| Progetto ArAl Collaborazioni | 1 | Dalla bilancia all'equazione |
|---|---|---|

| *Sorso (SS)* | *I* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *1* | ***2*** | *3* | ***Viviana Sale*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

9 Aprile 2011 (*uso del registratore*)

---

*LE PREMESSE DELL'EPISODIO (LA CLASSE, L'ARGOMENTO IN GIOCO)*

*La classe è formata da 26 alunni. Tutti gli allievi partecipano volentieri all'attività didattica, la maggior parte di loro è facile da motivare e coinvolgere in attività che presuppongono la logica e il ragionamento. La presenza di alcuni bambini particolarmente vivaci e chiassosi, anche se rende alcuni momenti stimolanti, a volte rallenta il lavoro. I livelli di apprendimento possono essere così riassunti: 6 studenti possiedono ottime competenze, 10 studenti possiedono buone competenze, 6 sufficienti, 3 scarse e uno studente ha un livello di scolarizzazione inadeguato alla classe che frequenta.*

*La prima fase dell'attività si svolge in poco tempo perché gli studenti hanno già lavorato con la bilancia.*

I: Prima di iniziare la nuova attività facciamo un brevissimo ripasso su quello che abbiamo fatto in questi giorni. Chi vuole parlare? Da cosa siamo partiti?
Samuele: Dal principio dell'equilibrio.
I: Chiamato principio…?
Samuele: ... fondamentale della bilancia.
I: Bene, principio fondamentale della bilancia. Cosa ci diceva questo principio?
Samuele: Se i due piatti stanno allo stesso livello, i due pesi che sono sui piatti hanno lo stesso peso e i piatti rimangono in equilibrio.
I: Siamo tutti d'accordo con quello che ha detto Samuele? Qualcuno vuole aggiungere qualcosa per specificare meglio? Siamo tutti d'accordo? Ripetiamolo un'altra volta. Chi vuole ripetere?
Chiara: La volta scorsa abbiamo fatto il principio fondamentale della bilancia che dice che se due piatti stanno in equilibrio, vuol dire che hanno lo stesso peso.
I: Dove hanno lo stesso peso?
Chiara: Piatti, sui due piatti.
I: Questo è il nostro principio fondamentale e ci è servito per ragionare su cosa?
G: Sulla soluzione.
I: Sì, ma su che cosa?
Giulia: Il primo principio
I: Il primo principio. Giulia ce lo racconti?
Giulia: Il primo principio è quello che dice che se tolgo due pesi uguali dai piatti della bilancia, la bilancia rimane in equilibrio.
I: Se tolgo o aggiungo, perché qualcuno di voi… vi ricordate? Ha anche aggiunto. Quindi se tolgo o aggiungo pesi uguali dai due piatti, la bilancia continuerà a rimanere…?
C: ... in equilibrio
I: Siete tutti d'accordo? Benissimo, poi cosa abbiamo fatto?
G: Il linguaggio matematico.
I: Il linguaggio matematico assolutamente, però nel linguaggio matematico ogni nostro passo veniva chiamato in modo particolare. Facciamo un esempio. Ricordate?
*L'insegnante disegna due quadrati che, in accordo con i bambini, rappresentano i due piatti della bilancia e aggiunge di volta in volta il loro contenuto.*
I: Questi sono i due piatti della bilancia, la prima situazione qual era? Cosa avevo nel primo piatto?
C: Un sacco di farina.
I: Un sacco di farina e poi cosa avevo?
C: 50 grammi.
I: E un peso da 50 grammi[1]. Nel secondo piatto cosa avevo?
Nicolò: Un peso da 200.
I: Un peso da 200 grammi[2]. Benissimo. Cosa abbiamo fatto? Chi è che me lo vuole dire? Qualcuno che non ha parlato.
Mattia: Noi abbiamo cambiato il peso da 200 grammi.
I: Benissimo. Invece che 'cambiato' che termine abbiamo utilizzato?
G: Sostituito!
I: Quindi abbiamo utilizzato… Che cosa?
G: Il principio di sostituzione.
I: Benissimo, lo scrivo alla lavagna. Cosa abbiamo fatto?

