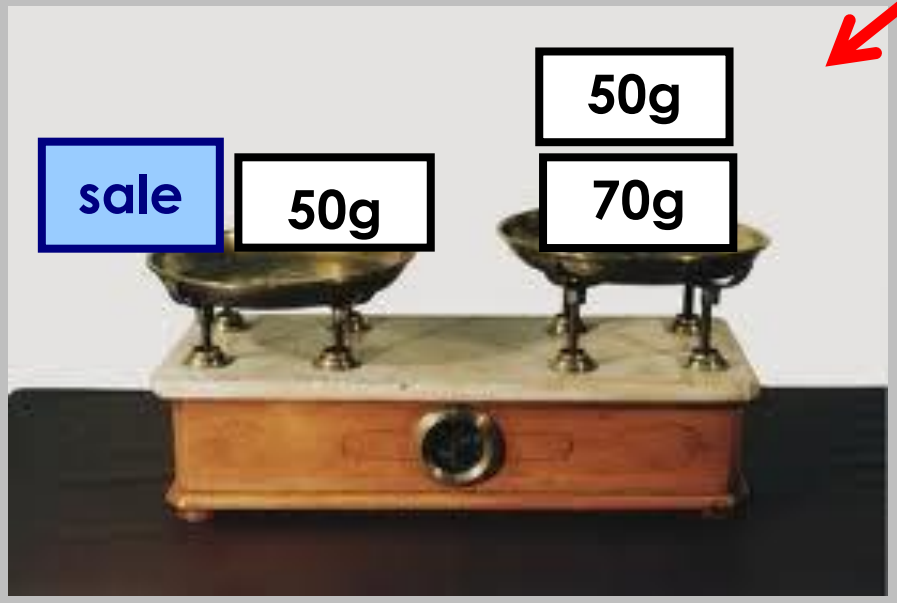


$$s + 50 = 120$$
$$s + 50 = 50 + 70$$
$$s + \cancel{50} = \cancel{50} + 70$$
$$s = 70$$

