progetto ArAl percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico	2022/23	Cannucce & Bicchieri	1

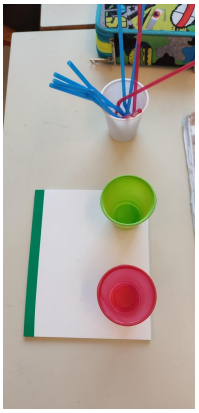
Monteroni d'Arbia (SI)	*1*	***1***	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	***M.***

11 Gennaio 2023

Commenti Insegnante di classe
Commenti Giancarlo Navarra

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 1ª C è composta da 19 alunni, 10 maschi e 9 femmine. Sono presenti 6 alunni stranieri, di seconda generazione e 1 alunno con B.E.S. La classe si presenta in generale come attiva, attenta e partecipativa e dimostra interesse per la disciplina di studio. Tale positiva vivacità a volte degenera in atteggiamenti di confusione e sono necessari interventi di richiamo.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: L'attività si svolge a coppie, però ciascun alunno riceve una tavoletta, con i due bicchieri (verde a sinistra, rosso a destra) e un bicchiere bianco con all'interno 10 cannucce colorate. Ad Ottobre 2022 gli alunni hanno vissuto un'esperienza simile (con 5 cannucce e senza la presenza del terzo bicchiere), grazie all'intervento diretto del professore Navarra nella classe.

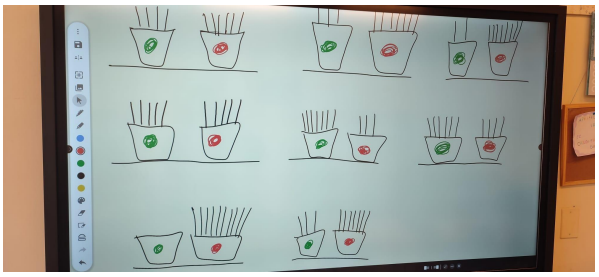


1. *L'insegnante spiega ai bambini che a differenza dell'attività precedente, "Cannucce e bicchieri", adesso trovano accanto alla tavoletta un terzo bicchiere, con all'interno alcune cannucce, da distribuire nei due bicchieri colorati: rosso e verde.*
2. I: Dovete distribuire tutte le cannucce, il bicchiere bianco deve restare vuoto!
3. Diego: Ecco, così… è vuoto!
4. I: Vuoi venire a spiegare come hai diviso le tue cannucce?[1]
5. Diego: Prendo pure la tavoletta?
6. I: Certo.
7. Irene: Poi, posso venire io?
8. Diego: Nel bicchiere verde ho messo…
9. I: Cioè quello del lato…
10. Diego: Mmm…
11. I: Sinistro o destro?
12. Georgia: Questo è destro, questo è sinistro!
13. Diego: Sinistro?
14. I: Perfetto!
15. Diego: Ho messo tre cannucce verdi e una blu.
16. I: Va bene, non importa il colore delle cannucce, ve le ho date mescolate, dì quante cannucce sono in tutto!
17. Diego: Quattro!
18. I: Quindi, nel bicchiere a sinistra hai messo quattro cannucce. E nel bicchiere…
19. Diego: A destra, ho messo sei cannucce.
20. I: Molto bene, grazie![2] Appoggia la tavoletta qui e ritorna al tuo posto!

---

[1] Preferivo utilizzare il verbo "distribuire", però in maniera spontanea ho pronunciato "diviso".
[2] Sarebbe molto importante che l'insegnante, dopo aver guidato un alunno alla conclusione di ciò che dovrebbe dire, gli chiedesse di ripetere da solo, tendenzialmente senza aiuti da parte sua, la frase completa. Queste sono, per gli alunni, conquiste fondamentali: arricchiscono le loro competenze argomentative e aumentano la sicurezza e l'autonomia, scoprendosi capaci di spiegare con molte parole.

