

21 marzo 2017

Audioregistrazione

[Commenti](#) [Insegnante di classe](#)

[Commenti](#) [Giancarlo Navarra](#)

DESCRIZIONE DELLA CLASSE

La classe è composta da 16 alunni, 7 femmine e 9 maschi. Sono assenti il giorno della registrazione due alunni. Solo da quest'anno è iniziato il percorso di formazione ArAl nel nostro istituto, pertanto i ragazzi hanno lavorato finora in ottica prevalentemente procedurale, nonostante l'insegnante abbia sempre cercato di promuovere gli aspetti metacognitivi dell'apprendimento.

Gli alunni sono sempre disponibili verso qualsiasi proposta dei docenti, accettano di buon grado di mettersi in gioco ed il clima di lavoro è sereno. Per quanto riguarda le conoscenze e le abilità si attestano su un livello medio.

Prima di questa attività, alcune settimane fa, è stata proposta alla classe un'attività per introdurre i concetti di rappresentazione canonica e non canonica di un numero ed in più occasioni si è riflettuto sul fatto che un numero può avere diverse rappresentazioni. In particolare, hanno riconosciuto spontaneamente la rappresentazione non canonica quando abbiamo lavorato con le potenze. Direi che fino ad ora si è rimasti ad una fase embrionale, il passo successivo sarà portarli a riflettere sul significato delle relazioni tra numeri ed il loro valore rappresentativo.

Aree di riferimento per lo sviluppo di competenze in ambiente Early algebra

- A- Linguaggio
- B- Forma canonica e non canonica di un numero

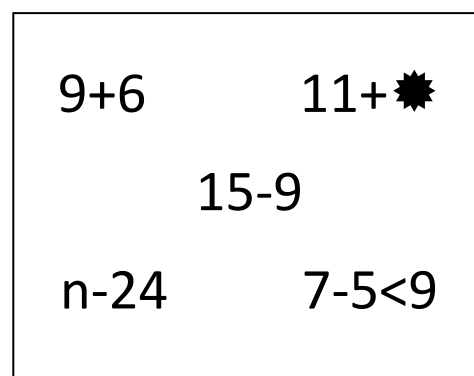
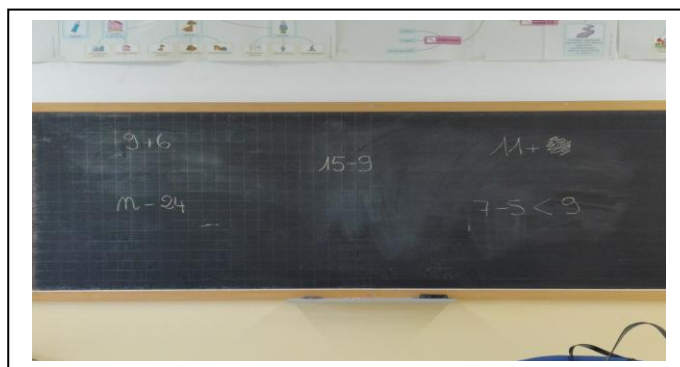
Parole chiave:

rappresentazione canonica-non canonica, rappresentare, relazione

Obiettivi dell'attività:

- riconoscere alcune scritture come modalità diverse per rappresentare un numero;
- riconoscere le forme canoniche e non canoniche di numeri;
- confrontare numeri, esprimendoli sia in linguaggio naturale che matematico, utilizzando forme canoniche e non canoniche, analizzando i legami tra le rappresentazioni nei due linguaggi;
- riconoscere l'equivalenza fra rappresentazioni differenti di uno stesso numero;
- saper mettere in relazione una rappresentazione in linguaggio matematico con una situazione reale;
- favorire l'argomentazione come strumento per esprimere un ragionamento.

1. I: Scrivo quanto segue alla lavagna ed invito i ragazzi a dirmi cosa vedono:



F 7

2. I: Ho scritto qualcosa alla lavagna, chi vuole provare a dire cosa legge? ¹

3. Anna: Sono numeri composti da cifre e sono numeri ehm... con dei simboli... un po' mescolati...

4. I. Perché mescolati?

¹ Mi sono trovata in difficoltà nell'individuare la modalità più corretta per avviare l'attività, non sapevo quali fossero le parole più adeguate. L'insegnante potrebbe dire "Interpretate queste frasi" oppure "Spiegate cosa significano per voi queste scritture". Avrebbe potuto anche introdurre ciò che ha scritto dicendo che, in analogia con il linguaggio naturale, anche nel linguaggio matematico si può usare il termine 'frase'; nel primo caso si useranno certi simboli, nel secondo se ne usano altri (può farli dire agli alunni: numeri, segni vari). Potrebbe dire anche che in italiano una frase correttamente costruita comunica un significato, e nel linguaggio matematico accade lo stesso: si può interpretare una frase come $7-5<9$, cioè spiegare cosa significhi.

