

 progetto ArAl	2024/25	Rappresentare situazioni problematiche	1							
Faenza RA	I	I	2	3	4	5	1	2	3	A.A.

\ febbraio 2025

Commenti *Insegnante di classe*
Commenti *Maria Grazia Della Picca*
Commenti *Giancarlo Navarra*
Commenti *Anna Traverso*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 4 E è formata da 22 alunni (1 disabile non verbale) la classe segue il Progetto ArAl dalla prima classe. Alcuni bambini si dimostrano particolarmente abili ad argomentare, mentre altri faticano ancora con il linguaggio. Due bambini hanno cominciato a frequentare la nostra classe da quest'anno per trasferimento da altre scuole e sono più in difficoltà.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: Rappresentare una situazione perché Brioshi possa risolverla.

Problema:

Decorazioni natalizie

Le vacanze di Natale sono già finite da un po', ma in casa Barnabè ci sono ancora le decorazioni da togliere!

Francesca, Lorenzo, Federico e Margherita decidono finalmente di riporre nella scatola le palline del loro albero di Natale.

Francesca toglie dall'albero 11 palline, Lorenzo ne toglie 7, Federico ne toglie 8 e Margherita finisce di togliere tutte le palline rimaste sull'albero.

Alla fine i quattro fratelli chiudono la scatola con tutte le loro 35 palline.

Rappresenta la situazione in modo che Brioshi possa trovare il numero di palline che ha tolto Margherita.

1. L'insegnante chiede ad un bambino di leggere lentamente il problema proiettato alla Lim. La classe è silenziosa e appare attenta
2. I: Senza risolvere ora il problema, cioè senza dirmi il numero di palline che toglie Margherita, vorrei che qualcuno me lo rielaborasse, cioè me lo raccontasse, provi tu Emma?
3. Emma: Ci sono questi fratelli che devono... (Pausa di silenzio)
4. I: Non l'hai capito? (Emma fa cenno di no con la testa)
5. I: Ma hai ascoltato mentre Anabel leggeva?
6. Emma: Sì.
7. I: Allora adesso vi distribuisco il testo del problema, così lo rileggete personalmente.¹
8. L'insegnante distribuisce ad ogni bambino un fogliettino con il testo del problema. Mentre distribuisce...
9. Christian: Ma io lo so già risolvere.²

¹ Mi capita frequentemente che la lettura collettiva del problema non sia sufficiente per alcuni bambini che faticano a prestare attenzione. Preferisco sempre far precedere la discussione da una lettura individuale del quesito o dalla dettatura dello stesso.

² La spinta a risolvere è sempre molto forte. Molti bambini di questa classe sono risolutori molto abili di situazioni anche complesse. Per questo chiarisco il tipo di attività su cui verte la lezione: ora non ci interessa risolvere, ma rappresentare. Vedo dal diario che l'insegnante ribadisce più volte la differenza fra risolvere e rappresentare ma questa dualità è concettualmente molto complessa, sia per gli insegnanti che per gli alunni, perché richiede un reale cambio di paradigma, e per questa ragione suggerisco di affrontarla appena se ne ravvede l'opportunità, anche proponendo quelle che dei ricercatori americani hanno chiamato 'philosophical discussions'. Per esempio l'insegnante potrebbe porre questioni come: Cosa significa per voi risolvere un problema? Cosa significa rappresentare un problema? Se uno di voi risolve il problema, cosa pensa di mandare a Brioshi?

Nella consueta prospettiva procedurale un alunno risolve il problema assegnato individuando la/le operazione/i necessaria/e. Nella prospettiva relazionale l'alunno non è un risolutore, ma un 'rappresentatore' e dà a Brioshi il compito di risolvere. E qui c'è il nodo: cosa risolve Brioshi? Non risolve il problema, risolve un'equazione che lo rappresenta in linguaggio matematico. Anni fa un alunno mi ha chiesto (il problema assegnato alla classe riguardava delle automobili): Ma come fa a sapere Brioshi che quei numeri si riferiscono alle auto? E aveva ragione: Brioshi non ha idea di quale sia il problema: si limita a risolvere l'equazione che riceve applicando principi di equivalenza, sostituzioni, proprietà. Quando poi rinvia alla classe la soluzione dell'equazione, e quindi il valore dell'incognita, è la classe stessa che contestualizza quel valore in termini di numero di automobili.

 percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico		2024/25		Rappresentare situazioni problematiche							2			
Faenza RA		1	1	2	3	4	5	1	2	3	A.A.			