---

[1] *Sarebbe meglio chiedere agli alunni di fare queste piccole, importanti precisazioni. Detto quasi di sfuggita dall'insegnante, la differenza fra '50 grammi' e 'peso da 50 grammi' probabilmente sfugge.*
[2] *Vedi Commento precedente.*

| Progetto ArAl Collaborazioni | 2 | Dalla bilancia all'equazione |
|---|---|---|

| *Sorso (SS)* | *I* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *1* | ***2*** | *3* | ***Viviana Sale*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Edoardo: Lo abbiamo sostituito con un peso da 150 grammi e un peso da 50 grammi.
*L'insegnante sostituisce il peso alla lavagna con l'utilizzo di immagini.*
I: Poi cosa abbiamo fatto?
Edoardo: Abbiamo proceduto togliendo tutti e due i pesi, contemporaneamente, dai due piatti; quelli da 50 grammi e la bilancia è restata sempre in equilibrio.
I: Il nostro obiettivo fondamentale qual era? Era quello di… tenere…
Edoardo: ... la bilancia allo stesso livello[3].
I: Quindi abbiamo sostituito e poi abbiamo…
G: ... tolto[4].
Samuele: C'era un altro principio, mi ricordo… il principio…
Giulia: ... di cancellazione![5]
I: Bene, è qui che volevo arrivare… quindi…
Edoardo: Il principio di cancellazione è…
I: Ve lo ricordate?
C: Siìì!
Edoardo: Per esempio più 50 e meno 50 si annullano.
I: Ripetilo bene Edoardo, sei arrivato a dirmi che ho sostituito 200 con 50 e 150 e poi cosa ho fatto?
Edoardo: Ho tolto i due pesi dalla bilancia, quelli da 50 grammi… contemporaneamente.
I: Contemporaneamente, attraverso... ?
Edoardo: ... il principio di cancellazione. [6]
I: Va bene, tolgo da una parte e tolgo dall'altra. Va bene? Fin qui ci siamo.
I: Oggi vi propongo un nuovo lavoro. Lascio i principi scritti alla lavagna. Quindi… cosa abbiamo oggi? Intanto avrò sempre i due…?
A: ... piatti[7].
I: I due piatti della bilancia. Della bilancia cosa dobbiamo dire? Dobbiamo essere d'accordo sul principio…?
G: ... fondamentale[8].
I: Sul principio fondamentale. Che cosa ci dice?
Chiara: Se i due piatti sono in equilibrio, vuol dire che contengono lo stesso peso.
I: Bene, prima di iniziare vi do un'informazione utile: questa bilancia è in equilibrio. La bilancia rimane in equilibrio e voi dovete stare attenti a tenerla nello stato di equilibrio, così come ve la sto dando io. Qual è la soluzione che vediamo oggi? Intanto ho…
*L'insegnante sistema alcune immagini nel primo piatto della bilancia disegnata alla lavagna.*

Foto 1.
Insegnante.
Alla lavagna:
F, 50g, 200g

---

[3] *Un'osservazione generale di carattere metodologico riguardante le modalità di interloquire con gli alunni. Commento lo scambio con Edoardo (non è l'unico) con una voce che Tore Sini e io abbiamo inserito nell'Unità 12 che stiamo scrivendo per la Collana ArAl dove si parla di interventi poco produttivi: le* domande telefonate. *Sono interventi che – come nel caso in questione - contengono in sé il suggerimento 'telefonato' di ciò su cui gli alunni si devono concentrare (in questo caso: 'la bilancia allo stesso livello'). Siccome la domanda la pone l'insegnante, questo comporta la certezza che è proprio lì che bisogna andare e non altrove, anche se magari l'idea era diversa (e a questo punto, per l'alunno, 'certamente sbagliata'). Spesso, poi, domande di questo tipo sono riferite a 'microuniversi chiusi': l'alunno dell'esempio dato proprio quella risposta (evidentemente corretta) e non altre perché la domanda costituisce l'ennesima riformulazione di un quesito che prevedeva come corretta quella sola risposta. Inviti come 'Per favore spiega con altre parole quello che vuoi dire' permettono di raggiungere l'obiettivo lasciando all'alunno la responsabilità di rivedere il suo concetto – giusto o sbagliato che sia - senza interferenze esterne che possono anche entrare in conflitto con ciò a cui egli sta pensando.*

[4] *Questo caso rientra in un'altra modalità poco produttiva che abbiamo chiamato* domande 'a completamento'. *Sono domande (molto frequenti) che prevedono per risposta un'unica parola (come in questo caso). Bisognerebbe evitare di formularle, in quanto creano dipendenza dall'insegnante e non danno alcun contributo nella direzione dell'argomentazione, in quanto viene lasciato spazio solo a frammentari prodotti del pensiero ma non viene stimolata l'esplicitazione dei processi mentali.*

