29 novembre 2021
1

Commenti: Insegnante di classe
Commenti: Giancarlo Navarra

Anna e Giulia si mettono insieme sulla bilancia. La bilancia indica 50 kg. Anna scende e al suo posto sale Carlo che si mette accanto a Giulia. La bilancia indica 58 kg.
Giulia scende e sale di nuovo Anna, accanto a Carlo. La bilancia indica 52 kg. Mettete in ordine i tre bambini, dal più leggero al più pesante. Potete anche dire quanto pesa Anna? E quanto pesa Giulia? E quanto pesa Carlo? Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

1. Marcello: A+G=50.[1]
2. Sofia: C+G=58.
3. Cecilia: A+G-A+C=58.[2]
4. Francesco: Carlo pesa 8 kg in più di Anna.
5. Matilde: A+8=C.
6. I: Perché? Spiegate meglio…
7. Alex, Sofia, Alessia: Quando sale Carlo con Giulia la bilancia segna 8 kg in più di prima.
8. Francesco: Anna e Giulia potrebbero anche pesare uguale, cioè 25 e 25.
9. Marcello, Francesco: Ma Carlo pesa 8 kg in più di Giulia e se Giulia pesa 25 allora Carlo peserà 33 kg.
10. Tutti: Non va bene perché A+C deve essere 52 kg invece 25+33=58.
11. Marcello: Infatti C+G-G+A=52kg.
12. Celeste: +G e –G diventa zero, quindi resta C+A=52.
13. Alex: A+C=C+A=52 è la proprietà commutativa.
14. Federico: Anna è quella che pesa di meno perché Carlo pesa 8 kg in più.
15. I: Fatemi capire bene questo passaggio…
16. Alessia: Anna, Giulia e Carlo dal più leggero al più pesante.
17. Tutti: Perché A+G=50 e A+C=52 quindi C è più pesante anche di G!
18. I: Allora ricapitoliamo:

A+G=50	C+G=58	C+A=52	A+8=C

VARI TENTATIVI…
19. Eva: Se Anna pesa 20 allora Giulia pesa 30 perché 20+30=50 (A+G=50).
20. Matilde: Carlo allora è 28.
21. Marcello: Ma C+A a questo punto è 48, quindi non va bene.
22. Alcuni: Poi Carlo deve essere il più pesante…
23. Alessia: Facciamo un'altra prova.
24. Francesco: Anche con Anna che pesa 16 non va ancora bene, con più diminuisce il peso di Anna, con più aumenta quello di Giulia.
25. Noah: Se diciamo che Anna pesa 19 kg?
26. Marcello, Alessia, Matilde: No, deve essere un peso maggiore di 20 perché già con Anna che pesa 20 kg era sbagliato.
27. Alessia, Cecilia, Sofia, Eva: Se Anna pesa 22 kg Carlo pesa 30 e Giulia 28 e così funziona.
28. Sofia: Io ho sempre pensato, in tutti i miei calcoli, che tra Anna e Giulia c'erano 6 kg di differenza.

---

[1] Con gli alunni più giovani è sempre prudente far specificare il significato delle lettere, in modo da evitare che qualcuno possa pensare che 'A' stia per 'Anna' invece che per 'peso di Anna'.
[2] Bello il 'montaggio' dell'equazione che fa Cecilia, che racconta 'cosa succede': Anna che scende (-A) e Carlo che sale (+C). Evidentemente questa narrazione è d'aiuto, tant'è vero che viene ripresa da Marcello (11) quando racconta che giulia scende (-G) e Anna sale di nuovo (+A): C+G-G+A=52. Il fatto che Marcello inserisca la marca kg nella sua scrittura potrebbe portare la classe a riflettere (nel momento in ci l'insegnante riterrà opportuno farlo) sul fatto che A, C, G, 50, 58, 52 sono tutti pesi, e quindi se si scrive kg dopo 52 allora bisognerebbe farlo sempre, cioè: Ckg+Gkg-Gkg+Akg=52kg. Perché non è corretto inserire la marca? Perché l'equazione ha un valore generale, cioè rappresenta una classe di problemi, e gli enti in gioco potrebbero essere litri, numeri di oggetti, ecc. Quindi la marca non va inserita perché 'racchiuderebbe' l'equazione all'interno di un singolo caso, privandola così della sua 'potenza generale'.

