Una storia di alberi e di case

Verbali immaginari di un consiglio comunale e di come esso risolse, in modo assai logico, i problemi derivanti dal lascito di un filantropo. Proposta didattica per la quinta classe sulla classificazione, la rappresentazione e il potenziamento delle competenze logico-linguistiche.

di **Giancarlo Navarra**[1]
Insegnante a Sedico di Belluno

Come è noto, i programmi didattici per la scuola primaria del 1985 parlano in più parti della *Logica*, chiarendo in modo molto articolato i caratteri dell'*educazione* logica all'interno dell'attività di tipo sia matematico che linguistico.

All'interno della voce MATEMATICA, dopo aver specificato che «*l'educazione logica... deve essere argomento di riflessione e di cura continua dell'insegnante*» essi sottolineano che «*particolare cura sarà rivolta alla conquista della precisione e della completezza del linguaggio*». L'insegnante proporrà quindi «*attività ricche di potenzialità logica, quali: classificazioni mediante attributi, inclusioni, seriazioni, ecc.*» e «*con gradualità potrà introdurre qualche rappresentazione logico-insiemistica... e terrà inoltre presente che le più elementari questioni di tipo combinatorio forniscono un campo di problemi di forte valenza logica.*» In particolare, fra gli obiettivi del terzo, quarto e quinto anno indicano «*classificare oggetti secondo due o più attributi e realizzare adeguate rappresentazioni delle stesse classificazioni mediante diagrammi di Venn, di Carroll, ad albero, con tabelle...*» e «*usare correttamente il linguaggio degli insiemi nelle operazioni di unione, di intersezione, di completamento, anche in relazione all'utilizzazione dei connettivi logici...*»

Più avanti, nelle Indicazioni didattiche, si sottolinea che «*Il passaggio dall'esperienza alla rappresentazione e quindi alla formalizzazione può avvenire muovendo dalle situazioni più varie: fra di esse un ruolo importante hanno le più naturali e spontanee: quelle di gioco. Ogni attività di gioco e di lavoro, ben impostata e condotta, favorisce un'attività intellettuale controllata ed educa al confronto di idee, comportamenti, soluzioni alternative, in un clima positivo di socializzazione.*»

Con questi obiettivi e sulla base di queste indicazioni abbiamo elaborato l'attività didattica che presentiamo «tarandola» per gli allievi delle quinte classi.

ALCUNE QUESTIONI DI METODO

L'insegnante comincia con l'*ambientare* la classe leggendo una storia formata, come tutte le storie che si rispettano, da una serie di vicende che ruotano attorno a dei personaggi, che nel nostro caso sono i consiglieri comunali, alle prese con un problema molto importante, destinato a modificare in un modo o nell'altro la vita della comunità.

La storia si articola in cinque episodi, ognuno dei quali conduce ad una ben definita attività didattica. Al termine della lettura di ogni episodio si apre per la classe una fase di lavoro, i cui risultati condurranno alla lettura di quello successivo, e così via. La durata di ogni fase è variabile: può andare da un minimo presumibile di quattro ore ad un massimo che rimane a discrezione dell'insegnante, e dipende fondamentalmente dalla sua programmazione e dal tipo di risposta fornito dalla classe. L'unità, vista la sua *trasversalità* rispetto ai contenuti disciplinari, può essere anche sviluppata in più classi paral-

lele, o da insegnanti di diversi moduli.

Allo scopo di fornire al lettore un quadro operativo chiaro, al termine di ogni episodio evidenzieremo in riquadro una serie di «*Note per l'insegnante*» contenenti le indicazioni di metodo, gli obiettivi, gli strumenti, le ipotesi di attività relative a quella fase di lavoro.

I materiali necessari saranno quelli consueti di molte attività di gruppo: cartelloni, carte per collages, pennarelli, colla, ecc.. Sarà utile la lavagna luminosa.

PRIMO EPISODIO: «ALBERI O CASE?»

La nostra storia inizia nella Sala del Consiglio comunale di una certa città. È in corso una riunione, e sta parlando il sindaco, sig. Pancetta.