5. Anna: Perché non si capisce bene cosa si intende ².
6. I: Qualcuno vuole aggiungere qualcosa?
7. Tommaso: Ci sono delle operazioni ³ che riusciamo a capire e certe no, perché ci sono anche non-numeri o lettere...
8. I: Mi pare che Tommaso abbia arricchito e ampliato quanto detto da Anna ⁴, ha detto qualcosa in più e qualcosa di diverso.
9. Tommaso: Vediamo delle operazioni che riusciamo a capire con i segni della matematica e certe operazioni con segni che ancora non abbiamo studiato, quindi non sapremo che valore ha quella cifra ⁵.
10. I: Non sapremo che valore ha... ?
11. Tommaso: ... quel disegno o quella lettera.
12. Melissa: Queste operazioni sono *non canoniche*?
13. I: Secondo te queste sono operazioni non canoniche? Noi abbiamo parlato di canonico e non canonico, facciamo un passo indietro e vediamo cosa abbiamo capito, cosa ci ricordiamo a tal proposito?
14. Melissa: Il non canonico esprime una parola, un risultato, un numero ma in modo diverso, invece il canonico esprime com'è ...
15. Martina: Il non canonico esprime un numero ma con delle operazioni ⁶, per esempio se volessi esprimere dieci potrei fare ⁷ cinque più cinque, invece canonico è espresso con un numero, col dieci.
16. I: Quindi vuoi dire che *canonico* coincide con un numero e *non canonico* con una operazione? ⁸ Ho capito bene? La pensate tutti così o c'è qualcuno che vuole dire qualcosa di diverso?
17. Anna: Non sempre il non canonico è espresso solo dall'operazione, potrebbe essere espresso magari con una lettera, per esempio "la lettera dopo della m e prima della o", sarebbe la n, oppure... mmm...
18. I: Questo sarebbe non canonico?
19. Anna: Sì, anche.
20. I: Questa forma non canonica si riferisce...
21. Anna: Anche alla rappresentazione di... prendi dei lati, ad esempio l, m, e (*si riferisce ai lati di una figura geometrica che indichiamo solitamente sia con lettere minuscole, sia con le lettere degli estremi dei segmenti e il trattino sopra*), quello... è rappresentato in un altro modo... per esempio 'e' è 5 cm di lato.
22. I: Puoi riprovare a dire quello che hai detto perché io non l'ho capito bene?
23. Anna: Non so come spiegarlo.
24. I: Ti sei riallacciata a quello che ha detto Martina?
25. Anna: Sì.
26. I: A quando ha detto che canonico e non canonico si riferiscono ad un numero e ad un'operazione?
27. Anna: Ma non sempre *non canonico* si riferisce ad una operazione.
28. I: Vuoi provare allora a fare un esempio?
29. Anna: Potrebbe essere riguardo a quella lettera vicina al 24 che non si sa cos'è ma rappresenta qualcosa, cioè rappresenta quella m, rappresenta una cifra, un numero da cui tu togli 24 (*inizialmente Anna legge m al posto di n, e su questo equivoco ci costruisce anche un'ipotesi un po' tirata*)
30. I: Cifra e numero, ci ricordiamo la differenza?
31. Anna: Cifra è che... ehm (*non riesce a spiegarlo*) che è quando tu vuoi dire un numero non è...
32. I: Sapresti farmi un esempio?

² Leggo in questa affermazione quanto emergeva in classe: una evidente incertezza. Non ho mai dato questo tipo di consegna ed i ragazzi, in qualche modo, non avevano uno schema di azione già vissuto. È stato come metterli di fronte ad un problema aperto in cui tutto era possibile e, all'inizio, hanno avuto bisogno di tempo per orientarsi in un compito nuovo. *Mi sembra inoltre che Anna (3) esprima l'idea che i numeri non siano simboli del linguaggio matematico.*

³ Tommaso propone una lettura in chiave procedurale, ne sono consapevole, tuttavia preferisco attendere e lasciare emergere altre proposte, non so se è corretto...

⁴ ... addirittura sottolineo la positività dell'intervento per incoraggiarli. *Concordo con l'intervento.*

⁵ In più momenti parlano di cifre e numeri in modo un po' confuso. Successivamente cercheremo brevemente di ricordare la differenza.