Situazione problematica 2: l'equazione







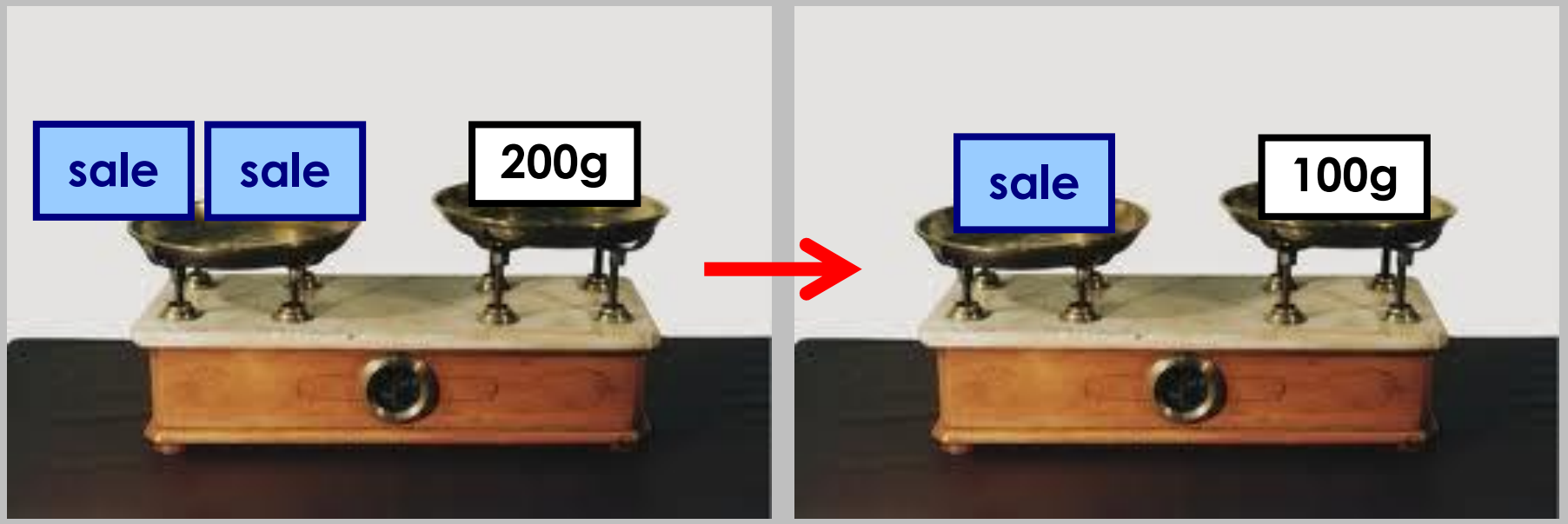
$s + 50 = 120$

$s + 50 - 50 = 120 - 50$

$s + \cancel{50} - \cancel{50} = 120 - \cancel{50}$

$s = 70$

Situazione problematica 3: l'equazione



$s + s = 200$
$(s + s) : 2 = 200 : 2$
$s = 100$

$s \times 2 = 200$
$s \times 2 : 2 = 200 : 2$
$s = 100$

Situazione problematica 4: l'equazione

$$150 + a = a + a + a + a$$
$$150 + \cancel{a} = \cancel{a} + a + a + a$$
$$150 = a + a + a$$
$$150 : 3 = (a + a + a) : 3$$
$$50 = a$$

Situazione problematica 4: l'equazione

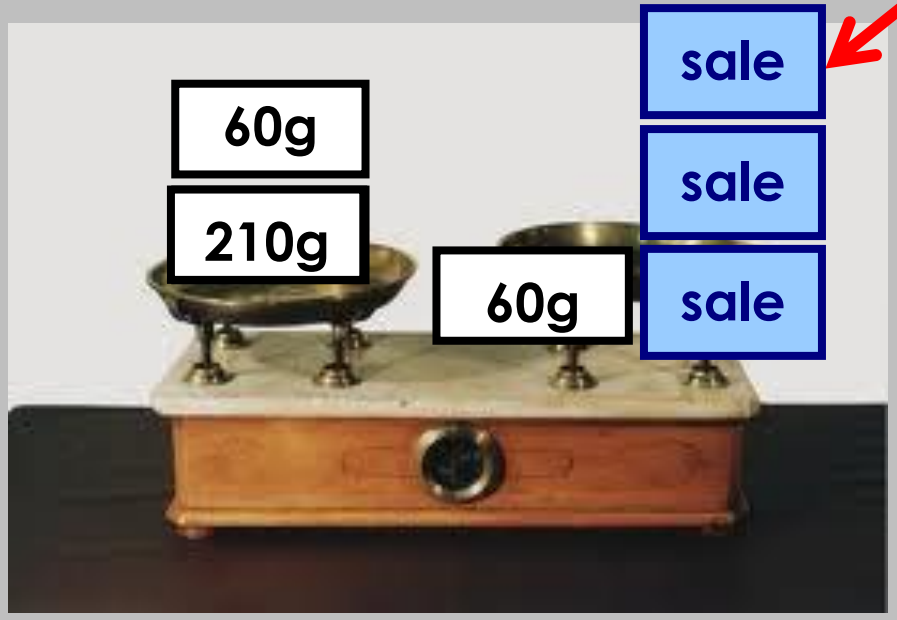
$150 + \cancel{a} = \cancel{a} + a + a + a$