21. Irene: Posso venire io?
22. I: Prima, alla LIM, rappresentiamo la tavoletta di Diego. Ha detto che nel bicchiere a sinistra ha messo… quante cannucce erano?[3]
23. Diego: Tre.
24. I: No! Quante cannucce erano a sinistra?
25. Diego: A sinistra non mi ricordo, però penso quattro perché a destra ho messo sei.[4]
26. Irene: Posso venire?
27. I: Vieni, vieni!
28. Andrea: Dopo Irene posso essere io?
29. *Si avvia un sollecito corale per la presentazione della tavoletta, da parte di tanti alunni. L'insegnante interviene per ristabilire l'ordine.*
30. I: Spiegaci che cosa hai fatto?
31. Irene: Nel bicchiere di sinistra ho messo quattro cannucce, nel bicchiere di destra ho messo sei cannucce.
32. I: Molte bene, ti faccio un'altra domanda! La tua distribuzione è diversa da quella di Diego?
33. Irene: Sì!
34. I: È diversa? Allora, Diego ha messo quattro cannucce nel bicchiere a sinistra e sei cannucce nel bicchiere a destra.
35. Irene: Sono uguali i bicchieri a destra.
36. I: E quelli a sinistra, no? Quante ne hai messe?
37. Irene: Quattro.
38. I: E Diego?
39. Irene: Uguale.
40. I: Quindi?
41. Irene: Uguali sono…
42. I: Avete fatto la stessa distribuzione, o.k.! Vieni, Giulia!
43. Giulia: Nel bicchiere di sinistra ho messo due cannucce.
44. I: Sinistra o destra?
45. Giulia: Sinistra.
46. Giorgia: Destra!
47. Giulia: Destra!
48. I: Quindi nel bicchiere a destra hai messo…
49. Giulia: Due cannucce. E nel bicchiere di sinistra ho messo otto cannucce.
50. I: Molto bene! Perché hai fatto questa rappresentazione?
51. Giulia: Perché è diversa da quella di Diego.
52. *L'insegnante rappresenta alla LIM. la tavoletta di Giulia, disegnando i due bicchieri e le cannucce all'interno di ciascun bicchiere. Farà lo stesso per ogni tavoletta.*



53. I: Un altro che ha distribuito le cannucce in maniera diversa?
54. Corro: Io, io, io…
55. I: Vieni, Andrea!
56. Andrea: Ho messo tre nel bicchiere di sinistra e ne ho messe sette nel bicchiere di destra.
57. I: Molto bene! Perché le hai rappresentate così?
58. Andrea: Perché tre le ho messe qua e sette le ho messe qua.[5]

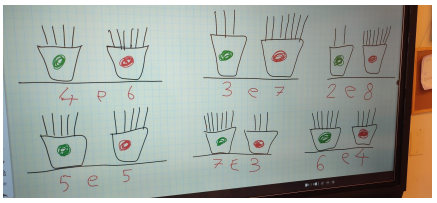
---

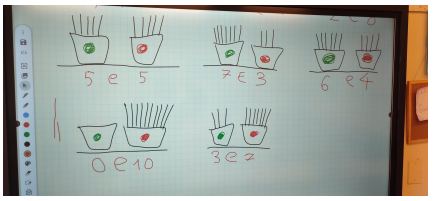
[3] *Richiedo il numero delle cannucce per accertarmi che anche gli altri abbiano seguito l'alunno che spiegava. Invece, spontaneamente ha risposto sempre lui.*

[4] *Interessante, non abbiamo ancora affrontato le addizioni e non avevo comunicato loro il numero totale delle cannucce.*

[5] *Credo che l'insegnante non si aspettasse una risposta 'assoluta' ("Io ho fatto così") ma una relativa, avente questo senso: ho fatto così perché il mio modo di distribuire le cannucce nei bicchieri è diverso da quello dei miei compagni. Se fosse vera la mia ipotesi sarebbe stato meglio, invece che passare a Violante, 'restituire la palla' ad Andrea.*