⁶ Sono consapevole che è una lettura scorretta, ma i ragazzi hanno appena iniziato il percorso e non voglio imporre delle conclusioni, piuttosto vorrei che fosse una loro conquista, una elaborazione personale.

⁷ Ancora una lettura procedurale.

⁸ *Mi sembra che l'uso che insegnante e alunni fanno dei termini 'canonico' e 'non canonico' sia, per così dire, incerto sul piano semantico. Inizia Melissa (12) con 'operazioni non canoniche', poi continuano l'insegnante (13) con un generico 'canonico e non canonico' e ancora Melissa (14) con "Il non canonico esprime una parola... ", eccetera. Suggesto di affrontare l'argomento seguendo il percorso che l'insegnante conosce bene: rappresentare in modi diversi un alunno, introdurre l'analogia con la rappresentazione del numero e quindi scoprire i concetti di sua 'forma canonica' e 'non canonica'. L'aspetto importante è che la classe impari a distinguere le aree del procedurale e del relazionale.*

33. Anna: Per esempio 35 è un numero, invece il cinque quando non lo metti in un'operazione, cioè il 5 potrebbe essere un numero quando lo metti .. quando fai un'operazione.. (*non riesce dire chiaramente quello che pensa*)
34. I: Devi per forza fare un'operazione perché 5 sia un numero?
35. Anna: No, potrebbe essere di aiuto vedere "il pigreco", tutto insieme è un numero, invece quelle separate sono cifre.
36. Martina: Le cifre sono parti del numero e il numero è composto da cifre.
37. Mariasole1: Volevo solo dire che forse quella lettera potrebbe corrispondere ad un numero.
38. I: Facciamo un passo indietro: abbiamo chiarito la questione cifre e numeri e torniamo a quanto è scritto alla lavagna.
39. Mariasole1: Secondo me la lettera corrisponde ad un numero.
40. I: Cosa ti fa pensare che corrisponda ad un numero?
41. Mariasole1: Perché è accanto al simbolo della sottrazione e dopo il simbolo della sottrazione c'è il numero 24 (*si riferisce a $n-24$*).
42. I: Quindi secondo te n corrisponde ad un numero?
43. Mariasole1: Sì.
44. I: Ci sono altre idee?
45. Anna: Potrebbe essere che m (*legge m al posto di n*) magari è il numero nascosto, 24 potrebbero essere cm, o un'altra unità di lunghezza... (*temporeggia per pensare*) Potrebbe essere che la m ...
46. I: Dove vedi m ? (*indica n , e i compagni dicono "nooo", si accorge che si è sbagliata*).
47. Anna: Allora no, niente...
48. I: Allora cancelli?
49. Anna: Sì
50. I: Ma se fosse stata m , perché cambiava?
51. Anna: Perché m poteva essere metri da cui togli quel 24 che potrebbero essere decimetri, centimetri ecc.
52. Melissa: La mia idea è simile a quella della Anna.
53. I: Vuoi spiegarla anche tu?
54. Melissa: Ad esempio hai un problema con i metri e la mia idea sarebbe che invece di scrivere il numero dei metri che lo sai già, no, lo sostituisci... no... non sai quanti sono i metri e devi scoprirlo, però sai quanto devi togliere e quindi fai ' $m-24$ '.
55. I: Intendi dire che m va sostituire una quantità che ancora non si conosce, dalla quale si deve sottrarre 24? ⁹ (*Melissa afferma*) Altre idee?
56. Mattia: Potrebbero essere dei segni che usavano i popoli antichi per... scrivere un numero, i segni per loro.
57. I: Quale scrittura ti fa pensare questa cosa?
58. Mattia: Tutte... solo quelle con un... che non conosciamo, usavano dei segni per far capire agli altri un numero... era una cosa... (*non capisco cosa dice*).
59. I: È vero anche che queste scritture le usiamo anche noi, non è che sono solo scritture antiche, non ho srotolato il papiro e copiato quello che c'era scritto, non sono cose sconosciute. Mi piaceva capire che idea avete rispetto a queste scritture...
60. Alex: Pensavo che su $n-24$ era stato sostituito n con il numero in cui sta nell'alfabeto, tipo a è la prima, b la seconda e si arriva alla n che è a quel posto, e forse è quel numero...
61. I: Chi vuole provare a dire in un altro modo quanto detto da Alex?
62. Tommaso: Secondo me lui intendeva dire che andando avanti con le lettere arriviamo alla n , che è la quindicesima lettera, come ha detto lui, quindi non potresti togliere 15 da 24 (*si confonde! Ma lascio correre*).
63. I: Quindi n rappresenta il numero 15 perché è il suo numero d'ordine nell'alfabeto? Intendi questo?
64. Tommaso: Sì.
65. Mariasole1: Secondo me la lettera n sta al quindicesimo posto, ma indica il doppio del numero del posto e quindi 30.
66. I: Perché? Cosa te lo fa pensare che indica il doppio?
67. Mariasole1: Perché $15-24$ non si può fare.
68. I: E perché non il triplo? Perché hai scelto il doppio e non il triplo? C'è qualcosa di scritto alla lavagna che ti può far pensare che devi scegliere il doppio piuttosto che il triplo, piuttosto che il quadruplo? Tu vedi qualcosa alla lavagna o è qualcosa che hai pensato tu?
69. Mariasole: No, è qualcosa che ho pensato io.
70. I: Va bene, è qualcosa che hai pensato tu.
71. Melissa: Invece a me n fa pensare a novanta, che comincia con la n , e può essere $90-24$.
72. I: Anche questa è un'ipotesi.
73. Alex: Pensavo che seguendo il ragionamento di Mariasole, si poteva fare il doppio perché, nel modo in cui è stata rappresentata la n ... la n ha due gobbe, quindi il doppio.