«Cari colleghi, come sapete, il nostro famoso concittadino, il ricchissimo commendator Maquantisoldicià è — che Dio l'abbia in gloria — morto. Ci ha lasciato in eredità — bontà sua — un grande terreno da destinare ai bisogni della popolazione. Se pensiamo che ci sia bisogno di *case*, costruiremo case, e se invece pensiamo che ci sia più bisogno di *parchi*, costruiremo parchi. Dovremo essere noi a deciderlo.»

Come potete immaginare, la discussione è animatissima, e ognuno esprime il proprio parere.

«Io credo che dovremmo costruire soprattutto case! Ne abbiamo bisogno!» afferma il rag. Fabbricovunque.

«Ma neanche per sogno!» ribatte il prof. Amoilverde «di case ce ne sono fin troppe! Di parchi, c'è bisogno! Di parchi! Per i giochi dei bambini e le passeggiate delle persone anziane!»

«Solo parchi!»

«Più parchi che case!»

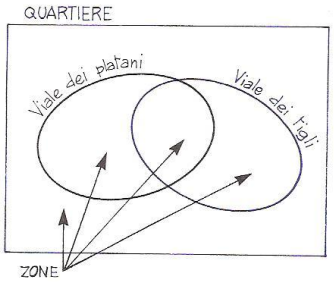
«Solo case!»

«Più case che parchi!»

Insomma, la discussione è animatissima, certe volte molto confusa (si sa, non tutti sanno ragionare con ordine) e sembra che non debba finire più. Allora il sig. Pancetta, che è un uomo di grande buon senso, ed è stato molto attento e ha preso molti appunti, la interrompe.

«Signori! Signori! Dalle *interessantissime* cose che voi dite penso che possiamo finalmente giungere alle prime conclusioni che — ne sono certo — troveranno tutti d'accordo. Segretario, si prepari a scrivere. C'è del lavoro per lei!»

E, detto questo, il sig. Pancetta si alza e su una grande lavagna fa il seguente disegno:



Una volta terminato lo guarda compiaciuto, si aggiusta gli occhiali e detta al segretario, sig. Pennarello, le seguenti Regole:

(1) IL TERRENO RETTANGOLARE LASCIATOCI IN EREDITÀ DAL COMMENDATOR MAQUANTISOLDICIÀ LO DIVIDEREMO IN ZONE RETTANGOLARI CHE CHIAMEREMO QUARTIERI.

(2) ALL'INTERNO DI OGNI QUARTIERE COSTRUIREMO DUE VIALI AD ANELLO CHE SI INCROCIANO: UNO VERRÀ FIANCHEGGIATO DA PLATANI E L'ALTRO DA TIGLI.

(3) TUTTI I QUARTIERI RISULTERANNO QUINDI DIVISI IN QUATTRO PARTI CHE CHIAMEREMO ZONE, OGNUNA DELLE QUALI POTRÀ ESSERE RESIDENZIALE OPPURE ESSERE DESTINATA A PARCO.

I Consiglieri comunali sono molto soddisfatti, e approvano le Regole dettate dal sindaco (che è stato così bravo che ogni consigliere in cuor suo è convinto che le Regole siano proprio quelle che aveva sostenuto lui).

«Cari colleghi» conclude il sindaco «abbiamo tenuto presente che le persone hanno gusti molto diversi fra loro: ci possono essere alcune che desiderano abitare fra tanto verde perché amano la natura e altre che invece preferiscono stare in mezzo alle case perché hanno paura della solitudine. E le zone a parco potranno essere poche, o tante. E lo stesso vale per le zone su cui costruiremo le case. Insomma, è necessario prevedere un sacco di situazioni differenti. Ma per farlo dobbiamo poter rispondere a queste domande:

- ☐ QUALI SONO LE SITUAZIONI POSSIBILI?
- ☐ E COME SONO FATTE?
- ☐ È POSSIBILE PREVEDERLE?

Poiché nessuno sa cosa dire, si decide di dare l'incarico all'Ufficio Tecnico Comunale di considerare approfonditamente il problema e di preparare tutte le *relazioni* e tutti i *disegni* necessari per fornire le risposte alle domande del sindaco; si aggiorna quindi la seduta, dopo aver stabilito l'Ordine del Giorno della successiva riunione:

1) ESAME DELLE RELAZIONI E DEI DISEGNI PREPARATI DALL'UFFICIO TECNICO COMUNALE.