10. I: Sì, lo sapete risolvere, ma vogliamo anche saperlo rappresentare. Rileggetelo in silenzio almeno una volta, poi Emma riprova a dire quello che ha capito e noi l'aiutiamo se non ha capito qualcosa.
11. *I bambini rileggono il testo.*
12. Gabriel: Cosa vuol dire Barnabè?³
13. I: Barnabè è un cognome, come Maiolino... È come dire in casa Maiolino.
14. *Dopo la lettura individuale Emma riesce a ripetere correttamente la situazione del problema.*
15. I: Ok, Emma. Quindi noi dobbiamo riscrivere con linguaggio matematico quello che succede perché Brioshi possa trovare... che cosa, Emma?
16. Emma: Quante palline ha raccolto Margherita.
17. I: Brava Emma, adesso lo hai capito proprio bene! Proviamo a parlarne un po' insieme.⁴ Intanto notate la consegna. Se fosse un problema che si trova sui libri cosa ci sarebbe scritto in grassetto alla fine?
18. Simone: Una domanda.
19. I: E quale sarebbe stata la domanda in questo caso?
20. Simone: Quante palline ha raccolto Margherita?
21. I: Ok. Invece qui non c'è una domanda, ma cosa vi chiede di fare?
22. Chiara: Ci chiede di rappresentare la situazione in modo che Brioshi la risolva.
23. I: Benissimo, noi non siamo dei risolutori in questo momento, ma dobbiamo rappresentarlo in modo da farlo risolvere a qualcun altro. Intanto cosa vuol dire rappresentare?⁵
24. Asia: Vuol dire che lo fai vedere.⁶
25. I: Quindi io ho una situazione e la faccio vedere. Posso farla vedere con un disegno o con il linguaggio della matematica. Cosa usa il linguaggio della matematica?
26. Christian: Numeri e segni.
27. I: Benissimo, quindi ora dobbiamo riscrivere questa situazione in modo che si possa vedere. Ora a voi la parola.⁷ Io scrivo quel che dite.

Per affrontare tali aspetti propongo questa attività con un'altra quarta: presentare a due classi quarte due problemi (A) e (B) strutturalmente analoghi ma ambientati diversamente; per esempio:

(A) In una libreria ci sono 25 libri su uno scaffale, 47 su un secondo e altri su un terzo. In tutto si contano 74 libri.

Rappresenta la situazione in modo che i compagni dell'altra quarta trovino il valore del numero sconosciuto.

(B) 74 alunni partecipano a dei giochi della scuola: 25 sono delle terze, 47 delle quarte e altri delle quinte.

Rappresenta la situazione in modo che i compagni dell'altra quarta trovino il valore del numero sconosciuto.

Come si vede, ci si limita a chiedere di trovare il valore del numero sconosciuto, senza precisare se si tratti di numeri di libri o di alunni. Poi:

- *le classi si scambiano le rappresentazioni (probabilmente, ricevendo rappresentazioni che contengono gli stessi numeri, gli alunni pensano che all'altra classe sia stato assegnato lo stesso problema);*
- *trovano il valore delle relative incognite e si scambiano anche quello;*
- *ogni classe contestualizza, tramite la risposta, il valore dell'incognita relativo al suo problema e lo rinvia all'altra classe (che probabilmente si stupisce perché il significato della risposta non è quello atteso!);*
- *si apre il confronto e la discussione all'interno di ogni classe (o a classi unite) con l'obiettivo di far almeno intuire che l'equazione $74=25+37+x$ rappresenta una classe infinita di problemi strutturalmente analoghi.*

³ *Il lessico di alcuni bambini della classe è molto limitato e, a volte, anche parole semplici sono da spiegare.*

⁴ *La lettura personale del testo è stata utile. Ora anche E. è inserita nel lavoro di classe.*