⁹ In questo caso l'obiettivo dell'insegnante, in una prospettiva relazionale, sarebbe quella di giungere ad una definizione di $n-24$ come 'differenza fra un numero sconosciuto e 24'.

74. I: State facendo proprio una bella ricerca¹⁰. Proviamo a ritornare indietro un attimo e concentriamoci anche sulle altre scritture. Vedo che siete stati molto incuriositi da quella lettera *n*, effettivamente, noi non abbiamo lavorato con scritture di quel tipo.
75. Melissa: Anche lo scarabocchio (11-scarabocchio)
76. Anna: Sulla calcolatrice scientifica c'è scritto *n*-....
77. I: Quindi cosa vuoi dire con questo?
78. Anna: Che *n* è un simbolo matematico¹¹.
79. I: E lo scarabocchio che citava Melissa, cosa potrebbe essere?
80. Arianna: Secondo me potrebbe rappresentare anche quello un numero, quindi 11 più colore, c-o-l-o-r-e, il 6.
81. I: Mi pare che state associando alla lettera e alla macchia dei valori precisi, ho inteso bene?
82. Alcuni: Sì.
83. I: Altre idee?
84. Matilde: Potrebbe essere anche che è una o (lettera) disegnata male e conti l'alfabeto come la *n* e il numero che trovi fai quel numero più 11 e ti viene fuori il ...¹² (*non capisco, bisbiglia*).
85. I: Prova a spiegarti meglio.
86. Matilde: Tu fai finta che lo scarabocchio sia una *o*, perché se guardi il segno sembra una *o*, quindi fai l'alfabeto (*comincia ad elencare in ordine le lettere dell'alfabeto fino alla o*), la *o* è 15, quindi fai 11+15 che fa 26, quindi devi fare 11+15 che ti viene fuori un altro numero.
87. I: Perché "lo fai venir fuori l'altro numero"? Alla lavagna ti viene chiesto di fare qualcosa?... *silenzio*. Allora diciamo, se ho capito bene, che lo scarabocchio corrisponde alla lettera *o* e per il ragionamento che è stato fatto prima, siccome la lettera *o* occupa il quindicesimo posto nell'alfabeto, associamo a quello scarabocchio il valore 15.
88. Tommaso: Io pensavo che lo scarabocchio, visto che è giallo, potrebbe rappresentare come l'arcobaleno, i colori in ordine, un numero...
89. I: Secondo te deve essere per forza un numero della sequenza dell'arcobaleno? *Pensano*. Secondo te, quando ho scritto quello scarabocchio o quella *n*, ho pensato, nel caso della *n* al numero 15 e nel caso dello scarabocchio alla *o* che occupa la quindicesima posizione? Oppure ho pensato alla posizione del giallo nell'arcobaleno? (*Pensano poco convinti*) Direi di no, ma, giustamente, io vi chiedo che cosa vedete scritto alla lavagna e voi state facendo delle ipotesi.
90. Melissa: A me fa pensare al *coding*, quando abbiamo fatto delle caselle, tipo vai avanti di 11, in più colora la casella (*riferito a 11+macchia*).
91. I: Ti riferisci ai comandi "vai avanti e colora".
92. Martina: Oppure potrebbe essere che 11+ giallo, giallo ha sei lettere e fai 11+6.
93. I: Se io avessi voluto farvi fare 11+6, avrei disegnato una macchia gialla per indicare 6?
94. Alcune voci: No.
95. Anna: Maestra, ma magari c'è un codice segreto!
96. I: Anche questa è un'ipotesi. Ritorniamo alla domanda iniziale per non allargarci troppo. Cosa vedete scritto alla lavagna?
97. Matilde: Dei numeri, delle cifre e dei simboli.
98. I: Numeri, cifre e simboli. Provo a scrivere questa cosa: (scrivo in rosso 54, +, x, simbolo di rette parallele) Cos'hanno di diverso le scritte in rosso rispetto alle scritte in giallo?
99. Martina: Le scritte in rosso sono casuali invece quelle in giallo lo avranno un senso.
100. I: Vuol dire che tu vedi nelle cose scritte in giallo un senso che non vedi in quelle scritte in rosso?
101. Martina: Sì, perché quelle rosse sono casuali.
102. I: Perché pensi che siano casuali?
103. Martina: Perché non sono messe... *non riesce a proseguire, pensa*.
104. I: Casuali come scelta delle cose da scrivere, oppure casuali come posizione in cui sono scritte?
105. Martina: La prima, come scelta delle cose da scrivere.
106. Denise: Che quelle scritte in giallo hanno un ordine logico... e quelle in rosso sono scritte casuali, sono in disordine e non in ordine come le gialle.
107. I: In cosa consiste l'ordine e la logica delle cose in giallo e in cosa consiste il disordine e la casualità delle cose scritte in rosso?