29. I: Molto bene!!! Adesso vorrei farvi percorrere una strada diversa, quella che usiamo per comunicare con Brioshi. Concentratevi su queste due scritture, che fra l'altro avete trovato voi:
C+A=52 e A+8=C.
30. I: Diciamo che ancora non sappiamo quanto pesano i ragazzi, ma attraverso queste due scritture potremmo scoprirlo… in C+A= ci sono due numeri da scoprire, ma potremmo riscriverla in modo diverso tenendo conto che C=A+8.
31. Federico: A+8+A=52.
32. Marcello: A+8 è un modo non canonico per dire C.
33. I: Ottimo, poi... ? A+A=? Con i numeri potrei dire 3+3=? oppure 4+4=?...
34. Tutti: Se 3+3=2×3 allora A+A=2×A.
35. Celeste: Quindi 8+2×A=52.
36. Matilde: E anche 2×A+8=52.
37. I: Ok, allora ripensate allo zitolo-zotolo. 2×A+8=52… possiamo fare scendere qualcuno mantenendo l'equilibrio?
38. Tutti: 2×A+8-8=52-8.
39. I: Wow! Perché?
40. Martina: Perché ciò che è a sinistra dell'uguale deve avere lo stesso valore di ciò che si trova a destra.
41. Alcuni: Così come era successo con +G e -G che diventa zero allora anche +8-8=0 e rimane 2×A=44.
42. Tutti: Se il doppio di A è 44 allora A è 44 diviso 2 cioè 22.
43. Cecilia, Alessia, Nicole, Eva: E sapendo che Anna pesa 22 kg riusciamo a trovare il peso degli altri.
44. I: E bravissimi!!! Ci siete riusciti!!!
45. Alunno: Oggi Rita abbiamo fatto funzionare la materia grigia!!!

. .[3]

---

[3] *Davvero molto bravi. Propongo alcune riflessioni di carattere generale sul modo in cui è stata sviluppata l'attività.*
Si individuano tre fasi distinte nelle quali gli alunni:
1 (1-18): confrontano le tre scritture A+G=50, C+G=58 e C+A=52, deducono un'informazione intermedia (A+8=C) e giungono alla conclusione (corretta) che A<G<C, attraverso la quale individuano le relazioni fra i tre pesi ma non il loro valore.
2 (19-28): non sapendo come gestire le scritture precedenti per trovare il peso dei tre ragazzi procedono per tentativi. L'insegnante giustamente li lascia fare sino a che (25-26) giungono alla conclusione corretta.
3. (29-45): guidati dall'insegnante (29) riconsiderano due delle loro precedenti scritture: C+A=52 e A+8=C. Con la frase successiva (30) l'insegnante introduce quello che in algebra è noto come principio si sostituzione*: l'equazione A+8=C - come giustamente osserva Marcello (32) - esprime C in forma non canonica (A+8), e l'insegnante propone di sostituire questa scrittura a C in C+A=52 ottenendo così una frase equivalente alla precedente: .A+8+A=C che poi gli alunni, attraverso pochi altri spunti, risolvono grazie alle competenze acquisite anche attraverso l'uso della bilancia.*
L'attività è molto interessante per più ragioni:
(i) l'autonomia, la disponibilità alla collaborazione, all'ascolto reciproco, all'esplorazione da parte degli alunni;
(ii) la disponibilità ad esprimere ed utilizzare competenze a livello relazionale (rappresentazione canonica e non canonica dei numeri, riconoscimento della bilancia e dei suoi principi, gestione di frasi in linguaggio matematico);
(iii) la conduzione non invadente (l'insegnante dice solo quello che può essere utile all'avanzamento della riflessione collettiva senza sostituirsi agli alunni e senza forzarli al di là delle loro possibilità);
(iv) l'abitudine alla riflessione sulle situazioni, all'interpretazione delle scritture in linguaggio algebrico e all'argomentazione.
In sostanza, si può parlare di un efficace contratto didattico condiviso.
Concludo le mie riflessioni: questo diario mi fa pensare ancora una volta ad un tema molto importante, quello collegato all'argomento sistema di equazioni*: un insieme di due o più equazioni (come in queto caso) che, come si dice, ammettono le stesse soluzioni, dove cioè le incognite assumono gli stessi valori. I sistemi, e il principio di sostituzione, sono tradizionalmente considerati compiti più complessi a livello algebrico, e quindi inadatti ad alunni giovani. Nel progetto ArAl, proprio grazie al concetto di* forma canonica *e* non canonica *che fa emergere Marcello (32), si potrebbe pensare (forse) a dei giochi o a semplici situazioni problematiche che permettano un approccio a tale tema. Una bella sfida, alla quale contribuiscono anche diari interessanti come questo.*