[5] *V. Commento 3.*

[6] *V. Commento 3.*

[7] *V. Commento 4.*

[8] *V. Commento 4. Qui mi interrompo con questo tipo di Commenti, perché dovrei ripeterli altre volte. Suggerisco all'insegnante di riflettere sull'opportunità di modificare questo atteggiamento, che indubbiamente viene spontaneo, ma non favorisce una costruzione autonoma di competenze.*

| Progetto ArAl Collaborazioni | 3 | Dalla bilancia all'equazione |
|---|---|---|

| *Sorso (SS)* | *I* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *1* | ***2*** | *3* | ***Viviana Sale*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

I: Cosa ho messo?
Fabio: Due sacchi di farina.
I: Dove?
Fabio: Nel primo piatto.
I: Due sacchi di farina nel primo piatto. Poi continuo e aggiungo… questo! Cosa ho messo?
Emanuele: Un peso da 200.
I: Da 200 cosa?
Emanuele: Grammi.
I: Dove?
Emanuele: Nel secondo piatto.
I: Chi mi ripete tutta la situazione in generale?
Eleonora: Nel primo piatto abbiamo due sacchi di farina invece nel secondo piatto abbiamo un pesetto da 200 grammi.
I: Quello che io aggiungo è quello che vi ho detto prima: la bilancia si trova in uno stato di equilibrio. Quindi adesso…
Nicolò: ... dobbiamo sostituire il peso da 200.
I: Aspetta, prima ti faccio la domanda[9]. Secondo voi cosa vi chiederò?
Paolo: Il peso della farina.
I: Il peso della farina, in generale? È corretto chiedervi il peso della farina?
Samuele: Il peso di un sacco, il peso di ogni sacco di farina.
I: Perché non ha senso chiedervi il peso dei due sacchi di farina? Paolo prova a dirmelo tu.
Paolo: Perché se l'altro pesa 200, tutti e due pesano 100.
I: Non andare avanti. Perché non ha senso che io vi chieda quanto pesano i due sacchi?
Maria: Perché la bilancia è in equilibrio, quindi vuol dire che i due sacchi di farina insieme pesano 200 grammi.
I: Perfetto. Quindi che domanda vi farò?[10] Samuele ripeti ciò che hai detto prima.
Samuele: Quanto pesa un sacco di farina?
I: Quanto pesa un sacco di farina?
Antonello: Per me pesa 100 grammi.
C: Anche per me!
I: Chi è d'accordo? Tutti d'accordo?
Giulia: Sono d'accordo con Antonello, ma voglio dare la spiegazione.
I: La spiegazione adesso me la scrivete sul quaderno[11], scrivete perché siete arrivati alla conclusione che il sacco di farina pesa 100 grammi. Voglio tutto il processo.
Samuele: Maestra, ma non siamo sicuri che pesano tutti e due 100 grammi, perché un sacco può pesare 150 e l'altro 50.
I: Giusta intuizione quella di Samuele![12] Infatti oltre a dirvi che la bilancia è in equilibrio, io devo darvi un'altra informazione. Devo dirvi che i due sacchetti di farina hanno lo stesso peso. Bravo Samuele! Va bene? Vi do dieci minuti , rappresentate la situazione.

Foto 2.
Alla lavagna:
Principio di sostituzione
Principio di cancellazione

Foto 3.
Alla lavagna:
Due sacchetti e un peso

---

[9] *L'attività procede in modo chiaro e coerente, ma a mio avviso l'insegnante lascia troppo poca autonomia agli alunni che costruiscono pensiero costantemente* in seconda battuta. *Qui l'insegnante è molto esplicita sul suo metodo: gli alunni devono solo rispondere alle domande.*

[10] *V. Commento 9.*

[11] *Forse sarebbe stato meglio avvertire Giulia che non si intende toglierle la parola, ma dare l'opportunità a tutti di esprimersi per poi confrontare le varie proposte. L'intervento dell'insegnante mi sembra molto brusco, e mantiene gli alunni nella convinzione che non possono parlare quando hanno qualcosa da dire, ma quando l'insegnante permette loro di farlo.*