¹⁰ Cerco di premiare lo sforzo dei ragazzi anche se, quelle emerse finora, sono ipotesi poco coerenti con l'obiettivo, ma li lascio argomentare. Credo che in questa fase iniziale debbano "rompere il ghiaccio", "prendere le misure", provare a mettersi in gioco. A tal proposito mi chiedo se questa mia assenza di direzionalità non sia invece sbagliata e se non avrei, invece, dovuto bloccare i voli di fantasia ed orientare la loro attenzione sul fatto che quelle scritture sono comunque numeri, espressi in una forma diversa, più chiara, una forma che mette in evidenza le relazioni interne.

¹¹ Avrei potuto chiedere che cosa rappresenta un simbolo matematico e perché/quando lo si utilizza.

¹² Di nuovo una chiave di lettura procedurale.

108. Arianna: Quelle scritte in giallo sono delle operazioni ¹³ e quelle scritte in rosso non lo sono perché sono stati scritti dei numeri (*il 51*) e dei simboli (+, x, *rette parallele*) in disordine.
109. Mariasole1: Secondo me le cose scritte in rosso riguardano geometria perché c'è il simbolo delle linee parallele, 51 potrebbe essere la misura dell'area, + potrebbe essere riferito a più le linee parallele.
110. I: Quindi tu sommeresti la misura dell'area alla misura delle linee parallele?
111. Mariasole1: No!
112. I: Perché no?
113. Mariasole1: Perché l'area riguarda l'interno, invece le parallele riguardano i lati che con l'area no...
114. I: In cosa consiste la differenza?
115. Mariasole1: Le linee parallele possono riguardare il perimetro, il perimetro non può riguardare l'area (*si potrebbe argomentare ma mi allontanerei ulteriormente dall'obiettivo*).
116. I: Ci sono altre cose che potete dire rispetto a ciò che c'è scritto alla lavagna?
117. Melissa: Secondo me alla lavagna ci sono simboli, numeri e cifre, messe in relazione e che hanno un senso ¹⁴, invece quelle rosse non hanno un senso, ti sono venute in mente e le hai scritte.
118. I: Pensi che mi siano venute in mente e non che le abbia pensate prima e scritte quando l'ho ritenuto opportuno per accompagnarvi a ragionare?
119. I: Mi piace la prima cosa che hai detto (*Melissa prova a recuperare...*)
120. Melissa: I simboli, le cifre e i numeri...
121. I: Direi di lasciare da parte le cifre da adesso in poi, abbiamo capito cosa sono, cerchiamo di andare avanti, fare qualche passo più in là, in questo momento non ci interessa sapere che la scrittura del numero ventiquattro è formata dalle cifre 2 e 4, piuttosto mi soffermerei sulle relazioni ¹⁵ che vedo tra alcuni numeri.
122. Martina: Avevo capito che c'era una relazione ma non capivo dove.
123. I: Visto che Melissa ha avuto questa bella idea, ci ha fatto notare questo aspetto che fino adesso ci era un pochino sfuggito, che relazioni hanno questi numeri?
124. Martina: Forse perché 9+6 fa 15, poi c'è 15-9...
125. I: State guardando se le scritte sono in relazione tra loro? Anche no, ve lo dico già, non le ho scritte cercando una relazione tra le varie scritte, mi interessa di più la relazione all'interno di ciascuna scrittura. Cosa posso dire della relazione che posso individuare all'interno di ciascuna scrittura?
126. Mariasole1: Secondo me sono in relazione le tre operazioni perché hanno in comune il 9.
127. I: Però io ti ho appena detto che non stiamo cercando la relazione che lega le diverse scritte, facciamo addirittura così .. (*sostituisco le scritte precedenti con 7+8, 13-9, 10-2<19*) così non possono invitarvi a pensare a delle relazioni tra diverse scritte. Vorrei che vi concentrate sulla relazione all'interno di ogni scrittura. Come possiamo chiamare ciascuna scrittura che appare alla lavagna con esclusione delle scritte rosse?¹⁶
128. Mariasole1: O-Pi-Erre, operazioni senza risultato?
129. I: O-Pi-Erre, operazioni senza risultato? E perché O-Pi-Erre?
130. Mariasole1: La O di operazioni, ops, ho sbagliato, O-ESSE-ERRE, operazioni senza risultato, O di operazioni, S di senza, R di risultato.
131. I: Quindi sono operazioni senza risultato? A dire il vero non c'è il segno uguale, non vi invitano... *Tommaso interrompe*.
132. Tommaso: Allora non sono operazioni.
133. I: Se non sono operazioni cosa sono?
134. Melissa: Calcoli?
135. Tommaso: Calcoli senza risultati?
136. I: Calcoli senza risultati?
137. Melissa: Forme non canoniche?
138. I: Forme non canoniche di cosa? ¹⁷
139. Tommaso: Di numeri.
140. Altri: Di risultati.
141. I: Sono forme non canoniche di risultati o di numeri?
142. Più voci: Numeri.
143. I: Allora cosa sono quelle scritte alla lavagna se sono forme non canoniche di numeri? Alla fin fine cosa sono?
144. Tommaso e altre voci: Numeri.