Note al primo episodio

Gli alunni — divisi per gruppi o collettivamente — hanno il compito di mettersi nei panni dei tecnici comunali.

Dovranno scoprire quali sono le *combinazioni possibili* fra Zone edificate e Zone verdi all'interno di ogni Quartiere. Nel fare questo eseguiranno dei *disegni*, li discuteranno, li commenteranno, li confronteranno fra loro. Non è detto che trovino *TUTTE* le possibilità, anzi, è molto probabile che ne individuino solo una parte; questo per il momento non ha importanza, perché l'attività indotta dalla lettura del prossimo episodio condurrà all'individuazione razionale delle *sedici* urbanizzazioni possibili.

Durante questa attività sarà importante che l'insegnante curi la *verbalizzazione scritta* dei ragionamenti degli alunni e dei modi mediante i quali essi giungono alla definizione delle varie proposte.

SECONDO EPISODIO: «IL SIGNOR ORDINATO HA UN'IDEA MOLTO PRATICA.»

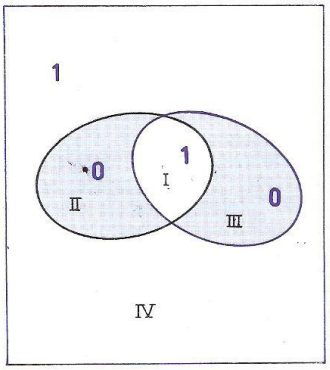
Terminato il suo gran lavoro, il geom. Righello, responsabile dell'Ufficio Tecnico, lo ha dunque presentato agli amministratori. Ha esposto tutti i suoi bei disegni e ha riportato le conclusioni del suo ufficio.

Ma, mentre lo stanno ascoltando, i consiglieri comunali — che annotano diligentemente sui loro quaderni le cose più importanti — si accorgono che è lungo e complicato prendere appunti su argomenti che richiedono tante parole per essere descritti. Il consigliere sig. Ordinato (persona molto pratica), scusandosi per l'interruzione, propone allora di fare in questo modo:

(1) DIAMO DEI NUMERI D'ORDINE ALLE QUATTRO ZONE: I, II, III, IV.

(2) USIAMO L'UNO (1) PER INDICARE CHE UNA ZONA È RESIDENZIALE E LO ZERO (0) PER INDICARE CHE UNA ZONA È DESTINATA A PARCO.

Poi va alla lagagna, sulla quale è ancora conservato il disegno fatto la volta precedente dal sig. sindaco, e lo completa in questo modo:



I consiglieri trovano utilissima la proposta del sig. Ordinato, e decidono di metterla subito in pratica.

Note al secondo episodio

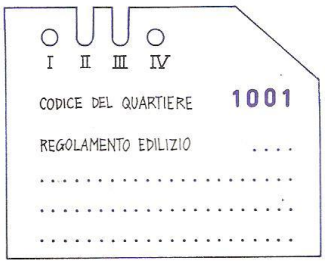
Si predisporrà il *quadro sinottico dei codici dei Quartieri* che gli alunni sono stati capaci di individuare sinora (come abbiamo osservato nelle note precedenti, è infatti molto probabile che non li abbiano trovati tutti). Il quadro definitivo sarà il seguente (che nella realtà verrà completato dopo l'attività con il diagramma ad albero - v. Note al terzo episodio):

I	II	III	IV
1	1	1	1
1	1	1	0
1	1	0	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0

L'insegnante potrà svolgere un ampliamento dell'attività illustrando altri *codici*: il codice fiscale, il codice di avviamento postale, la targa automobilistica, il codice per la lettura elettronica del prezzo di un prodotto al supermercato, ecc.

Sarà possibile costruire anche un *archivio con schede perforate*, organizzate in questo modo.

Le schede potranno essere arricchite sempre più di informazioni, e costituiranno infine una rappresentazione completa dell'attività svolta.



TERZO EPISODIO: «L'ASSESSORE DIAGRAMMINI HA UN'ALTRA IDEA.»