59. I: Grazie! Vieni, Violante!
60. Violante: Nel bicchiere destro ho messo cinque cannucce e nel bicchiere sinistro… (*si blocca davanti all'uguaglianza e tenta di ridistribuirle).*
61. I: Perché le ridividi? Va bene, così! È diverso rispetto agli altri compagni?
62. Violante: Sì.
63. I: Quindi nel bicchiere a sinistra quante ne hai messo? Non ce lo hai detto.
64. Violante: Cinque.
65. I: E nel bicchiere a destra?
66. Violante: Cinque.
67. I: E che cosa hai detto prima? Come sono?
68. Violante: Uguali.
69. I: Grazie! Vieni, Mario![6]
70. Mario: Nel bicchiere di sinistra ho messo cinque cannucce e nel bicchiere di destra cinque cannucce.
71. I: O.K. Guarda sopra il tavolo, ce ne un altro compagno che le ha distribuite uguale a te?
72. Mario: Sì, Violante.
73. I: Bene, grazie! Vieni, Lorenzo!
74. Lorenzo: Nel bicchiere a sinistra ho messo sette cannucce e a destra ce ne ho messo tre.
75. I: Molto bene, grazie! Puoi ritornare al tuo posto![7]
76. Si prosegue con la presentazione delle tavolette e la rappresentazione grafica alla LIM. fino all'esaurimento delle rappresentazioni: 0 e 10; 6 e 4; 3 e 7; 4 e 6. La coppia che si è ripetuta più volte è stata quella con sei bicchieri a sinistra e quattro a destra.
77. I: Bambini, adesso che conosciamo i numeri, proviamo a scrivere sotto ai bicchieri i numeri delle cannucce?
78. Tutti: Siii!
79. Il compagno di ogni coppia, colui che non ha presentato la tavoletta, viene alla LIM e scrive i rispettivi numeri sotto alla rappresentazione grafica del bicchiere.





80. Diego: Quattro e sei… Quarantasei!
81. I: Sono quarantasei le cannucce?
82. Mario: No, ma quattro e sei, quarantasei.
83. I: Che cosa ha scritto Yakouta alla lavagna? Ha scritto quarantasei?
84. Mario: No, ci devi scrivere quattro accanto al sei per essere quarantasei.
85. I: Bravo, Mario! Per scrivere quarantasei, devi mettere il quattro accanto al sei. Invece Yakouta che cosa ha scritto?
86. Andrea: Quattro e sei.
87. I: Yakouta ha scritto quattro e sei. Che forma è questa? Canonica o non canonica?
88. Irene: Canonica!
89. Diego: Non canonica!
90. I: Decidiamo!
91. Più voci: Non canonica!
92. I: È la forma non canonica di quale numero?
93. Andrea: Quattro e sei!
94. I: Quante cannucce avevate nel bicchiere bianco?

Naturalmente una riflessione di questo tipo è favorita dalla lettura a tavolino del diario; questa, per altro, è proprio la sua ricchezza: esso permette, appoggiandosi a singoli episodi, di riferirli a temi generali.

[6] Anche in questo caso, provi a pensare se avesse restituito la parola a Violante: l'alunno si sarebbe sentito dire tutto d'un fiato: "Nel bicchiere destro ho messo cinque cannucce e nel bicchiere sinistro ho messo cinque cannucce". Quindici parole in fila: un bel risultato!

[7] Sarebbe stato importante concordare con gli alunni che, prima di proporre il loro modo di distribuire le cannucce, devono controllare se la coppia c'è già o meno. Bisogna condividere con la classe un contratto didattico che preveda che il controllo non sia ogni volta delegato passivamente all'insegnante, ma che venga esercitato da ogni alunno. Oltretutto gli alunni devono essere resi consapevoli che ogni ripetizione è una perdita di tempo prezioso. Invito a leggere il termine devoluzione, costrutto di Brousseau, fondamentale nella relazione fra alunni e docente. Per ampliare questo tema, rimando al capitolo del mio libro I.3 La conduzione delle discussioni.

95. Più voci: Dieci!
96. I: Quindi, quattro e sei è la forma non canonica di quale numero?
97. Più voci: Dieci![8]
98. I: Molto bene, bravi! Andiamo avanti! Un'altra forma non canonica del numero dieci è…?
99. Più voci: Otto e due!
100. I: Molto bene! Adesso guardate questa rappresentazione!
101. Giorgia: Tre e sette! Tre e sette è un'altra forma non canonica del numero dieci.
102. I: Brava! Molto bene, Giorgia!
103. *Si prosegue nello stesso modo con tutte le coppie dei numeri. Arrivati alla coppia dei numeri 0 e 10, Diego interviene nuovamente.*[9]
104. Diego: Dieci è la forma canonica del dieci!
105. I: Cioè, spiega meglio, qual è la forma canonica del numero 10?
106. Andrea: Quella lì scritta, quella uno zero!
107. Diego: È quella perché c'è l'uno e zero e basta.
108. I: Bravissimi! Andrea, devi rispettare però, il turno di parola! Bambini, vi sembrano ordinati questi bicchieri?
109. Più voci: Nooo!
110. I: Quindi cosa dobbiamo fare? Li lasciamo così?
111. Più voci: Nooo!
112. I: Proviamo a metterli in ordine?
113. Più voci: Siii![10]
114. I: Da quale tavoletta dobbiamo partire?
115. Più voci: Dalla prima!
116. I: E qual è la prima?
117. Diego: Io lo so! La prima è quella lì: zero e dieci.
118. I: Perché, secondo te è la prima? Spiega!
119. Diego: Perché c'è prima lo zero e poi l'uno.[11] Quando mettiamo i numeri in fila, prima sta lo zero e poi uno.
120. I: Quindi tu dici che se formiamo una fila di numeri dobbiamo iniziare con lo zero?
121. Diego: Sì!
122. I: Molto bene! Vieni a posizionare la tavoletta! Chi viene dopo?
123. Andrea: Secondo me viene quella con tre e sette.
124. I: Perché hai pensato alla tavoletta con tre e sette?