¹³ Ancora una lettura procedurale.

¹⁴ In questo passaggio forse ho perso un'occasione importante di orientare la conversazione verso i veri significati delle scritte. Avrei potuto chiedere "che senso hanno, secondo te, che le altre non hanno?".

¹⁵ Cerco di recuperare l'occasione persa...

¹⁶ Qui non saprei nemmeno io cosa rispondere...

¹⁷ Sarebbe stato meglio chiedere "puoi spiegare cosa intendi quando dici che quelle scritte sono forme non canoniche?" *Concordo*.

145. I: Melissa, tu sei convinta che siano comunque dei numeri? ¹⁸
146. Melissa: Sì.
147. I: Chi ha detto cifre?! Lasciate stare da questo momento le cifre. Le cifre non ci interessano in questo momento, lo abbiamo già detto, stiamo facendo un bel ragionamento... voi mi avete parlato di operazioni e io non vi ho chiesto "dov'è l'operazione?", ho lasciato che vi avviaste pian piano, qualcuno mi ha detto che sono operazioni senza risultato, qualcun altro che non sono operazioni ma forme non canoniche. Vedete che quell'attività sulle forme canoniche e non canoniche di un numero ci ritorna utile, perché ci permette di dare una lettura di queste scritture diversa da quella che siamo abituati a dare di solito. Noi siamo portati a vedere le scritture di numeri e segni come delle operazioni. Una scrittura è un calcolo quando mi serve produrre un risultato, ma non necessariamente mi serve produrre un risultato. Può anche essere necessario rappresentare una situazione, quindi una scrittura di numeri e simboli può servirmi, anziché per trovare un risultato, per raccontare una cosa con il linguaggio matematico. Cosa potrei raccontare con $7+8$?
148. Mariasole1: Il numero 15.
149. I: Perché $7+8$ è la forma non canonica del numero 15? Però questa scrittura potrebbe rappresentare una situazione concreta¹⁹, per esempio?
150. Mariasole1: Magari il 7 può rappresentare una macchina e l'8, otto strade diverse...
151. I: E il segno più come mette in relazione i numeri 7 e 8?
152. Mariasole1: In pratica due macchine potrebbero prendere la stessa strada.
153. I: Mi sembra un po' forzato questo esempio, penso che devi riflettere un altro po'. Qualcuno ha qualche altra idea?
154. Martina: Ad esempio: tra 7 giorni dovevo andare al cinema, però ho un impegno più importante, perciò devo aspettare altri 8 giorni per andare al cinema. Quanti giorni devo aspettare? $7+8$, 15.
155. I: Che cosa rappresenta allora la scrittura $7+8$? *Pensano... li sollecito ripetendo* Che cosa rappresenta la scrittura $7+8$? Martina hai detto bene fino adesso, prova a spiegare meglio, cosa ci dice $7+8$ in riferimento all'esempio che hai fatto tu?
156. Martina: Ai giorni che devo aspettare per andare al cinema, $7+8$.
157. I: $7+8$ si riferisce ai giorni che devi aspettare²⁰ per andare al cinema, lo puoi dire in un altro modo?
158. Martina: Sì, posso dire anche 15.
159. I: Certo possiamo dire la stessa cosa dicendo...
160. Martina: Con $7+8$ che fa 15²¹.
161. I: Non vi ho chiesto una operazione. Se dovevo aspettare 15 giorni per andare al cinema scrivevo 15, invece ho scritto $7+8$ perché la situazione non è "tra 15 giorni andrò al cinema".
162. Mariasole1: Non è immediata...