⁵ *Ottima questione, tutt'altro che semplice. Va benissimo la risposta di Asia (24) come momento interlocutorio nell'affinamento del balbettio algebrico. Penso tuttavia che sia possibile approfondire una riflessione sul significato del termine: si rappresenta la struttura matematica di un problema, e cioè l'insieme delle relazioni che collegano gli enti, noti e sconosciuti. Un'attività per approfondire la riflessione su questo aspetto potrebbe essere:*

- *'Scrivete il testo di un problema che contenga tre enti (due noti e uno sconosciuto) collegati da una relazione additiva (oppure moltiplicativa) e da una relazione di equivalenza. Siete liberi di scegliere l'ambiente del problema'.*

⁶ *L'espressione di Asia su che cosa significhi rappresentare la situazione ('vuol dire che la fai vedere') lascia trasparire, nella forma del balbettio algebrico, l'idea della traduzione da un linguaggio all'altro. Avrebbe potuto essere una buona occasione per introdurre le parole 'tradurre' e 'traduzione' nella terminologia della classe. Mi pare comunque che questo frammento di diario, dalla battuta 23 alla 27, mostri come l'insegnante, mentre accoglie e fa propria la frase dell'alunna, di fatto sposti l'attenzione della classe dalla ricerca della soluzione del problema, verso la sua rappresentazione matematica e porti gli alunni a fare proposte e a ragionare proprio sulla struttura del problema, come suggerisce Navarra nel suo commento.*

Faenza RA	I	I	2	3	4	5	1	2	3	A.A.
-----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

28. Christian: Io scriverei $11+8+7+\dots$ poi farei il punto interrogativo... uguale a 35.
 29. L'insegnante segna alla Lim la frase di Christian $11+8+7+=35$.
 30. Gabriel: Io farei $11+8+7+9=35$.
 31. L'insegnante riporta la frase di Gabriel alla LIM.
 32. Francesco: Sì ma questo è perché tu hai già calcolato il risultato!⁸
 33. I: Un attimo bambini, adesso raccogliamo tutte le idee, poi dite quello che ne pensate.⁹
 34. Chiara: Io scriverei $35-11-8-7$ e basta, in modo che lui poi trova il risultato.
 35. L'insegnante scrive la frase di Chiara.
 36. Migel: Io volevo fare $35-11-8-7+$ un numero sconosciuto.
 37. I: Quindi scrivo $35-11-8-7+\dots$
 38. Migel: No meno, mi son sbagliato! Meno un numero sconosciuto.
 39. I: Quindi devo scrivere – numero sconosciuto?
 40. Migel: No! Scrivo una lettera.
 41. I: Allora quale lettera vuoi che scriva?
 42. Migel: Una x.
 43. L'insegnante finisce di scrivere la frase di Migel.
 44. Emma: Io direi di fare 35 meno 11... no... non lo so...
 45. Ora alla lavagna ci sono queste rappresentazioni:

$11+8+7+=35$	Christian
$11+8+7+9=35$	Gabriel
$35-11-8-7$	Chiara
$35-8-11-7-x$	Migel ¹⁰

46. Cristian: Anch'io ho pensato di risolverlo¹¹ con la sottrazione, però non trovo giusto il modo di Migel perché se da 35 togli anche il numero sconosciuto arrivi a zero.
 47. Migel: Come?
 48. I: Spiega bene a Migel cosa vuoi dirgli.

⁷ Come scritto sopra, volevo chiarire che tipo di lavoro stiamo andando a fare ora, prima di lasciare loro la parola. Le risposte veloci e sicure alle mie domande mi rincuorano, anche perché hanno preso la parola anche bambini di solito silenziosi. Ora provo a lasciar lavorare loro, intervenendo il meno possibile.

⁸ Positivo che a notarlo sia un alunno. E brava l'insegnante che trascrive la frase di Gabriel senza commentarla, passando la parola a Francesco.

⁹ Francesco aveva interrotto Gabriel, non rispettando una nostra regola. Prima si fa terminare l'intervento del compagno, poi si discute su quel che ha detto. L'obiezione di Francesco però era giusta e forse ho sbagliato a intervenire e non lasciarlo continuare a parlare. Potevano chiarirsi tra loro. Forse è vero, ma apprezzo il modo di condurre l'attività da parte dell'insegnante. Il suo ruolo non mi pare limitante, è piuttosto di stimolo per gli alunni: registra le loro proposte e interviene affinché chiariscano il proprio pensiero, se lo ritiene necessario (es. 'spiega bene a Migel cosa vuoi dirgli'). È, direi, una conduzione in stile araliano.