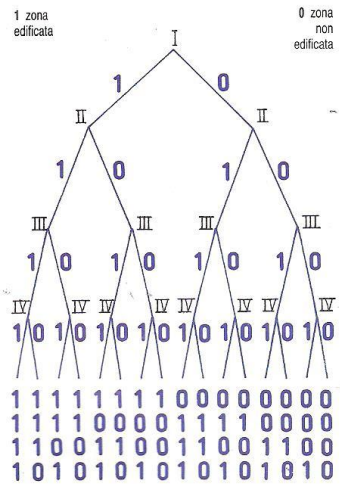
I consiglieri sono ora piuttosto orgogliosi del loro lavoro, e si congratulano a vicenda. Ricevono i complimenti soprattutto il sig. Ordinato, che ha avuto la bella idea del *codice*, e il geom. Righello, che ha saputo presentare dei disegni e delle relazioni veramente chiari e ordinati. Ma ad un certo punto il sindaco raffredda il loro entusiasmo.

«Benissimo, signori, abbiamo svolto un buon compito. *Ma siamo sicuri che questi siano tutti i possibili quartieri, o ce ne sono altri? Come possiamo rispondere a questa domanda?*»

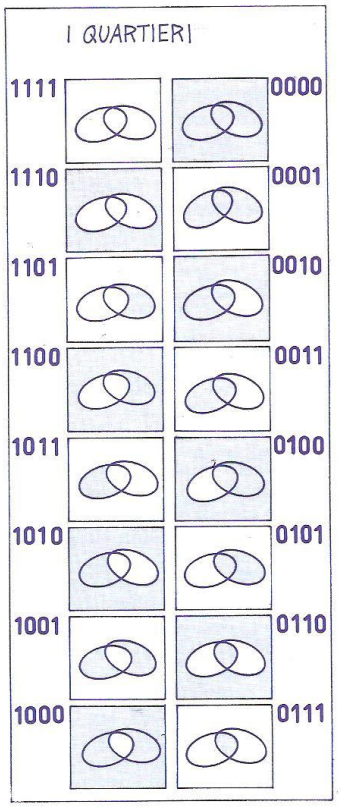
«È possibile farlo» interviene l'assessore Diagrammini Alberelli, esperto matematico «basta saper usare gli *strumenti appropriati*. Adesso vi spiego come faremo...»

Note al terzo episodio

Gli alunni elaboreranno il *diagramma ad albero* (Diagrammini Alberelli...), da cui emergeranno chiaramente le sedici possibilità:



In questo modo si potrà verificare la completezza dei disegni presenti sui cartelloni, e aggiungere quelli dei disegni mancanti. Ecco, schematicamente, il risultato finale al quale si perverrà:



QUARTO EPISODIO: «IL SIG. PIGNOLETTI SUSCITA UN PANDEMONIO.»

Il lavoro sembra ora proprio finito. Le idee sono chiare, tutti sono soddisfatti, regna un clima di allegria. Il rag. Fabbricovunque e il prof. Amoilverde si sono persino chiesti scusa a vicenda se si sono un po' accalorati nella discussione.

Ma sul più bello una manina si alza timidamente. È il sig. Pignoletti che chiede la parola. «Scusatemi, cari colleghi, è vero che abbiamo la base per decidere dove potremo costruire le case o i parchi. Ma, io sto chiedendomi, e lo chiedo a voi: *Come dovranno essere fatte queste case?* Si sa bene che ognuno ha i suoi gusti, e vorrebbe fare di testa sua. Ma è compito di noi amministratori fissare le Regole!»

Un silenzio di gelo cala sull'assemblea: il sig. Pignoletti ha ancora una volta ragione! Occhi perplessi si scrutano fra loro. Nuvolette a forma di punto interrogativo aleggiano sopra le teste dei consiglieri. Poi, all'improvviso, scoppia il pandemonio: ognuno vuol dire la sua!

«Dal mio punto di vista le case colorate sono più allegre di quelle bianche! E la nostra città ha bisogno di essere meno monotona!» Propone il sig. Variopinti (proprietario — detto fra di noi — di un negozio dove si vendono, tra l'altro, colori).

