21 febbraio 2019
1

Commenti *Insegnante di classe*
Commenti *Giancarlo Navarra*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 5 B è composta da 21 alunni, di cui un DSA, due BES, uno dei quali con problemi di comportamento tali da distogliere spesso l'attenzione dei compagni, una bambina proveniente dall'Albania inserita a settembre senza alcuna conoscenza della lingua italiana, due alunne di origine marocchina con evidenti difficoltà. A differenza dello scorso anno gran parte degli alunni mostra un atteggiamento di passività e disattenzione.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: Le attività sono rivolte alla scoperta delle relazioni esistenti tra i lati di un triangolo. I bambini sanno già costruire un triangolo di cui vengono fornite le misure dei lati usando il compasso. Alla classe la settimana precedente era stato affidato un quesito sul quale dovevano riflettere ed esprimere la loro opinione.

Quesito:
Carlo e Adele stanno ripassando geometria:
Carlo: "Un triangolo sicuramente è un poligono formato da 3 lati."
Adele: "Con 3 segmenti si può sicuramente disegnare un triangolo."
Uno dei due enunciati è falso, indicalo e motiva la tua scelta.

.[1]

1. *L'insegnante chiede di spiegare la scelta che hanno fatto.*
2. Alison: Io all'inizio ho deciso che Carlo aveva detto quella sbagliata, però poi ci ho ripensato e ho deciso che nessuno dei due aveva detto una cosa sbagliata, perché quello che ha detto Carlo secondo me è giusto perché un triangolo è sicuramente un poligono formato da tre lati e secondo me è giusto...
3. I: Perché secondo te è giusto?
4. Alison: Perché un triangolo è [2] formato da tre lati ed è un poligono. Anche Adele ha ragione perché con tre segmenti si può sicuramente disegnare un triangolo.
5. Sofia M: Però mi sembra che con i segmenti non si possa disegnare un triangolo, perché i segmenti sono linee dritte e invece il triangolo è formato da una linea dritta che è la base e due... ehm... in diagonale. [3]
6. I: Allora, vediamo di riflettere su che cosa sono i segmenti.[4]
7. Isacco: Sono linee che possiamo mettere in qualunque direzione.
8. I: Quindi se io disegno una linea così (*e disegno una linea curva*), ho disegnato un segmento?
9. Vari *contemporaneamente*: No... dritta... retta... deve esser dritta...
10. Ilaria: Può essere orizzontale dritta, verticale dritta, basta che sia dritta e non incurvata.
11. I: Allora questo può essere un segmento? (*disegno una spezzata*)

---

[1] Scrivo questo commento dopo aver letto tutto il diario. Se è vero che, come osservano molti insegnanti che possiedono una lunga esperienza con il progetto ArAl, esso determina cambiamenti nella loro didattica in termini generali, è altrettanto vero che il progetto ArAl ha, come sottotitolo, 'Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico'. Di conseguenza, l'ambito geometrico è, per così dire, laterale rispetto alla sua specificità. Il mio punto di vista allora, di fronte a questo diario, è di riflettere su come la sua autrice, che propone un'attività sui triangoli, manifesti le ricadute che il progetto dovrebbe avere sulla sua conduzione dell'attività.
[2] Alison ha rinforzato l' accento, come se avesse voluto dire "… è davvero formato… ".
[3] Qua ho capito che Sofia non aveva chiaro in mente cosa fosse un segmento, in quanto associava ad esso il fatto di poter essere solo nella posizione orizzontale. Nello stesso tempo però ho pensato che avesse in mente l'idea della chiusura della figura, in quanto ovviamente i tre segmenti messi in orizzontale come credeva lei non glielo avrebbero permesso, ritenendo per questo motivo falsa la frase di Adele. Mi sembra che Sofia esprima una misconcezione tipica in molti alunni, derivante dal fatto che sui libri di testo, o forse anche nelle attività di classe, triangoli e quadrilateri sono disegnati quasi sempre in modo stereotipato con delle 'basi' perennemente orizzontali.
[4] La domanda mi lascia perplesso: proponendo un problema di scelta - cioè di livello alto, metacognitivo – in cui gli alunni debbono spiegare quale dei due enunciati sia falso, ci si aspetta che essi possiedano competenze piuttosto sicure su triangoli, lati, segmenti. Se devono appena riflettere 'su cosa siano i segmenti', ritengo che ci sia un'eccessiva distanza fra tali competenze e il compito assegnato. Forse questa distanza sta alla radice della preoccupazione che l'insegnante esprime nel suo commento 13/r62. La situazione proposta è molto interessante ma, come ritengo mostri anche l'episodio 6-20, richiede competenze più alte rispetto a quelle che la classe mostra di possedere.