¹⁰ A parte la prima rappresentazione, tutte le altre mi pare mostrino ancora un forte approccio alla risoluzione. Cerco di verificare se questo è vero nella conversazione che segue. Un suggerimento di metodo: prima di pensare a rappresentare, è opportuno chiedere agli alunni di individuare gli enti del problema e declinarli; in questo caso:

11 = numero delle palline tolte da Francesca

7 = numero delle palline tolte da Lorenzone

8 = numero delle palline tolte da Federico

r = numero delle palline rimaste tolte da Margherita.

35 = numero di tutte le palline chiuse nella scatola.

Questa premessa permetterebbe di capire (riga 45) che la rappresentazione:

$11+8+7+=5$ Christian contiene tutti gli enti, e li collega in modo corretto ottenendo una 'vera' equazione

$11+8+7+9=35$ Gabriel contiene solo quattro enti; il quinto (l'incognita) non c'è perché ha risolto il problema

$35-11-8-7$ Chiara contiene solo quattro enti, quindi è incompleta (manca il numero sconosciuto)

$35-8-11-7-x$ Migel contiene tutti gli enti ma conduce ad una scrittura problematica sulla quale fanno chiarezza alcuni compagni (54-63).

Scrivo comunque questo commento, sottolineando l'importanza dell'evidenziazione dei dati come primo passo dell'attività, anche se nel prosieguo della lezione questi aspetti vengono comunque affrontati.

¹¹ La mia impressione trova subito conferma: la classe sta avviandosi verso la rappresentazione delle situazioni, ma la tensione alla risoluzione è ancora molto forte e i due approcci si intersecano ancora tra loro.

Faenza RA	I	I	2	3	4	5	1	2	3	A.A.
-----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

49. Migel: All'inizio andava bene perché hai tolto le palline tolte da Francesca...
50. I: Oh! Bene! Diamo un nome a questi numeri.¹²
Cos'è 35?
51. Cristian: È il numero totale delle palline, 11 sono le palline¹³ tolte da Francesca, 8 le palline tolte da Federico e 7 da Lorenzo.
52. I: E x?
53. Cristian: Sono le palline tolte da Margherita.
54. I: Anche per te Migel x erano le palline tolte da Margherita?¹⁴
55. Migel: Sì.
56. I: E hai capito cosa ti dice Cristian?
57. Migel: Che così posso arrivare a zero.
58. I: E tu sei d'accordo?
59. Migel: Sì, sono d'accordo, ma non volevo arrivare a zero.
60. I: Sì, però hai capito che così arrivi a zero, perché le togli tutte.
61. Migel: Sì.
62. C'è un momento di discussione sottovoce tra i bambini, poi prende la parola Christian.
63. Christian: Però secondo me c'è una cosa da aggiungere in quella di Migel che la renderebbe vera. Basta scrivere uguale a zero! Così lui (Briosi) può capire quale numero deve mettere per arrivare a zero.¹⁵
64. I: Quindi tu dici di aggiungere qui uguale a zero.
65. L'insegnante aggiunge = 0 alla scritta proposta da Migel. Ora alla lavagna ci sono queste scritte:

$11+8+7+?=35$	Christian
$11+8+7+9=35$	Gabriel
$35-11-8-7$	Chiara
$35-11-8-7-x=0$	Migel

66. I: Cosa mi dite di quello che abbiamo scritto?
67. Francesco: Io avrei scritto come Christian, però invece di $11+8+7$ avrei fatto 26 poi siccome per arrivare a 35 mancano 9...
68. I: Quindi tu cosa scriveresti a Briosi?
69. Francesco: Tipo $11+8+7=26$ più numero sconosciuto uguale a 35.
70. I: Vieni a scriverlo tu alla lavagna.¹⁶
71. Francesco scrive:
 $11+8+7=26+x=35$.
72. Mentre scrive diversi compagni dicono che sta sbagliando.
73. Francesco: Ma lasciatemi fare prima di parlare.