«Non è vero, esimio consigliere! Non vorremo mica trasformare la nostra città in un abito d'Arlecchino?!!» contrasta il cav. Serioso.

«E i tetti?» chiede il dott. De Tegolis «Devono avere le falde molto inclinate, perché altrimenti la neve ci rimane sopra tutto l'inverno!»

«Ma vogliamo scherzare?» sbotta di rimando il comm. Tettodritto «la neve è ormai quasi sparita! Dei bei tetti piani ci vogliono, così ci si può stendere d'estate a prendere il sole!»

«Case alte!!!»
«... amici...»
«Case basse!!!»
«... cari amici...»
«Con le imposte!!!»
«... amici cari...»
«Senza imposte!!!»

«AMICI MIEI!» riesce finalmente a dire il sindaco, interrompendo una discussione che assomigliava molto a quella della prima riunione di questa storia «Signori! Statemi a sentire! Ho ascoltato anche questa volta con estrema attenzione le vostre parole» (il sindaco è molto diplomatico) «e credo di poter trarre delle conclusioni che riassumono i vostri pensieri e che adesso detterò al nostro paziente sig. Pennarello. Segretario, scriva!»

E detta le seguenti DUE REGOLE:

(1) SOLO LE CASE CHE VERRANNO COSTRUITE ALL'INTERNO DEL VIALE DEI PLATANI AVRANNO IL TETTO A PUNTA.

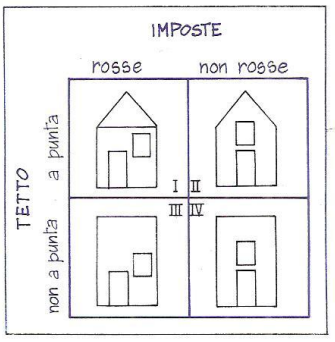
(2) SOLO LE CASE CHE VERRANNO COSTRUITE ALL'INTERNO DEL VIALE DEI TIGLI AVRANNO LE IMPOSTE ROSSE.

Le Regole appaiono ragionevoli e sufficienti per stabilire un po' d'ordine. Anche questa volta ognuno ha la convinzione che esse rispecchino esattamente le sue idee.

«Bene, egregi colleghi, anche questa è fatta. E ora, diamo l'incarico al nostro competentissimo sig. Righello affinché studi il problema e ci illustri i risultati in una prossima riunione. La seduta è tolta!»

Note al quarto episodio

Gli alunni potranno scoprire mediante il *Quadrato di Carroll* quante e quali tipologie sono ottenibili dalla combinazione delle due Regole:

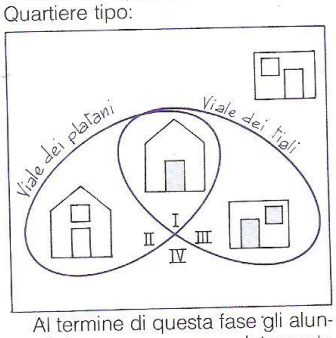


Successivamente si descriveranno:

I LE CASE HANNO IL TETTO A PUNTA E LE IMPOSTE ROSSE.

I LE CASE HANNO IL TETTO A PUNTA E LE IMPOSTE ROSSE.
II LE CASE HANNO IL TETTO A PUNTA E NON HANNO LE IMPOSTE ROSSE.
III LE CASE NON HANNO IL TETTO A PUNTA E HANNO LE IMPOSTE ROSSE.
IV LE CASE NON HANNO NÉ IL TETTO A PUNTA NÉ LE IMPOSTE ROSSE.

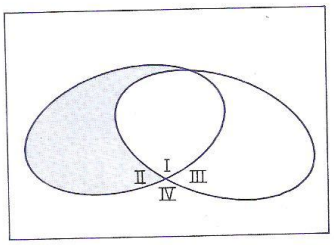
Infine le riporteranno su di un Quartiere tipo:



Al termine di questa fase gli alunni elaboreranno, a completamento dei disegni, delle descrizioni illustrative sul tipo di edifici che potranno essere costruiti nei vari Quartieri, che diventeranno di fatto il *Regolamento Edilizio* di ogni Quartiere.