---

[8] L'episodio (80-97) ruota attorno a rappresentazioni come '2 e 8' o '4 e 6'. Bisogna attendere di passare a rappresentazioni complete in linguaggio matematico come '2+8' e '4+6' per poter parlare di rappresentazione non canonica.

[9] Non è necessario far esplicitare per ogni scrittura, una di seguito all'atra, che si tratta della stessa forma non canonica; a mio avviso questa scelta per così dire 'democratica' finisce per produrre un'attività ripetitiva, poco stimolante, ala lunga portatrice di noia. Conviene chiedere alla classe o, meglio, ad un solo alunno alla volta, quale sia l'aspetto comune a tutte le scritture sotto i disegni. Emergerebbe che i numeri in ogni coppia cambiano, ma che rimane costante il fatto che essi sono considerati assieme, e questo concetto viene espresso in linguaggio naturale tramite la 'e'. Questo porta al passaggio in cui, in linguaggio matematico, la congiunzione si esprime con il simbolo '+', e allora sì che si può parlare di canonico e non canonico, non prima. A parte questi aspetti, le intenzioni dell'insegnante sono molto valide.

[10] Mi riferisco ora all'episodio (108-113): gli scambi di questo tipo sono poco produttivi. Invito a leggere 'Domande interlocutorie a risposta corale Sì No', e per una riflessioni più approfondita il Cap. I.2 Costrutti teorici di riferimento *del mio libro.*

[11] Anche leggendo le righe successive, non mi è chiaro cosa intenda Diego quando nomina lo zero e l'uno, e sarebbe stato meglio fermarsi e chiedergli di spiegarsi con altre parole. A quale uno allude? Mi viene il dubbio che, dicendo "C'è prima lo zero e poi l'uno", possa essersi riferito, osservando questo disegno alla LIM:

alla 0 sotto il bicchiere a sinistra e all'1, unità di 10, sotto quello di destra; se fosse così non si sarebbe riferito, come ci si sarebbe aspettati, all'1 della coppia '1 e 9' (che per altro alla LIM manca, perché è stata segnata due volte la coppia 3-7). Questo mi porta ad una considerazione generale: mi sono accorto, dopo vent'anni e più di diari che, spesso, l'insegnante ascolta l'alunno che risponde con un orecchio solo, perché in realtà segue il suo personale filo logico, e se ha l'impressione che quello che dice si avvicini a questo filo, anche se in una forma linguistica ambigua, carente, approssimativa, l'orecchio solo glielo fa accettare e lo porta a proseguire. Bisognerebbe imparare ad opporsi a questa tendenza (se l'insegnante si accorgesse che c'è in lei/lui) e prestare maggiore attenzione alla correttezza della verbalizzazione degli alunni. Invito a questo proposito a leggere, fra le Domande che stimolano comportamenti metacognitivi, la voce Invito a riformulare la propria argomentazione.