[12] *Qui proporrei "Cosa ne pensate dell'affermazione di Samuele"? Altrimenti è sempre l'insegnante che certifica la correttezza di ciò che avviene. Riporto qui un nuovo termine del Glossario, che si riferisce ad un principio fondamentale nella costruzione delle competenze: il* Principio di devoluzione. **"**La devoluzione è un punto nodale della teoria delle situazioni di Guy Brousseau. È un atto che riguarda l'insegnante nei confronti degli allievi, attraverso il quale *egli consegna a loro l'obiettivo cognitivo*. È il processo di *responsabilizzazione* attraverso il quale l'insegnante ottiene che lo studente impegni la sua personale responsabilità nella gestione di un'attività cognitiva, che diventa allora una *sua* attività. Egli va educato, attraverso un opportuno contratto didattico, ad assumere tale ruolo e l'insegnante, da parte sua, deve accettare - e imparare a gestire – le conseguenze di questo trasferimento momentaneo di responsabilità, in particolare per quanto concerne l'incertezza che questa assunzione può generare nella gestione dell'attività".

*Passano dieci minuti.*
I: Sono passati dieci minuti e adesso uno alla volta venite qui e dite ciò che avete scritto.
*Mattia va alla lavagna e spiega cosa ha fatto.*
Mattia: Io ho scritto che se i piatti sono in equilibrio e sappiamo che un sacco di farina ha lo stesso peso dell'altro, mi porta a dire che un sacco di farina pesa 100 grammi, perché se avessero pesato 150 e 50 allora un sacco di farina non avrebbe avuto il peso dell'altro.
I: Bene, questa è la tua intuizione. Possiamo dire che l'intuizione di Mattia è corretta?[13]
C: Siii!
I: Però abbiamo necessità di andare avanti, tu mi hai detto che il peso del sacco di farina è 100 grammi; però non mi hai fatto vedere il processo che ti ha portato a dirmi che un sacco di farina pesa 100 grammi. L'intuizione è corretta! Possiamo iniziare da qua. Chi viene a continuare il ragionamento di Mattia?
Giulia: Tu ci hai detto che i due sacchi di farina sono uguali e allora se la bilancia è in equilibrio con un peso da 200 grammi, uno di questi due sacchi pesa per forza 100 grammi.
I: "Per forza" vuol dire che tu stai intuendo qualcosa. Io ti sto dicendo: prova a rappresentarmi come, secondo te, lavorando sui due piatti… attenzione tutti… non ci siamo forse capiti su questa cosa… lavorando sui due piatti io arrivo ad avere una rappresentazione in cui nel primo piatto avrò un sacco di farina, nel secondo il peso del sacco di farina. Dovete lavorare sul processo, voi mi state dando la risoluzione finale, state lavorando sul prodotto e non sul processo[14].
Giulia: Allora contemporaneamente togliendo questo peso da 200 grammi, ne metto due da 100.
I: In che modo?
Giulia: Ho cambiato…
I: Hai… cosa hai?
Giulia: Ho sostituito il peso da 200 grammi con due pesetti da 100 grammi.
I: Allora scriviamoci il primo passaggio di Giulia. Quindi Giulia ha fatto… ha utilizzato il principio…?
Giulia: ... di sostituzione.
I: Di sostituzione, per cui ha sostituito il peso…
Giulia: ... da 200 grammi con due pesi da 100 grammi.
I: Adesso Giulia va a posto e viene qualcuno per continuare il ragionamento. Fin qui siamo tutti d'accordo?[15]
C: Siii!
Samuele: Se vedo che la bilancia è in equilibrio, ho due pesi da 100 e allora anche i due sacchi di farina devono pesare 100 grammi, in entrambi i piatti ho un peso da 200 grammi e usando il principio di cancellazione, se togliamo un sacco di farina e un pesetto da 100 grammi, la bilancia continua a rimanere in equilibrio perché tutti e due i sacchi di farina hanno lo stesso peso come i pesetti.
I: Quindi Samuele vuole utilizzare dopo il principio di sostituzione il principio di cancellazione che lo porta ad eliminare… dal primo piatto, che cosa?
Samuele: Un sacco di farina e dall'altro un pesetto da 100 grammi.
I: Tutti d'accordo su questa intuizione di Samuele?[16]
C: Siii!
Samuele: Tolgo contemporaneamente un sacco di farina e un pesetto da 100 grammi.
I: Quindi cosa hai adesso sulla bilancia?
Samuele: Ho un sacco di farina e un pesetto da 100 grammi.
I: Com'è la bilancia?
Samuele: In equilibrio, quindi so che la farina pesa 100 grammi.
I: Tutti d'accordo sull' intuizione di Samuele? Avete ragionato tutti così?
C: Siii!