12. Alunni insieme: No... sì...
13. Letizia: Sono due segmenti.
14. I: Allora, che cos'è un segmento?
15. Un alunno: Una riga.
16. Letizia: È una linea dritta che va sempre nella stessa direzione.
17. I: Per sempre?
18. Letizia: No, che ha un inizio e una fine.
19. I: Prova a ripetere con più chiarezza.
20. Letizia: Allora, il segmento è una linea dritta, che ha un inizio e una fine e non cambia mai direzione.
21. I: Siamo d'accordo con quello che ha detto Letizia?
22. Vari alunni: Sì.
23. I: Chi lo vuole ripetere?
24. Alison: La Letizia ha detto che un segmento è una linea che ha un inizio e una fine e che non cambia mai direzione.
25. I: Se disegno una linea così ho fatto un segmento? (*Ho disegnato un segmento obliquo*)
26. Giacomo: La riga che hai fatto ora è sempre un segmento, perché è dritta e... (*esita*)
27. I: Possiede un... pensa a quello che aveva detto la Letizia, che era giusto.
28. Giacomo: Possiede un inizio e una fine.
29. I: Che cosa cambia tra questi due segmenti? (*Indico quello orizzontale e quello obliquo*).
30. Giacomo: Uno è orizzontale e uno è verticale.
31. I: No, correggi.
32. Giacomo:Obliquo.
33. I: Quindi cosa cambia tra i due segmenti?
34. Vari alunni: La posizione. [5]
35. I: Quindi Adele diceva: "Con tre segmenti si può sicuramente disegnare un triangolo". Secondo te Alison, è giusta anche questa affermazione?
36. Alison: Sì.
37. I: Perché?
38. Alison: Perché se metti un segmento in orizzontale e due obliqui puoi formare un triangolo.
39. I: Sofia, perché prima non eri d'accordo con quello che aveva detto Alison? Hai capito che cos'è un segmento? [6]
40. Sofia M: Sì, ora sono d'accordo. Prima pensavo che i segmenti fossero solo linee dritte orizzontali o verticali.
41. I: Allora anche tu sei d'accordo con Alison, cioè che tutti e due hanno detto la verità.
42. Vari alunni: Sono tutte e due giuste.
43. Anita: Però secondo me sembrano tutte e due giuste, ma quella di Adele è sbagliata, perché i segmenti possono essere messi in posizione che non possono formare un triangolo, per esempio sparsi. [7]

---

[5] *Mi rendo conto di non aver curato la costruzione sempre completa della frase nelle ultime righe, ma volevo ritornare alla discussione iniziale sugli enunciati di Carlo e Adele.*

[6] *Ho sbagliato ad inserire così a bruciapelo la seconda domanda. Avrei dovuto accertarmi, prima di ritornare alla discussione iniziale, che Sofia avesse fatto chiarezza sull'idea di segmento. In effetti la risposta di Sofia si concentra solo sulla prima delle due domande poste dall'insegnante.*