Sottolineiamo l'importanza di questa fase dal punto di vista, logico-linguistico: verranno composte frasi certamente diverse, forse non tutte equivalenti sul piano logico, più o meno chiare sul piano del significato e più o meno ridondanti sul piano della quantità di informazioni in esse contenute, e dovranno quindi essere confrontate fra loro in modo da evidenziare quelle più corrette, e fra queste le più chiare.

Consideriamo ad esempio il Quartiere 1011:



Un gruppo di alunni potrebbe proporre la seguente stesura:

«NEL QUARTIERE 1011 SONO COSTRUITI TUTTI I TIPI DI CASE TRANNE QUELLE CON IL TETTO A PUNTA E LE IMPOSTE NON SONO ROSSE.»

Un altro potrebbe proporre invece quest'altra frase, equivalente sul piano logico alla precedente:

«NEL QUARTIERE 1011 SONO COSTRUITE CASE CON IL TETTO A PUNTA E LE IMPOSTE ROSSE, CASE CON IL TETTO NON A PUNTA E LE IMPOSTE ROSSE, CASE SENZA TETTO A PUNTA E SENZA IMPOSTE ROSSE, NON SONO COSTRUITE CASE CON IL TETTO A PUNTA E LE IMPOSTE NON ROSSE.»

È evidente che in questo caso un eccesso di informazioni che sarebbe opportuno che l'insegnante ponesse in evidenza, conducendo gli alunni ad una progressiva opera di pulizia del testo.

In conclusione, ogni Quartiere sarà definito mediante *due parametri*:

(1) il CODICE (formato da 1 e 0) che individua le Zone residenziali e quelle a parco;

(2) il REGOLAMENTO EDILIZIO, che stabilisce le tipologie, cioè le caratteristiche delle case che potranno essere costruite all'interno delle Zone residenziali.

QUINTO EPISODIO: «SI FA FESTA.»

Il lungo lavoro è dunque terminato e viene organizzata una riunione del Consiglio Comunale durante la quale il piano verrà illustrato alla cittadinanza. I consiglieri, tutti molto eleganti ed emozionati, esprimono il loro legittimo orgoglio. I Quartieri sono confrontati fra loro e commentati; i giornalisti scrivono degli articoli che illustrano i pregi e i difetti delle varie soluzioni. Come al solito c'è chi vede solo i pro, e chi vede solo i contro. Gli alunni di una scuola scrivono con molta competenza sul giornalino di classe le loro impressioni e alcuni inventano persino delle storie ambientate nei Quartieri nei quali piacerebbe loro vivere...

Note al quinto episodio

Sono evidenti le possibili espansioni linguistiche di questa fase: una ricapitolazione delle descrizioni «tecniche» dei Quartieri, la scrittura di commenti sulla loro maggiore o minore vivibilità in funzione della presenza dei parchi al loro interno, l'elaborazione di racconti, ecc..

ULTERIORI POSSIBILI SVILUPPI

A questo punto l'unità potrebbe considerarsi terminata: si è trattato quindi di un lavoro impostato prevalentemente sulla classificazione, su vari tipi di rappresentazione e sul potenziamento delle competenze linguistiche.

Se lo si desidera, si può approfondire l'aspetto logico del gioco, affrontando i valori di verità *vero/falso* di proposizioni semplici.

La storia potrebbe continuare allora proponendo alla classe questa situazione: si immagina che i Quartieri siano ormai in via di costruzione e che i proprietari comincino a presentare i loro progetti all'Ufficio Tecnico Comunale. La Commissione Edilizia dovrà approvarli o meno una volta stabilita la loro *compatibilità* con i Regolamenti edilizi delle Zone nelle quali essi verranno inseriti. Per fare questo, l'Ufficio predisporrà schede del tipo di quella illustrata a pagina seguente.

Questa attività può essere sviluppata mediante dei collages, facendo costruire delle piccole sagome in cartone delle case; sarà importante mettere bene in evidenza che il fatto che due caratteristiche (tetto e imposte) debbano

rispettare le Regole non significa che non vi sia libertà di scelta di altri dettagli, come ad esempio il colore delle facciate o la forma dei camini.