$150 = 3a$

$150 : 3 = 3a : 3$

$50 = a$

Situazione problematica 5: l'equazione



$270+b+b=b+b+b+b+b+60$

$270+\cancel{b}+\cancel{b}=\cancel{b}+\cancel{b}+b+b+b+60$

$270 = b + b + b + 60$

$\cancel{60} + 210 = b + b + b + \cancel{60}$

$210 = 3b$

$210 : 3 = 3b : 3$

$70 = b$

Fase 4: problemi verbali

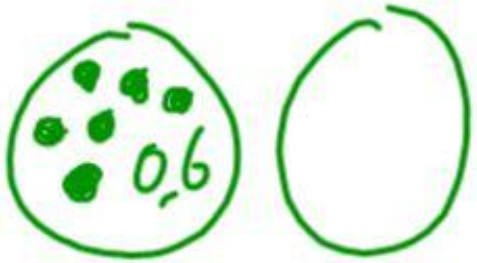
Dalla quarta primaria alla prima secondaria

NB: oggetti con lo stesso nome hanno peso uguale.

Su un piatto di una bilancia in equilibrio ci sono sei bottiglie di latte, un peso di 0,1 kg e un altro di 0,5 kg.
Sull'altro ci sono tre pesi, rispettivamente di 1,3, 0,2 e 0,3 chilogrammi e cinque bottiglie di latte.

Rappresenta la situazione in modo che Brioshi possa trovare il peso di una bottiglia di latte.

Leonardo



$a \times 6 + 0{,}1 + 0{,}5 = 1{,}3 + 0{,}2 + 0{,}3 + a \times 5$

$a \times 6 + 0{,}6 = 1{,}8 + a \times 5$

$a \times 6 + 0{,}6 = 1{,}2 + 0{,}6 + a \times 5$

$a \times 6 = 1{,}2 + a \times 5$

$a \times 6 - a \times 5 = 1{,}2 + a \times 5 - a \times 5$

$a \times 1 = 1{,}2$

$a = 1{,}2$

Gaia + Rita

$a \times 6 + 0{,}6 = 1{,}8 + a \times 5$

$a \times 1 + a \times 5 + 0{,}6 = 1{,}8 + a \times 5$

$a \times 1 + 0{,}6 = 1{,}8$

$a \times 1 + 0{,}6 - 0{,}6 = 1{,}2$

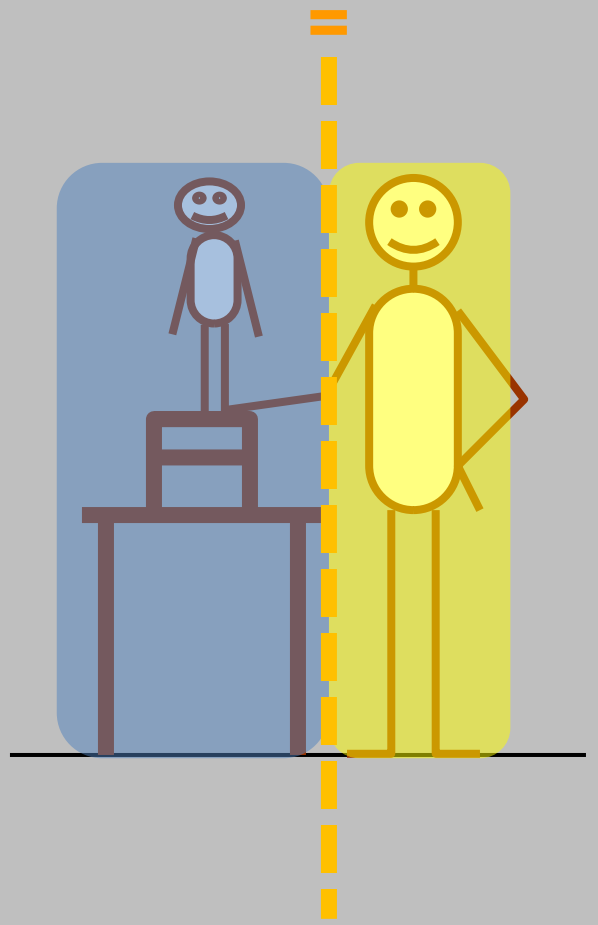
$a = 1{,}2$

Curricolo, Prove di costruzione/verifica delle competenze **C3**

Fase 4: problemi verbali con supporto iconico

Dalla quarta primaria alla prima secondaria

1. Alvise appoggia sul tavolo, alto 70 centimetri, uno sgabello alto 30 centimetri e ci sale sopra.
In questo modo è alto come suo padre che ha una statura di 1,80 m.