[7] *La risposta di Anita contiene al suo interno una contraddizione sulla quale l'insegnante avrebbe potuto intervenire. Cosa significa "Sembrano tutte e due giuste ma quella di Adele è sbagliata"? Qual è il reale pensiero dell'alunna? La seconda affermazione ("i segmenti possono essere per esempio sparsi') confermerebbe l'ipotesi che il testo non sia compreso da lei (ipotizzo anche da altri). L'enunciato di Adele ("Con 3 segmenti si può sicuramente disegnare un triangolo") viene visto da Anita in modo 'concreto': è evidente che, se l'alunna immagina tre segmenti 'reali' posati distanti fra loro su un foglio, e 'non spostabili', un triangolo è impossibile costruirlo. Converrebbe portare la classe a riflettere sulla frase di Adele ponendo questioni come "Secondo voi come ha fatto ad arrivare a questa frase?" "Quali esperienze (con disegni, righello e compasso) le hanno permesso di costruire il suo enunciato?" Più in generale, sul piano del metodo, invece di mantenere l'attenzione degli alunni su entrambi gli enunciati, ritengo che sarebbe stato più produttivo guidarli a concentrarsi su un enunciato alla volta, anche perché gli enunciati si collocano su due livelli concettuali profondamente diversi: quello di Carlo esprime una conoscenza che gli alunni dovrebbero possedere (un triangolo è un poligono di tre lati), e come tale è più semplice. L'enunciato di Adele si colloca invece ad un livello metacognitivo, perché per rispondere gli alunni dovrebbero organizzarsi in autonomia: scegliere alcune terne di segmenti di varia lunghezza, sperimentare la costruzione dei relativi triangoli, trarre una conclusione, esprimerla verbalmente. È per questa ragione che è molto più complesso decidere se la frase di Adele sia vera.*

44. Giacomo: Allora anche Carlo ha sbagliato. (*Qua si scatena un pandemonio di sostenitori di Carlo o di Adele e la registrazione non mi permette di capire e trascrivere, ma ad un certo punto ho sentito la voce di Isacco sopra le altre e gli ho dato la parola* [8])
45. Isacco: Carlo dice che il triangolo è un poligono e quindi se è un poligono ti dà già l'idea che è una forma e qua [9] ti dice anche che ha tre lati e quindi è proprio il caso del triangolo.
46. I: Giacomo, non possiamo pensare che sono tre lati sparpagliati, se dice che è un poligono, ti dice già che questi tre lati racchiudono uno spazio.[10]
47. Giacomo: Quindi Carlo dice la verità.
48. I: Sì, proviamo a riflettere invece su quello che dice Adele e riprendiamo la considerazione di Anita.
49. Anita: Adele ha sbagliato perché i segmenti possono essere anche messi in posizioni sbagliate e non da formare un triangolo.
50. *Disegno alla lavagna tre segmenti senza estremi in comune*.
51. I: In questo caso ho disegnato un triangolo?
52. Alunni: Nooo.
53. Alison: Maestra, scusa, con tre segmenti si può sicuramente disegnare un triangolo. Lo dice che disegna un triangolo.
54. Isacco: Si può disegnare, è possibile. Forse lei li mette in una posizione giusta e riesce a disegnarlo.
55. Sofia M: Secondo me Adele ha sbagliato, perché dice "Con tre segmenti si può sicuramente disegnare un triangolo", però non dice proprio chiaro in che posizione, potrebbero essere anche sparpagliati.
56. Letizia: Secondo me ha detto il falso Carlo perché l'anno scorso mi sembrava di aver letto che il poligono... che i vertici del poligono sono collegati tramite un segmento, ma il triangolo no [11]
57. Isacco: Secondo me Adele ha sbagliato perché qua dice sì che può disegnare un triangolo con tre segmenti, però chi l'ha detto che si può, se sono tre segmenti tutti dritti?
58. I: È lei che disegna e decide come disegnarli. Lei penserà a tre segmenti e con quelli riesce a disegnare un triangolo.
59. Isacco: Ma potrebbero essere tre segmenti di misure che non si possono collegare. [12]
60. I: Allora qual è il problema nella frase che dice Adele?
61. Alison: Secondo me quello che dice Isacco...
62. I: Alison devi ripetere la frase di Isacco perché l'80% della classe non lo ha ascoltato. [13]
63. Alison: Isacco ha detto che le linee...