---

[13] *Faccio ancora riferimento alle domande poco produttive alle quali ho accennato in vari Commenti precedenti. Questa appartiene a quella categoria che abbiamo chiamato* Domande a risposta corale SÌ NO*: Vengono spontaneamente, ma in genere non sono molto produttive, perché tutto si risolve con un Sì o con un No (spesso ancora più opaco perché è collettivo), manca cioè l'input per l'argomentazione. Bisognerebbe evitare le risposte corali perché sono opache rispetto a quelle che sono le reali dinamiche cognitive del gruppo e non sono argomentate. Gratificano gli insegnanti perché sembra che tutti gli alunni (o una parte consistente di loro) abbiano capito, ma in realtà sono poco significative.*

[14] *Questo è un ottimo invito. Per quanto concerne la scoperta del secondo principio della bilancia, esperienze nelle classi hanno mostrato come una situazione come quella presentata, illustrata anche nell'Unità, sembra troppo semplice. La conquista della divisione avviene molto prima con situazioni in cui il numero degli oggetti non sia divisore del peso conosciuto come in: A A A 170; B B 89; oppure il peso conosciuto non sia in alcun modo riferibile al numero degli oggetti come in: C C C C 5,31.*

[15] *V. Commento 13.*

[16] *V. Commento 13.*

| Progetto ArAl Collaborazioni | 5 | Dalla bilancia all'equazione |
|---|---|---|

| *Sorso (SS)* | *I* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *1* | ***2*** | *3* | ***Viviana Sale*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| Foto. 4<br>Alla lavagna:<br>Due pesi sconosciuti, 100g, 100g[17] | Foto. 5<br>Samuele<br>Alla lavagna:<br>Due pesi sconosciuti, 100g, 100g |
|---|---|

I: Chi vuole aggiungere qualcosa?
Antonello: Ho fatto una cosa precisa.
I: Vieni a raccontarcela, ti rimetto *(alla lavagna*) la situazione iniziale.
Antonello: Allora, noi dobbiamo sostituire il pesetto da 200 grammi con uno da 100.
I: Con uno?
Antonello: Con due da 100 grammi e contemporaneamente io volevo fare… togliamo 100 grammi e togliamo un sacco di farina.
I: Quindi, tu fai così… cosa hai adesso? Questo è il primo passaggio, raccontami che cosa hai sulla lavagna.
Antonello: Ho due sacchi di farina nel piatto sinistro e nel piatto destro ho un peso da 100 grammi e un altro peso da 100 grammi.
I: Ok, procedi, quindi hai utilizzato il principio della sostituzione. Cosa fai adesso?
Antonello: Tolgo contemporaneamente un pesetto da 100 grammi e una farina e vedo che la bilancia è in equilibrio, quindi un sacco di farina pesa 100 grammi.
I: Vuoi aggiungere qualche altra cosa?
Antonello: No.
I: A posto così? Tutti d'accordo sul ragionamento di Antonello?
Samuele: In pratica è quello che ho detto io.
I: Sì, è vero, sono molto simili. Tutti d'accordo sul ragionamento di Samuele e Antonello?
C: Siii!
I: Benissimo. Chi vuole ripetere? Vi ricordo che siamo partiti avendo due informazioni fondamentali. La prima qual era? La bilancia…
Emanuele: I piatti erano in equilibrio.
I: Bene, i piatti erano in equilibrio… Ve ne ho dato una seconda che vi aiutava nel compito.
Mattia: Il secondo suggerimento che ci hai dato è che un sacco di farina pesava 100 grammi.
I: Ve l'ho detto io?
C: No.
Matteo P.: Che tutti e due i sacchi avevano lo stesso peso.
I: Voi avevate questi riferimenti e dovevate lavorare per dirmi cosa?
Cristian: Per dirti quanto pesava un sacco di farina.
I: Come siamo andati avanti nel nostro lavoro?
Cristian: Abbiamo sostituito il peso da 200 grammi con uno da 100 e un altro da 100, poi abbiamo tolto contemporaneamente un sacco di farina e un pesetto da 100.
I: Domanda… perché hai tolto qui (*indica il piatto destro)* un pesetto da 100 grammi e qui (*indica il piatto sinistro)* un sacco di farina?
Fabio: Puoi ripetere la domanda?
I: Perché vi è venuto spontaneo attraverso il principio di cancellazione togliere un pesetto da 100 grammi dal piatto destro della bilancia e un sacco di farina dal piatto sinistro?
Fabio: Perché nel primo piatto la farina pesava 100 grammi.
I: Non lo sappiamo inizialmente. Perché ad un certo punto noi abbiamo fatto questa azione? Vorrei che fosse chiara.
Fabio: Per sapere quanto pesava il primo sacco della farina.
I: Ma perché tu mi hai detto "io lo faccio con certezza e non perde equilibrio", lo stato di equilibrio non viene alterato. Allora voi avete messo 100 e 100 *(indica le immagini dei due pesi dopo la sostituzione)*. Ora vi chiedo perché non avete messo ad esempio uno da 100 e uno da 150?
Mattia: Tu ci avevi detto che i sacchi della farina avevano tutti e due lo stesso peso, quindi noi abbiamo intuito che se i piatti erano allo stesso livello, i sacchi della farina avrebbero dovuto pesare 100 grammi, se noi ne avessimo messo uno da 100 e uno da 150, non ci sarebbe stato equilibrio tra i due piatti, perché ci sarebbero stati 50 grammi in più.[18]
I: Benissimo! Altra domanda… secondo il principio di sostituzione io avrei potuto sostituire il peso da 200 grammi con altri due pesi, uno da 150 e l'altro da 50 grammi. Non avrei alterato lo stato di equilibrio, perché avrei sempre