Rappresenta la situazione in linguaggio matematico in modo che si possa trovare l'altezza di Alvise.

(a) Faia $70+30+a=180$

$100+a=180$

$100+a=100+80$

$a=80$

(b) Jacopo $1,80=0,70+0,30+a$

$0,70+0,30+0,80=0,70+0,30+a$

$0,80=a$

(c) Leonardo $70+30+a=180$

$100+a=180$

$100-100+a=180-100$

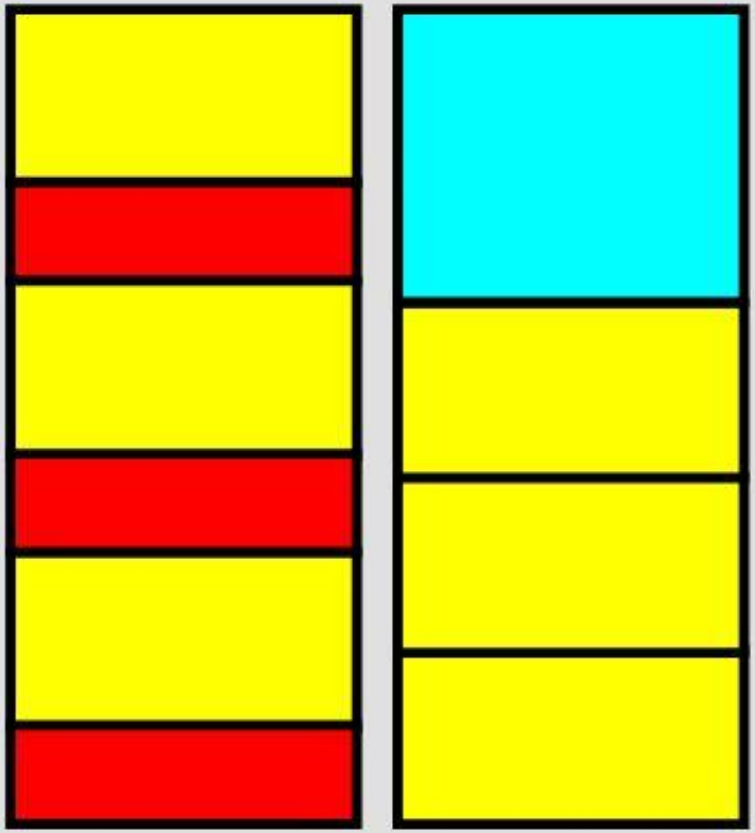
$a=80$

1° PRINC. DELLA BIL.

Fase 4: problemi verbali con supporto iconico

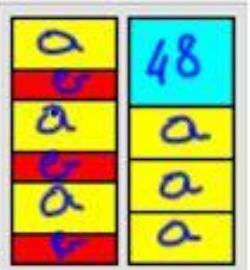
Le torri

In una scuola materna i bambini hanno costruito due torri di uguale altezza con dei blocchi di plastica di colore diverso (a colori uguali corrispondono blocchi uguali).
Il blocco azzurro è alto 48cm.
Rappresenta la situazione in modo da trovare l'altezza di ognuno dei tre blocchi rossi della torre di sinistra.