---

[8] *Modalità non del tutto democratica, ma a volte a mali estremi, estremi rimedi. Il pandemonio si sarebbe probabilmente evitato guidando gli alunni alle analisi separate degli enunciati, evitando accavallamenti e prese di posizione 'di pancia'.*

[9] *Isacco si riferisce alle frasi scritte sulle quali dovevano riflettere nella lezione precedente.*

[10] *Anche questa frase, mi sembra, è vittima della riflessione sui due enunciati presi assieme: da un punto di vista percettivo, nel primo il triangolo è visto nella sua completezza ('i lati racchiudono uno spazio'), cosa che permette di definirlo 'poligono'; nel secondo invece i segmenti vengono immaginati come 'enti separati' – 'sparpagliati', come dicono Giacomo e poco dopo Sofia (55), o 'sparsi' come dice Anita (43) - e si tratta proprio di capire a quali condizioni essi possano diventare lati di un triangolo. Gli alunni non colgono che è necessario verificare delle condizioni, ma rimangono attaccati ad una visione molto concreta e confusa, per così dire* immatura.

[11] *Letizia fa confusione perché non ricorda bene, in realtà si riferisce ad una discussione fatta l'anno scorso sulle diagonali dei poligoni.*

[12] *Isacco lancia un seme importante che però non viene quasi colto: pone l'attenzione sulle misure dei segmenti. Mi chiedo che piega avrebbe potuto assumere l'attività se l'insegnante avesse gli chiesto di argomentare la sua ipotesi anche appoggiandosi a degli esempi disegnati. Insomma: nell'intervento di Isacco c'è* in nuce *la risposta alla consegna.*

[13] *Questo è un problema che purtroppo mi porto dietro: quando le lezioni sono di questo tipo alla fine si riducono a discussioni tra 5 o 6 alunni, mentre parte della classe solo apparentemente ascolta le idee dei compagni. Ritengo che le ragioni siano, almeno in parte, individuabili, e raccolgo in un'unica riflessione alcune osservazioni che ho fatto in precedenti commenti: una situazione problematica non dovrebbe essere di complessità troppo alta per le competenze della classe, con conseguente investimento eccessivo di tempo nel recuperare conoscenze deboli e non interiorizzate per poterla risolvere; la 'didattica per problemi' (con 'problemi' intendo situazioni problematiche stimolanti come questa, ben diverse dai problemi verbali standard) tipica dell'impostazione costruttivista del progetto ArAl, presuppone che l'insegnante si abitui a svolgere un'accurata analisi a priori del problema che intende proporre, che metta in luce conoscenze e competenze in gioco, obiettivi chiari, possibili ostacoli e difficoltà da parte degli alunni e modi per superarli. In questo senso, l'analisi a priori avrebbe potuto mettere in luce la differenza di complessità fra i due enunciati (v. mio commento 7/r43) e quindi far ipotizzare opportune modalità nella conduzione dell'esplorazione e della discussione, evitando soprattutto di mantenere l'attenzione su entrambi gli enunciati e guidandola invece verso uno solo dei due alla volta.*

64. I: Le chiamiamo segmenti?
65. Alison: ... i segmenti potrebbero essere di diversa lunghezza, cioè in un certo senso ha ragione, ma in un altro no.
66. Isacco: Ma io non ho detto proprio così.
67. I: Allora te lo faccio ripetere, ma voi (*mi rivolgo alla classe*) dovete ascoltarlo.
68. Isacco: I segmenti possono essere delle linee che hanno delle misure che insieme non si possono collegare bene.
69. I: Proviamo a pensare a una situazione del genere? Dobbiamo lavorarci sopra per capire se l'idea di Isacco è giusta. Allora ognuno di voi sul foglio che ha decide le misure dei segmenti e vediamo se qualcuno riesce a trovare una possibile situazione in cui Adele non può disegnare un triangolo pur avendo tre segmenti.
70. Vari alunni: Non ho capito. [14]
71. I: Isacco ha detto che forse Adele sbaglia perché potrebbero esserci dei segmenti che hanno delle lunghezze tali che non permettono di essere collegati tra di loro per fare un triangolo. Allora ognuno di voi ora prova a cercare le lunghezze che non permettono di fare un triangolo.
72. *La classe a questo punto diventa rumorosa in quanto alcuni parlano tra loro di quello che intendono fare, altri chiedono ulteriori spiegazioni sulla modalità di lavoro, sugli strumenti che possono usare.*
73. I: Se tutte le misure che noi troviamo ci permettono di fare un triangolo, allora Adele ha ragione. Se invece vogliamo provare che Adele non ha ragione, dobbiamo trovare tre misure di lunghezze che non permettono di fare un triangolo.
74. Alison: Le ho trovate.
75. I: Trovane anche delle altre. Quando trovate delle misure che non formano un triangolo scrivete anche perché non lo formano.
76. *Lascio alla classe un po' di tempo per disegnare, dopodiché mettiamo tutte le scoperte in una tabella*:

FIGURA	PRIMO LATO	SECONDO LATO	TERZO LATO	TRIANGOLO
A	1 cm	10 cm	11 cm	no
B	15 cm	8 cm	4 cm	no
C	22 cm	20 cm	20 cm	sì
D	19,6 cm	9 cm	22 cm	sì

77. I: Osserviamo bene la tabella e cerchiamo di capire come mai nei primi due casi [15] non siete riusciti a chiudere il triangolo e invece negli altri due sì.
78. Isacco: Secondo me è stato possibile perché il secondo e il terzo lato o non si sono collegati tra loro oppure uno è andato più avanti dell'altro.
79. Anita: Secondo me non si è riusciti a creare un triangolo perché i lati hanno un'enorme distanza tra loro, penso che 11 è molto più grande di 1, e infatti negli altri triangoli le misure si assomigliano molto, sono molto vicine tra loro.
80. Giacomo: Secondo me il secondo e il terzo lato sono molto vicini di misure.
81. I: Dove? Che cosa stai guardando?
82. Giacomo: Il primo triangolo... nel primo triangolo il secondo e il terzo lato sono quasi uguali tra loro.
83. I: E questo fatto secondo te non ha permesso, a chi ci ha provato, di fare un triangolo? C'è qualcuno che ha provato a fare il triangolo con le prime misure? Può darsi che non ci sia riuscito chi me le ha dettate, ma voi ce la fate.

---

[14] *Effettivamente la mia richiesta è stata espressa in maniera confusa e contorta. Concordo. Ma credo che non sarebbe dovuta essere l'insegnante a dare l'indicazione di passare ad un livello operativo ("Ognuno di voi sul foglio… "). Sarebbe stato più produttivo collegarsi ad esperienze fatte in precedenza quando gli alunni avevano costruito dei triangoli anche con l'uso del compasso. Forse i concetti emergenti da queste costruzioni – declinate dall'insegnante anche nella Presentazione dell'attività - non sono ancora diventate* competenze*, ma sono rimaste ad un livello di* abilità*. C'è ancora una volta, ritengo, una notevole distanza fra ciò che sanno o dovrebbero sapere gli alunni e la complessità della situazione problematica, per altro molto interessante. Mi chiedo: la classe ha esplorato in precedenza altre situazioni problematiche non standard o questo è un episodio isolato? L'esperienza conta.*

[15] *La prima colonna con le lettere che denominavano la figura disegnata o la non figura é stata inserita successivamente. La rappresentazione tabulare è uno strumento molto efficace purché la situazione metta a disposizione degli alunni un significativo numero di numeri da porre in relazione. Qui, sinceramente, se io stesso non sapessi come stanno le cose, non saprei come gestire i numeri che compaiono nella tabella; credo che sia molto difficile 'trovare una regola', e non so quanto l'invito dell'insegnante ("Cerchiamo di capire… ") sia d'aiuto. Isacco, infatti, risponde (78) non osservando la tabella, ma rifacendosi alla sua esperienza concreta con un disegno ("il secondo e il terzo lato non si sono collegati fra loro" e "uno è andato più avanti dell'altro"). Anche i compagni, da questo momento in poi, riflettono sui loro disegni, non sulla tabella, poco espressiva. Sarebbe stato più efficace, probabilmente, confrontare i disegni dei triangoli 'riusciti' con i tentativi di quelli 'non riusciti' e indirizzare l'attenzione degli alunni verso il fatto che in A e B i due segmenti di minore lunghezza 'non si incrociano'; questo avrebbe permesso di individuare nella relazione fra un lato e la somma degli altri due la verifica dell'enunciato di Adele.*

84. Elena: La figura A non è potuta venire, perché il secondo e terzo lato hanno le misure vicine e quindi poteva venire, soltanto che il primo lato, essendo la misura piccola, non poteva venire.
85. I: E allora perché il triangolo B non si può disegnare?