[17] *Bella la simulazione alla lavagna della bilancia.*
[18] *La ricca argomentazione di Mattia mi fa ritenere che la classe sia pronta ad un salto di qualità nelle discussioni in cui gli alunni svolgano un ruolo più ricco di quanto non accada sinora.*

avuto 200 grammi da una parte e i due sacchi di farina dall'altra. Perché non avete sostituito il peso da 200 grammi con un peso da 150 e un peso da 50 grammi?
Cristian: Noi non abbiamo sostituito con un peso da 150 e uno da 50, perché se toglievamo un peso da 50 e un sacco di farina, la bilancia non aveva più l'equilibrio.
I: Perché mi stai dicendo questo? È corretto, però dimmi perché.
Cristian: Tu ci hai detto che i due sacchi pesavano lo stesso peso, noi dovevamo mettere nel secondo piatto due pesi con lo stesso peso.
I: Ok, va bene. Bravissimi! Adesso un'altra domanda per cervellini molto intelligenti, come i vostri. Nella bilancia voi avete fatto questo *(tolto un sacco di farina e un peso da 100)*… la situazione finale è questa (*un sacco di farina e un peso da 100).* Chi vuole descriverla?
Nicolò: Un sacco di farina nel piatto sinistro e nel piatto destro un peso da 100 grammi.
I: La bilancia è in equilibrio… quindi questo mi porta a dire che…
Nicolò: …che la farina pesa 100.
I: Che la farina pesa 100…?
Nicolò: 100 grammi.
I: Adesso vi chiedo… il pesetto da 100 grammi che rapporto ha con il sacco di farina?
Samuele: Sono uguali.
I: Sì, il peso da 100 grammi e il sacco di farina sono uguali… perché…?
Samuele: Perché la bilancia si trova in uno stato di equilibrio, e siccome il principio fondamentale della bilancia dice che se i due piatti della bilancia si trovano allo stesso livello, il peso è uguale, quindi applicando il principio, il peso è uguale.
I: Benissimo… adesso un'altra domanda… quella vera: in che rapporto stanno i pesetti, il pesetto da 200 grammi che voi avevate inizialmente, con i due pesetti da 100 grammi con i quali lo avete sostituito? O meglio… il pesetto da 200 grammi che tipo di rapporto ha con il pesetto da 100 grammi?
Mattia: Secondo me il peso da 100 grammi è la metà del nostro vecchio peso da 200 grammi.
I: Siete tutti d'accordo?
C:Si!
Samuele: Il peso da 200 grammi è maggiore del peso da100.
I: È maggiore e Mattia ci sta dicendo di quanto è maggiore.
Samuele: Il doppio.
I: Dopo questo ragionamento, vi chiedo di rappresentare attraverso il linguaggio matematico, sul quaderno, la situazione sulla quale noi abbiamo lavorato: la situazione iniziale. Solo la situazione iniziale, in linguaggio matematico, partendo dalla considerazione che abbiamo appena fatto. Vi do cinque minuti; vi ripeto la consegna: dovete rappresentare la situazione iniziale in linguaggio matematico, perché in questo momento noi dobbiamo pensare a trasmettere ciò che abbiamo fatto al nostro amico Brioshi, che capisce solo il linguaggio matematico. Pensiamo quindi di mandare un messaggio a Brioshi e lui deve capire su cosa noi abbiamo lavorato.
*Gli alunni rappresentano sul quaderno. Passati i cinque minuti, l'insegnante chiede ai bambini di scrivere alla lavagna ciò che hanno scritto sul quaderno.*
Mattia: Io ho rappresentato la farina con la lettera F e ho scritto 1F che sarebbe un sacco di farina, poi a destra ho scritto 200 grammi.
I: Questa è la rappresentazione di Mattia.
Fabio: Anche io ho scritto così.
I: Ci sono bambini che hanno lavorato in modo diverso?
Maria: Io ho scritto farina più farina…
I: Farina più farina? Prova a dirlo meglio. La F cosa rappresenta il sacco di farina o che cosa?
Maria: Il contenuto.
I: Quindi il…?
Maria: Il peso, il peso della farina.
I: Guardate cosa ha scritto Maria.
G: Anche io ho scritto così!!! Anche io!
Giulia: Io ho scritto 2F, che vuol dire 2 volte il peso della farina, poi ho messo 1° per indicare il primo piatto, poi ho messo uguale e dopo ho scritto 200 e 2° (*indica il secondo piatto*).
I: Giulia ha trovato questa soluzione, qualcuno di voi ha trovato altre soluzioni?
Lello: Io si, più o meno.
I: Più o meno?
Lello: Quasi uguale.