163. *C'è un breve scambio tra insegnanti e diversi alunni con delle sovrapposizioni e non si riesce ad individuare la successione in modo da poterla registrare.*
164. I: Non vi ho chiesto di fare un calcolo, vi ho chiesto di utilizzare quei numeri e quei segni per esempio... Martina mi ha detto che sarebbe dovuta andare al cinema tra 7 giorni, ma a causa di impegno andrà...
165. Martina: ... tra 8 giorni, no, 8 giorni dopo.
166. I: Martina andrà 8 giorni dopo la prima data. Quindi tra quanti giorni andrai al cinema?
167. Martina: Andrò tra 15 giorni.
168. I: È diverso dire $7+8$ e 15. Esprimono due situazioni diverse: perché 15 esprime il numero di giorni che mancano per andare al cinema, invece $7+8$ mi racconta di più o di meno?
169. Più voci: Di più.
170. I: Rispetto alla storia mi racconta più particolari perché mi dice "Sarei dovuta andare al cinema tra 7 giorni, ma è sopraggiunto un impegno e ci andrò 8 giorni dopo quella data". Nei fatti cambia il momento in cui Martina andrà al cinema rispetto alla descrizione delle due rappresentazioni: "Andrò al cinema tra 15 giorni" e "Sarei dovuta andare al cinema tra 7 giorni ma per un impegno andrò 8 giorni dopo".
171. Voci: No.
172. Martina: Nei fatti il momento non cambia però lo hai espresso in due modi diversi.
173. I: Quale dei due modi racconta più cose? Più particolari della situazione?
174. Voci: $7+8$.
175. I: Allora $7+8$ è per forza un'operazione?
176. Voci: No.
177. I: Cos'è in questo caso?
178. Tommaso: Un'informazione... mi dà un'informazione per sapere tra quanto ci andrà.

¹⁸ *A fatica ci siamo arrivati...*

¹⁹ *La domanda mi sembra ambigua. Forse sarebbe stato meglio parlare, invece che di situazione concreta, di situazione problematica. Induce ad attribuire concretezza ai numeri piuttosto che alla relazione che li collega.*

²⁰ *Suggerisco di puntualizzare che non ci si riferisce ai giorni, ma al numero dei giorni.*

²¹ *Imprinting del condizionamento procedurale.*

179. I: Mi dà un'informazione per sapere tra quanto Martina andrà al cinema ma anche...
180. Martina: Ma anche mi fa una specie di riassunto della situazione.
181. I: Con $7+8$ racconto meglio i dettagli. Allora, a questo punto, qual è la forma canonica e quella non canonica?
182. Mariasole2: La forma canonica è 15, la forma non canonica è $7+8$.
183. I: Ci siamo concentrati solo sulla scrittura $7+8$ ed abbiamo concluso che è la forma non canonica di 15.
- Il tempo a disposizione è terminato*²².

23

²² *Nella parte finale traspare forse una certa stanchezza dei bambini. A causa dell'inesperienza ho trovato piuttosto impegnativo guidare la conversazione perché non volevo saltare alle conclusioni, speravo ci giungessero piano piano da soli. Il traguardo è un buon punto di partenza per nuove esplorazioni, penso che ai bambini piacerebbe continuare, concentrandoci adesso sull'attività di "rappresentare". Credo che la prima parte sia stata un po' dispersiva rispetto all'obiettivo da raggiungere ma ho preferito, in questo primo approccio, lasciare tempo: per ambientarsi in questa nuova situazione, per "leggere" le aspettative dell'insegnante e per capire fino in fondo qual era il senso del lavoro.*