125. Andrea: Perché, giustamente, il tre viene dopo l'uno e il due. Quindi ne ho voluto saltare due[12].
126. I: Li hai saltati appositamente?
127. Andrea: Sì!
128. I: E perché li hai saltati?
129. Giorgia: Perché prima deve venire l'uno non il tre.
130. I: Senti, Giorgia ti dice che prima deve venire l'uno non il tre. Quindi cosa dobbiamo fare?
131. Andrea: Allora facciamo quella uno e nove.
132. I: E quindi quale tavoletta prendo dal tavolo?
133. Andrea: Quella uno e nove.
134. I: Quindi seguiamo il ragionamento di Giorgia, che dopo lo zero deve venire l'uno, per metterle in ordine?
135. Andrea: Sì, altrimenti l'ordine non torna.
136. I: La terza tavoletta che dobbiamo mettere in fila qual è?[13]
137. Irene: Due e otto.
138. I: E dopo?
139. Violante: Quattro e sei.
140. I: Siamo d'accordo tutti?
141. Più voci: Nooo!
142. Andrea: Perché quattro non viene dopo il due, viene il tre.
143. I: Quindi quale tavoletta prendiamo?
144. Andrea: Tre e sette, la mia tavoletta.[14]
145. I: Allora mettiamo in fila prima la tavoletta con tre e sette e dopo la tavoletta con quattro e sei. Ma, come si chiama il numero che viene dopo?[15]
146. Più voci: Successivo!
147. I: Quindi il successivo del numero due è il numero…
148. Più voci: Tre!
149. I: Non il quattro! Andiamo avanti!
150. Venere: Il cinque con il cinque!
151. I: Usa più parole[16] e alza un po' la voce!
152. Venere: Dopo mettiamo in fila la tavoletta con cinque e cinque.
153. Giulia: Adesso bisogna mettere nella fila sei e quattro.
154. I: Ovvia, cosa dobbiamo mettere in fila adesso?
155. Più voci: Sette e tre!
156. I: E infine?
157. Irene: Otto e due!
158. I: Abbiamo finito?
159. Più voci: Sì!
160. I: Abbiamo finito con le tavolette che avete rappresentato. Ma, secondo voi, abbiamo finito di rappresentare il numero dieci?
161. Più voci: Nooo!
162. Irene: Manca il nove e il dieci.
163. I: Quindi?
164. Giulia: Dobbiamo modificare due tavolette!

---

[12] *Credo di aver sbagliato il modo in cui ho formulato la domanda, perché così si è reso conto del suo errore e ha cercato rimediare dando una giustificazione non congrua, anche se corretta. Mi spiace, ma non capisco il commento, come non capisco l'argomentazione di Andrea. Anche qui gli avrei chiesto di riformularla.*

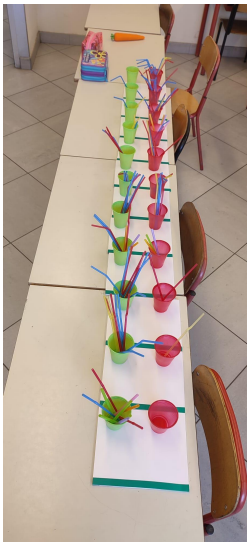
[13] *Mi collego al mio commento 11-r.119. L'insegnante dovrebbe superare la strategia di pilotare la discussione attraverso una sequenza di domande e risposte perché in questo modo non si ha discussione, ma si crea la dipendenza verso l'adulto. Avrei formulato la domanda (136) in questo modo: "Adesso organizzatevi senza di me e continuate a mettere in ordine le tavolette. Uno si mette qui e voi gli dite come spostarle. Poi mi spiegate come avete fatto. Io guardo in silenzio e vi ascolto".*

[14] *Adesso si capisce il perché dello sbaglio anteriore. Un piccolo momento egocentrico, forse, ha spinto Andrea a posizionare la tavoletta che aveva rappresentato lui, tra le prime nella fila. Sì, potrebbe essere. È anche per capire queste intenzioni che è importante guidare la classe a conquistare poco alla volta la consapevolezza che è necessario produrre argomentazioni chiare e coerenti. Rinnovo l'invito alla lettura del capitolo* I.3 La conduzione delle discussioni.

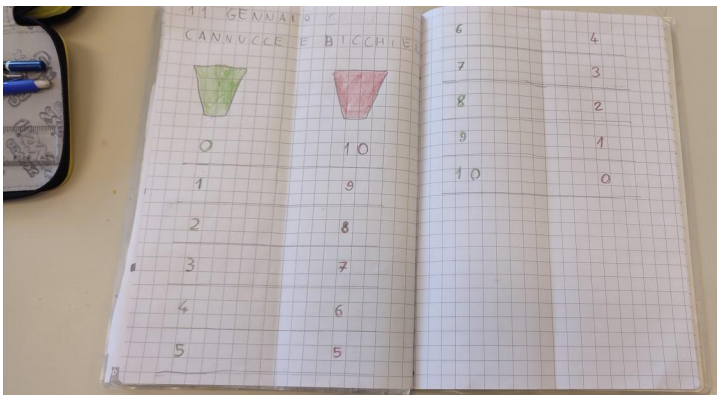
[15] *Importantissima questa competenza, bene. Il consiglio che do è di parlare, per il 'successivo', di 'numero che viene immediatamente dopo', perché ci sono infiniti numeri che, genericamente,* vengono dopo.