Fig. 6
Alla lavagna:

| | | |
|---|---|---|
| Mattia | → | 1F, 1F / 200g. |
| Fabio | → | 1° F+F=200g |
| Maria | → | F+F=200g |
| Chiara | → | F F=200g<br>? ? |
| Giulia | → | 2F 1° = 200g 2° |

I: Lello, solo soluzioni nuove.
Samuele: Maestra io invece di scrivere farina ho scritto contenuto.
I: Contenuto! Vieni a scriverlo.
Giulia: Però il prof Navarra l'altro giorno ci ha detto che Brioshi non capisce cosa vuol dire g.
I: Ok Giulia[19], vediamo cosa deve scrivere Samuele.
Samuele: Mi sono già accorto che quello che volevo aggiungere non è corretto, Brioshi non capirebbe.
*Samuele scrive (Fig. 7):*

Fig. 7
Alla lavagna:
Samuele → Contenuto Dei sacchi ×2=200g

I: Ok, adesso spiega cosa per te non va bene.
Samuele: Non va bene perché la parte iniziale non l'ho scritta in linguaggio matematico.
I: Che linguaggio hai usato?
Samuele: Quello naturale.
I: Il linguaggio naturale. Questo linguaggio lo capisce Brioshi?
Samuele: No.
I: Quindi tu come faresti per farti capire da Brioshi?
Samuele: Adesso che ci ho pensato direi "F×2=200g".
I: Farina per due uguale duecento grammi. Scrivilo sulla lavagna.
*Samuele scrive (Fig. 8).*