Prima di presentare il progetto ogni proprietario dovrà incollare la sagoma sulla scheda e scrivere negli spazi appositi il Codice del Quartiere e il numero della Zona. La Commissione dovrà quindi stabilire la conformità del progetto con il Regolamento edilizio (in pratica, il *valore di verità della frase*) così come sarà stata completata dal proprietario. Ci saranno quindi ruoli interscambiabili: alunni «proprietari/progettisti» e alunni «commissari». I primi potranno, a loro scelta, essere *onesti* o *disonesti*. L'insegnante potrebbe a sua volta seminare zizzania suggerendo maligne variazioni ai proprietari in modo da mettere a dura prova la competenza dei commissari.

ALCUNI ESEMPI

Ed ora alcuni esempi.

Se venisse presentato il progetto di una casa da costruire nella zona III del quartiere 1101, la Commissione dovrebbe concludere che, indipendentemente dalle sue caratteristiche, in qualsiasi caso la proposta non rispetta il Regolamento edilizio (la frase cioè presenta il valore di verità *falso*) perché nella terza Zona, nel caso specifico, è previsto un parco (lo zero!).

Oppure, se venisse richiesto di approvare una casa con il tetto a punta e le imposte non rosse nella Zona I del Quartiere 1001, la Commissione dovrebbe bocciare il progetto non tanto perché la zona non sia edificabile (c'è l'UNO), quanto perché il Regolamento prevede altre caratteristiche per gli edifici che in essa possono essere costruiti (case con il tetto a punta e le imposte rosse).

SVILUPPI LOGICO/LINGUISTICI PIÙ COMPLESSI

Un'ulteriore attività linguistica, più complessa, potrà riguardare l'esame dei valori di verità di frasi composte da due proposizioni unite da un connettivo (qui accenneremo al connettivo binario E e alle sue parafrasi e al connettivo unario NON). Si immaginerà sempre che un certo Quartiere sia in via di costruzione e che al suo ingresso sia stato innalzato il consueto pannello illustrativo delle sue caratteristiche; gli alunni dovranno decodificare l'informazione e individuare il Quartiere cui si riferisce il pannello; potranno anche riscriverla, e trovare una forma equivalente (in pratica elaboreranno delle *parafrasi*).

Si potranno avere molte situazioni diverse; ad esempio:

IN QUEST'AREA VERRÀ
COSTRUITO UN QUARTIERE
LE CUI CASE
AVRANNO IL TETTO A PUNTA
MA NON LE IMPOSTE ROSSE.

L'esame del testo porterà gli allievi ad individuare non uno solo, ma più Quartieri, ed esattamente tutti quelli che prevedono l'edificazione nella III Zona (1111, 1110, 1011, 0010, 0011, 0110, 0111); le schede perforate potranno aiutare nell'individuazione degli otto Quartieri.

Un altro esempio:

IN QUEST'AREA VERRÀ
COSTRUITO UN QUARTIERE
LE CUI CASE
AVRANNO IL TETTO A
PUNTA, O LE IMPOSTE
ROSSE,
O ENTRAMBE LE
CARATTERISTICHE.

Esistono solo due Quartieri che soddisfano queste caratteristiche: 1111 e 1110 (le zone edificabili sono la I, la II e la III, in altre parole *l'unione dei due insiemi*).

Un ultimo esempio:

IN QUEST'AREA VERRÀ
COSTRUITO UN QUARTIERE
COSTITUITO
SOLO DA CASE CON IL TETTO
A PUNTA E LE IMPOSTE
ROSSE.

Il Quartiere sarà lo 0100, l'unico a possedere i requisiti richiesti (edificabile nella Zona II). Come problema inverso, dal Codice del Quartiere si ricaveranno alcuni dei modi possibili di descrivere le sue caratteristiche.

[1] *Giancarlo Navarra è professore di matematica, membro del Gruppo di Ricerca sull'Educazione Matematica (G.R.E.M.) dell'Università di Modena, diretto dai proff. Nicolina Molara e Tito Pellegrino. Il lavoro, eseguito nell'ambito del Contratto C.N.R. n. 90.01174 CT01, è stato presentato al V Congresso Internuclei della Scuola Elementare svolto a Salsomaggiore dal 29 al 31 marzo 1990.*