[16] *Ottimo invito. Suggerisco anche di contare le parole ad alta voce e di esprimer approvazione per il loro numero.*

165. I: Vieni, Giulia! Prendi questa di Mario e ridistribuisci le cannucce nei due bicchieri!
166. Giulia: Nel bicchiere a sinistra dobbiamo avere nove cannucce e in quello a destra uno.
167. I: Molto bene! Brava! Metti la tavoletta in fila! Abbiamo finito?
168. Irene: No! Manca il dieci!
169. I: Vieni tu a rappresentare quello che manca!
170. Irene: Nel bicchiere a sinistra ho messo dieci cannucce e in quello a destra nessuna cannuccia, zero.[17]



171. I: Adesso registriamo anche noi questi dati nei quaderni!
172. Più voci: Siii!



173. I: Adesso che abbiamo scritto tutti i numeri ottenuti, che cosa osservate?
174. Diego: Io ho osservato che a sinistra ci sono i numeri che crescono…
175. I: Cosa vuol dire i numeri che crescono?
176. Diego: Dal più piccolo al più grande, in ordine crescente. Mentre, quelli del bicchiere rosso sono in ordine decrescente.
177. I: Bravo, Diego! Altre osservazioni!
178. Andrea: Per me sono come una ruota che gira, nel senso che mentre i numeri verdi vanno avanti, i rossi decrescono.
179. I: Bravo, Andrea! Altre osservazioni ci sono?
180. Nahida: Sono uguali fino al cinque. All'inizio si vedono i numeri verdi minori e i rossi maggiori e poi al contrario sono maggiori i verdi e minori i rossi.
181. I: Brava, Nahida! Ottima osservazione! Altro?

---

[17] *Anche nel lungo episodio (132-169) rilevo una presenza eccessiva dell'insegnante. Se questo atteggiamento venisse giustificato con l'età, condividerei solo in parte la giustificazione, perché ritengo che, indipendentemente dall'età (scrivo le stesse cose nei diari dell'infanzia) sia sul metodo di lavoro che l'insegnante dovrebbe lavorare, cioè sulle modalità della sua conduzione.*

182. Violante: Sono tutti i numeri che abbiamo imparato.[18]
183. I: Sì, brava! E poi? Guardate bene le coppie dei numeri!
184. Giorgia: Zero e dieci è la forma non canonica del numero dieci.
185. I: Brava, Giorgia! Solo zero e dieci?
186. Giorgia: No, anche otto e due, e anche cinque e cinque.
187. I: Esatto, brava! Ma, tre e sette?
188. Diego: Anche tre e sette e anche quattro e sei, tutte!
189. I: Cosa vuol dire tutte?[19]
190. Diego: Tutte le coppie sono la forma non canonica del numero dieci.
191. I: Oh, bravo, Diego! Per oggi ci fermiamo qui! Grazie a tutti!

---

[18] *Non penso che Violante si riferisca ai numeri, perché certamente i bambini conoscono molti numeri oltre il 10. Mi vien da pensare che intenda le cifre, che però chiama 'numeri'. Invito l'insegnante a verificare le competenze della classe in questo senso. È necessario far riflettere sin d'ora gli alunni sulla differenza fra 'cifra' e 'numero'.*

[19] *In seguito alla lettura del diario, provo la sensazione di essere intervenuta troppo durante la lezione, limitando le riflessioni degli alunni. Alcune delle domande che ho formulato le vedo irrilevanti, perché non suscitano il pensiero, ma richiedono una risposta immediata ed evidente. La lezione, letta così, la vedo come un ripasso, senza un obiettivo significativo, nonostante la mia intenzione era quella di condurre i miei alunni verso l'acquisizione di un pensiero relazionale prima di iniziare a lavorare con le operazioni. Belle riflessioni finali, ne trovo molto raramente. Le condivido e mi sono espresso anch'io più volte in questo senso nei miei commenti. L'insegnante conferma la grande validità formativa del diario, in quanto fornisce importanti opportunità all'insegnante di rileggere criticamente il proprio operato. Grazie.*