86. Giacomo: Perché la base è troppo piccola... il primo lato è troppo corto... [16] e il terzo lato lo supera.
87. Alison: Io non ci sono riuscita perché il primo lato con il secondo sono dispari, invece nelle figure C e D sono pari.
88. Giacomo: Il terzo lato è più lungo del secondo lato e del primo e allora non sono riuscito a chiudere il triangolo. [17]
89. I: Anche nella figura D il terzo lato è più lungo del secondo e del primo.
90. Elena: Io ci ho riprovato, ho fatto un lato di 1, un lato di 10 e un lato di 11 ed è venuto una specie di triangolo, solo che due lati non sono venuti precisi.
91. Isacco: Se ci provi con il compasso i due cerchi non si incontrano.
92. I: Se provate a costruire il triangolo con il compasso vi accorgete che due cerchi, che incontrandosi dovrebbero individuare un vertice, non si incontrano. Come mai non si incontrano?
93. Isacco: Perché uno è più grosso e uno è più piccolo.
94. Alison: Non si incontrano perché 10 e 11 cm sono due misure diverse.
95. Isacco: Ma cosa c'entra?
96. Alison: Cioè 10 è più piccolo, 11 è più grande...
97. Isacco: E allora tutti gli altri che abbiamo fatto?
98. I: Anche negli altri triangoli le misure non sono sempre uguali.
99. Alison: Però non si incontrano-
100. I: Certo, ma perché non si incontrano? Provate a disegnare: provate a fare la misura del primo lato con il righello e le altre due con il compasso. Provate con la figura B.
101. Alison: No, non si sono incontrati perché la prima è troppo lunga... 15 cm...
102. I: È troppo lunga rispetto a che cosa?
103. Alison: È troppo lunga rispetto ai due lati.
104. I: Devi spiegare bene questa osservazione.
105. Alison: Allora, 15 cm che è la base, sono troppo lunghi perché gli 8 cm e i 4 cm non si incontrano.
106. I: I 15 cm sono troppo lunghi rispetto a che cosa?
107. Alison: Sono troppo lunghi rispetto agli altri due lati... messi insieme... 15 cm sono più lunghi dei due lati messi insieme.
108. I: Come possiamo scriverlo con il linguaggio matematico? [18]
109. Alison: 15 > 12.
110. I: 15 cm > 8 cm + 4 cm. Proviamo a vedere cosa succede negli altri casi?

---

*[16] Giacomo fa riferimento alla figura A. Questa è una situazione che mi capita spesso: i miei alunni trovano difficoltà a seguire i 'cambi di strada' durante queste discussioni. Poco prima Elena (84) ha cercato di spiegare il motivo per cui la figura A non si può disegnare, io ho chiesto spiegazioni sulla figura B (85) e Giacomo invece di rispondere all'ultima domanda e quindi ragionare e argomentare sulle misure dei lati della figura B, è ritornato a parlare della figura A (86). Credo che il motivo di questa difficoltà stia nel modo in cui ho posto la domanda "E allora perché il triangolo B non si può disegnare?". Avrei dovuto riproporre la considerazione di Elena? Forse in questo modo: "Se Elena dice che non si può disegnare la figura A, **non tanto** perché il secondo e il terzo lato hanno le misure vicine, cioè tra il secondo e il terzo lato c'è poca differenza, ma in quanto il primo lato ha una misura corta, allora la stessa cosa dovrebbe verificarsi anche nella figura B, visto che nemmeno questa si può costruire. Succede anche nella figura B che il primo lato ha una misura corta ?" E successivamente avrei dovuto fare la domanda. Analizzo le questioni poste in questo commento: credo che sia inevitabile, in generale, che gli alunni trovino difficoltà nel seguire i 'cambi di strada' quando non sono loro i protagonisti della discussione collettiva ma seguono prevalentemente la rotta tracciata dall'insegnante. Un'insegnante dovrebbe sforzarsi di non costruire un dialogo proponendo, d'abitudine, prevalentemente delle domande, perché in questo modo gli alunni si abituano a fornire delle risposte, non a costruire autonomamente delle frasi complete; se venissero guidati a farlo diventerebbero invece loro, per così dire, il centro della narrazione: imparerebbero che sono loro – o, meglio, uno di loro alla volta – che si assumono la responsabilità di organizzare ciò che vogliono dire, a ricostruire il processo del loro pensiero, e non limitarsi ad esplicitare prodotti del pensiero (si potrebbe dire: altrui) a traino delle domande dell'insegnante (suggerisco la lettura di Devoluzione). Cioè: gli alunni vanno educati a non rimanere concentrati sul proprio pensiero (cosa che avviene quando la loro preoccupazione principale è di dire cose che vadano bene all'insegnante), ad ascoltarsi, ad organizzare frasi complete, a riflettere sulle affermazioni dei compagni, a confrontarsi. Ma tutte queste, ancora una volta, sono competenze di livello metacognitivo; per costruirle, è necessaria una didattica di tipo costruttivista, attenta agli aspetti metacognitivi e a quelle che alcuni chiamano* metaconoscenze.