²³ *Faccio alcune considerazioni conclusive a livello matematico-metodologico e in merito alle modalità di conduzione dell'attività. Non mi dilungherò molto perché dirò cose in gran parte note all'insegnante.*

Il primo commento dell'insegnante ("Mi sono trovata in difficoltà nell'individuare la modalità più corretta per avviare l'attività, non sapevo quali fossero le parole più adeguate") esprime l'incertezza di fondo nella gestione dei significati di concetti chiave legati a rappresentazione, forma canonica non canonica e lettera, che caratterizza tutta l'attività. Comprendo le motivazioni dell'insegnante che cerca di fare in modo che gli alunni conquistino con le loro forze questi concetti, ma sono convinto anche che, affinché questo accada, gli alunni hanno bisogno di una guida che indirizzi e selezioni le loro frasi (rispettando certamente un'evoluzione equilibrata del balbettio algebrico) in modo da evitare o ridurre la sensazione di un parlare a ruota libera.

Per spiegarmi meglio commento gli Obiettivi dell'attività declinati nella prima pagina:

- Riconoscere alcune scritture come modalità diverse per **rappresentare** un numero: è necessario che si sia affrontata con sufficiente chiarezza la differenza fra risolvere e rappresentare; l'insegnante dovrebbe intervenire orientando la discussione ogni volta che questa dualità emerge in modo confuso o in forma di misconcezione (v., a partire da Tommaso (7), il riferimento improprio all'operazione).
- Riconoscere le forme **canoniche** e **non canoniche** di numeri: emergono numerose misconcezioni: (12.13) vengono definite "operazioni non canoniche" (le rappresentazioni sono non canoniche, non le operazioni); (13) compare un ambiguo 'canonico e non canonico': a cosa si riferisce questo aggettivo maschile?; (14) un'alunna dice "Il non canonico esprime una parola, un risultato, un numero..."; e così via.
- Confrontare numeri, esprimendoli sia in linguaggio naturale che matematico, utilizzando forme canoniche e non canoniche, analizzando i legami tra le rappresentazioni nei due linguaggi: suppongo che qui si intenda confrontare non tanto i numeri quanto le rappresentazioni dei numeri, ma per giungere a questo gli alunni dovrebbero saper interpretare una rappresentazione, ad es, fra quelle proposte, sapere che: $9+6$ è la somma fra 9 e 6; $11+$ ✱ la somma fra 11 e un numero sconosciuto e così via; $7-5 < 9$ esprime invece una relazione fra due numeri rappresentati in forme diverse, quindi si potrebbe concludere che la frase è vera. Un confronto senza calcoli significativi sarebbe interessante fra $9+6$ e $15-9$; l'analisi delle rappresentazioni porterebbe a dire che $9+6$ è la forma non canonica di 15, e quindi certamente $9+6 > 15-9$. Poi si potrebbe chiedere: rimanendo nei numeri naturali, quali valori potrebbe assumere n in $n-24$? Le riflessioni porterebbero a scrivere $n \geq 24$. Naturalmente tutti questi aspetti vanno proposti con gradualità alla classe anche usando numeri grandi che favoriscano la riflessione e distolgano dai calcoli, ad es: è vera l'uguaglianza $137-89=138-90$?
- Riconoscere l'equivalenza fra rappresentazioni differenti di uno stesso numero: sarebbe stato allora opportuno scrivere alla lavagna, oltre a $9+6$, per esempio $20-5$ oppure 3×5 .
- Saper mettere in relazione una rappresentazione in linguaggio matematico con una situazione reale: questo aspetto sarebbe meglio considerarlo a parte, all'interno della dualità rappresentare/risolvere una situazione problematica. Mi sembra molto generica, in questo senso, l'indicazione dell'insegnante (147) di parafrasare il 'rappresentare in linguaggio matematico' come "raccontare una cosa con il linguaggio matematico".
- Favorire l'argomentazione come strumento per esprimere un ragionamento: sono d'accordissimo, ma ritengo che sia necessario farlo all'interno di un contesto chiaro, circoscrivibile, riconoscibile, caratterizzato da concetti e termini condivisi. Eviterei, almeno in questi casi, un'eccesso di democrazia'.

Aggiungerei un'ulteriore competenza:

- Riconoscere il significato della lettera in matematica: questo per esempio porterebbe a scoprire che, nel caso di $11+$ ✱, la lettera è usata come indeterminata perché qualunque numero può essere sostituito ad essa, in $n-24$ le cose cambiano perché il valore di n , come abbiamo visto, non è un valore qualsiasi, ma $n \geq 24$.