Le torri

In una scuola materna i bambini hanno costruito due torri di uguale altezza con dei blocchi di plastica di colore diverso (a colori uguali corrispondono blocchi uguali).
Il blocco azzurro è alto 48cm.
Rappresenta la situazione in modo da trovare l'altezza di ognuno dei tre blocchi della torre di sinistra. Yossi



a = altezza di un blocco giallo
b = altezza di un blocco rosso

(Giulia) a+a+a+b+b+b = 48+a+a+a

b×3 = 48
b×3:3 = 48:3
b = 16

(b+b+b):3 = 48:3
b×3:3 = 48:3
3b:3 = 48:3
b = 16

CONVENZIONE

ARITM (5;3)
3×5 5×3

ALG (3;b)
b×3 3×b PROD. TRA
b·3 3·b

Curricolo, Prove di costruzione/verifica delle competenze **C5**

Fase 4: problemi verbali senza supporto iconico

La collezione di minerali

Luigi ha ordinato su uno scaffale la sua collezione di minerali mettendo i 31 graniti in una scatola, i calcari in una seconda e i fossili in una terza.
Poco dopo la sorella Iris, inavvertitamente, fa cadere a terra le scatole e i minerali si sparpagliano sul pavimento.
Iris, che sa molto poco di minerali, mette 42 rocce insieme in una scatola e rimette sullo scaffale i fossili (gli unici che è capace di riconoscere).
Rappresenta la situazione in modo da trovare quanti sono i calcari.

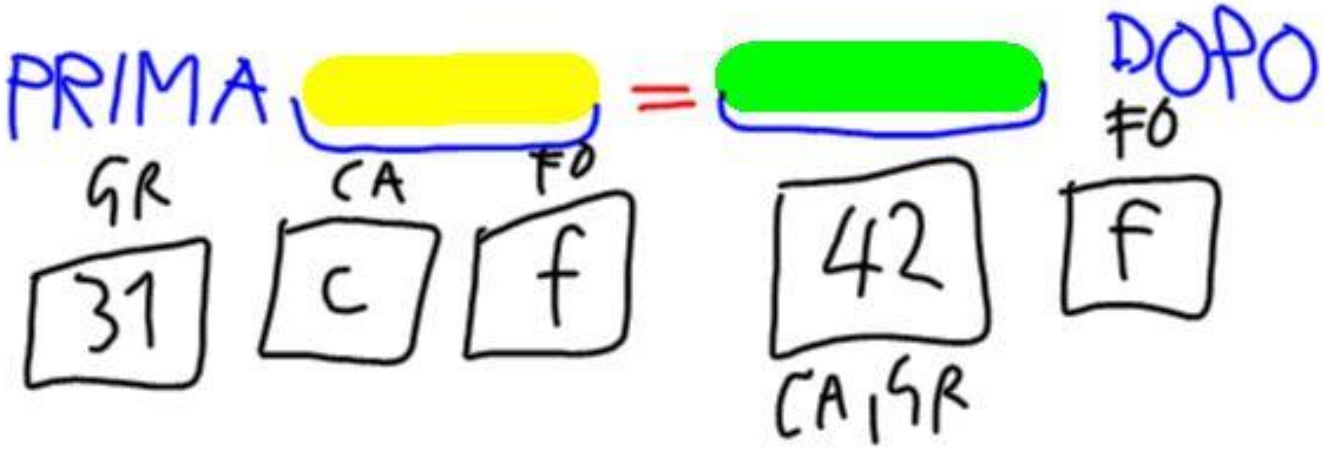
La collezione di minerali

Luigi ha ordinato su uno scaffale la sua collezione di minerali mettendo i 31 graniti in una scatola, i calcari in una seconda e i fossili in una terza.

Poco dopo la sorella Iris, inavvertitamente, fa cadere a terra le scatole e i minerali si sparpagliano sul pavimento.

Iris, che sa molto poco di minerali, mette 42 rocce insieme in una scatola e rimette sullo scaffale i fossili (gli unici che è capace di riconoscere).

Rappresenta la situazione in modo da trovare quanti sono i calcari.



Date

Incontro	Malara e/o Navarra	Giorno	Data
M 0		mar	17.09
M 1		mer	15.10
M 2		mar	11.11
M 3		mar	09.12
M 4		mar	20.01
M 5		mer	25.02
M 6		mar	17.03
M concl		mer	29.04