[17] Un altro intervento-chiave: l'insegnante avrebbe potuto favorire Giacomo (eventualmente con l'aiuto di qualche compagno) nel perfezionare la sua frase, costruendo la parafrasi "Il terzo lato è più lungo della somma degli altri due lati", meglio definita da un punto di vista matematico.

[18] Ritengo che il passaggio sia comprensibile per gli alunni, ma troppo brusco, troppo 'imposto'. Sarebbe stato più efficace concludere l'esplorazione esprimendo in linguaggio naturale le relazioni fra le lunghezze dei segmenti. Non so se la traduzione con simboli matematici favorisca ora la conquista della conclusione.

111. Letizia: Nella figura C possiamo scrivere che 20 cm < 22 + 20 cm; 22 < 20 +20 (*si prosegue scrivendo tutte le disuguaglianze relative alle quattro figure*).
112. I: Cosa possiamo scrivere per la figura A? Dimmelo tu Sara.
113. Sara: 11 cm = 10 cm + 1 cm; 10 cm < 11 cm + 1 cm; 1 cm < 10 cm + 11 cm.
114. I: Allora quando si può costruire un triangolo?
115. Elena: Si può costruire un triangolo quando un lato è minore degli altri due... messi insieme.
116. I: Minore della somma degli altri due. Chi lo ripete? [19]
117. Elena: Si può costruire un triangolo quando un lato è minore degli (*la fermo*)... della somma degli altri due lati.
118. Alison: Si può costruire un triangolo quando la somma di due lati è maggiore del primo lato.
119. *L'attività prosegue aiutando gli altri bambini a ripetere questa legge.* [20]
120. I: Quindi ritornando al nostro quesito iniziale, aveva ragione Carlo o Adele?
121. Vari alunni: Carlo... Adele... Carlo...
122. Isacco: Carlo ha ragione.
123. I: Come potremmo rispondere ad Adele?
124. Iris: Adele non ha ragione perché se disegni tre segmenti, non possono formare… sicuramente... un triangolo, perché... lo possono formare... (*esita*)
125. Lorenzo: Adele non ha ragione perché non si forma sempre un triangolo con tre segmenti…
126. I: Infatti... quando...
127. Lorenzo: Infatti quando i lati misurano...
128. Letizia: Adele non hai ragione perché per costruire un triangolo la somma di due lati deve essere maggiore di un lato.
129. I: Quando **non** si può costruire un triangolo?
130. Sofia M: Non si può costruire un triangolo quando un lato è maggiore rispetto alla somma degli altri due.
131. I: E non solo quando è maggiore, ma anche quando... ?
132. Vari alunni: Quando è uguale alla somma degli altri due.

[19] *Come ho scritto nel commento 17/r88 il termine 'somma' dovrebbe emergere dalla condivisione dei vari interventi, non dovrebbe essere presentato come un'indicazione che proviene dall'insegnante, che poi lo fa ripetere.*

[20] *Molti alunni riescono a ripeterla solo se li faccio seguire la disuguaglianza scritta alla lavagna, anche perché a questo punto della lezione sono piuttosto stanchi.*