Fig. 8
Alla lavagna:
F×2=200g

I: Leggi Ciò che hai scritto, Samuele.
Samuele) F×2=200g.
I: Va bene, grazie Samuele! Adesso vi chiedo io una cosa. Secondo voi quale di queste scritte (Fig. 6) rappresenta meglio la situazione iniziale? E ditemi perche.
Daria: Secondo me rappresenta meglio la situazione iniziale quella scritta da Maria.
I: Quindi secondo Daria la scritta che rappresenta la nostra situazione di lavoro è f+f=200g. Alzino i bambini che la pensano come Daria e come Maria.
*Alzano la mano otto bambini.*
I: Secondo otto bambini la scritta che rappresenta maggiormente la situazione iniziale è quella espressa da Maria[20]. Gli altri?
Mattia: Secondo me quella più completa è quella di Giulia perché prima ha fatto un osservazione giusta, Brioshi non capisce che cosa è g, nella scritta di Giulia non c'è g quindi capirebbe di più quello che abbiamo rappresentato.
I: Ottimo, abbiamo capito perché Mattia ha scelto la scritta di Giulia?[21]
*I bambini rispondono tutti affermativamente*.
I: Rileggiamo la scritta di Giulia: 2f 1° cioè nel primo piatto = 200 2° nel secondo piatto". Quanti sono i bambini che pensano che la scritta di Giulia sia quella più chiara?[22]
*Alzano la mano otto bambini. Samuele nella confusione generale dice "però dobbiamo togliere la scritta primo e secondo piatto".*
I: Fermiamoci un attimo e riflettiamo…! Samuele vuole aggiungere una riflessione, sentiamolo.
Samuele: Maestra[23], volevo fare un osservazione sul ragionamento di Giulia: non c'è bisogno di scrivere il contenuto nel primo piatto e nel secondo piatto perché io posso mettere due sacchi di farina nel secondo piatto e il peso di 200 grammi nel primo piatto e la situazione non cambia.
I: Scrivilo, avete capito l'osservazione di Samuele?
*La maestra riprende l'osservazione di Mattia e di Samuele facendo il punto della situazione e legge la soluzione finale espressa da Samuele.*
I: 2f = 200 (Foto 9, Samuele)

---

[19] *Perché non è stata presa in considerazione l'osservazione di Giulia? Per esempio si poteva ricorrere alla metafora del 'mettere in frigorifero' le numerose questioni 'fondative' legate all'uso della lettera: Brioshi non interpreterebbe g come 'grammi'; è necessario inserire g?; che significati assume una lettera in matematica?; g può significare solo 'grammi'?, e così via.*
[20] *È opportuno chiedere almeno ad uno di loro di motivare il proprio parere. È diverso aderire in modo silenzioso e aderire argomentando. Perché la pensano come Maria? La pensano tutti allo stesso modo? Sanno giustificare l'adesione? Come si comporterebbe l'insegnante se gli alunni non sapessero motivare la loro risposta?*
[21] *V. Commento 13.*
[22] *V. Commento 20.*
[23] *Maestra? Anche alcune righe più sotto si ripete 'la maestra', e dopo anche Chiara la nomina. Ma è una seconda media, giusto?*

I: È chiaro per tutti?
G: Sì, chiaro!
I: Chiara vuole fare un'altra osservazione.
Chiara: Maestra, ma se guardiamo quello che ha scritto Samuele, non si capisce… possiamo dire "due sacchi di farina uguale 200 chilogrammi" e non sappiamo qual è il peso.
I: Quindi secondo Chiara la marca g è fondamentale perché altrimenti non capiamo il vero peso, possono essere grammi, chili o altro ancora. Però Mattia ci ha detto che lui l'avrebbe eliminata perché…
Mattia: Perché Brioshi non capisce cos'è la g.
I: Bene, siamo davanti ad una scelta: in questo caso è più importante farci capire da Brioshi o accontentare la nostra necessità di usare i diversi simboli?
C: Farci capire da Brioshi!
I: Quindi secondo voi qual è la forma da scegliere, quella ricca di tanti particolari: primo piatto, secondo piatto, grammi, o quella espressa da Samuele?
G: Quella espressa da Samuele!
I: Perché?
Paolo: Perché così lo capisce anche Brioshi.
I: Lo capisce Brioshi, ok! Ma, lo capiamo bene anche noi? Questo è importante!
C: Sì, certo!
I: Quindi è una forma che accontenta tutti?
C: Siìì!
I: L'altra forma chi accontentava?
C: Solo noi!
I: Certo, solo noi, non Brioshi!
Edoardo: La forma ricca di particolari non si capisce molto, è poco chiara anche per noi, ci sono troppe informazioni.
Fabio: Ho un dubbio, se Brioshi non capisce la g di grammo, non capisce neanche la f di farina[24].
Giulia: Ma la f non indica la farina, ma un peso che noi non sappiamo ma che scopriremo.
I: Quindi mi stai dicendo che io la f la posso sostituire con qualsiasi altra lettera e non cambio il messaggio che sto mandando a Brioshi?
Edoardo: Sì, perché è un peso sconosciuto.
I: Allora perché scegliamo ancora la rappresentazione di Samuele?
Samuele: Perché è più comprensibile, è più corta… molto sintetica!
I: Quindi è…
G: Economica!
I: Sì, economica!
G: Ha tutto quello che ci serve!
I: Sì, ha tutti gli elementi significativi che ci servono per rappresentare la situazione iniziale.

[24] *Ottima riflessione.*