¹² Di nuovo forse ho interrotto inopportuno il ragionamento di Cristian. Volevo riportare i bambini a riflettere sul significato dei numeri, ma ci stavano arrivando da soli. Come ho scritto nel commento precedente, la prima cosa da fare sarebbe individuare gli enti.

¹³ Dalla riga 42 alla 46 molte volte i ragazzi dicono "sono le palline", mentre dovrebbero dire "è il numero delle palline"; più avanti l'insegnante si soffermerà su questo aspetto, opportunamente.

¹⁴ Puntualizzo una cosa ben nota all'insegnante: anche qui sarebbe opportuno dire non 'le palline' ma 'il numero delle palline'.

¹⁵ Mi rincuoro! L'intervento di Christian (un altro alunno) mi fa capire che la classe continua a ragionare insieme sulla rappresentazione. La discussione è sempre più partecipata. Christian però dà all'uguale un significato ancora procedurale ('per arrivare a zero') e in qualche modo anche l'insegnante lo fa, alla riga 51 ("così arrivi a zero, perché le togli tutte"). A me piace l'intervento di Christian, mi sembra un bell'esempio di 'balbettio algebrico'. Da un lato lascia trapelare il bisogno dell'allievo di portare a conclusione una storia che ha inizio con 35 palline sull'albero e continua con questo numero che via via diminuisce fino ad 'arrivare a 0' (prospettiva procedurale), dall'altro però l'alunno non assume il punto di vista del risolutore, non vuole attribuire un valore alla 'x', ma cerca di rendere 'vera' la formulazione del compagno costruendo una rappresentazione che dia a Briosi la possibilità di trovare quel numero (prospettiva relazionale): nella scrittura di Miguel Christian vede il primo membro di un'uguaglianza, e dà un nome al secondo, completandola ('basta scrivere è uguale a 0'). Su questo punto e su come affrontare un'equazione così formulata, non possedendo gli strumenti formali per gestirla, il commento finale di Navarra è illuminante ed esauriente.

¹⁶ Francesco vira nuovamente verso un approccio risolutivo. Inoltre capisco che sta usando l'uguale in maniera procedurale. Lo chiamo perché spero che lo correggano i compagni.

Faenza RA	I	I	2	3	4	5	1	2	3	A.A.
-----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	------

74. I: Certo! Lasciatelo finire prima di commentare.
75. Simone: Ma così sembra che $11+8+7$ è uguale a 26 più il numero sconosciuto!
76. I: Sì Francesco, queste sono tre mascherine di numeri (*l'insegnante disegna una mascherina attorno ai tre membri dell'uguaglianza*) $11+8+7$ è il 26 mascherato, $26+x$ è lo stesso numero mascherato?¹⁷
77. Francesco: No.¹⁸
78. I: C'è qualcuno che riesce a correggere quello che Francesco voleva scrivere?
79. Molti bambini alzano la mano e l'insegnante chiama Chiara alla lavagna.
80. Chiara scrive:
- $$11+8+7=26$$
- $$26+x=35.$$
81. I: È quello che volevi scrivere a Brioshi Francesco?
82. Francesco: Sì!¹⁹
83. I: Però mi sembra che così facilitiamo molto il lavoro a Brioshi. In fondo Brioshi sa contare e può calcolare lui il 26.
84. Francesco: Allora mandiamo quella di Migel.²⁰
85. Simone: Anche io per trovare il numero sconosciuto ho provato a calcolare come Francesco, ma non volevo inviare a Brioshi quella perché è troppo facile.
86. I: Bene, quindi abbiamo detto che potremmo inviare la rappresentazione di Migel con uguale a zero. E la tua, Chiara? Se inviamo $35-11-8-7$ secondo te Brioshi capisce bene la situazione? Capisce che deve trovare un numero sconosciuto?²¹
87. Chiara: Hm... potremmo aggiungere $35-11-8-7$ uguale a un numero sconosciuto.
88. I: Scrivo uguale a un numero sconosciuto?
89. Chiara: No, scrivi uguale a una lettera.
90. I: Visto che cerchiamo il numero di palline, potremmo usare la p?
91. Chiara: Sì! Dai! $35-11-8-7=p$.
92. I: Gabriel, che dici della tua rappresentazione?
- $$11+8+7+9=35.$$
93. Gabriel: No, no... è sbagliata.
94. Altri bambini dicono che non va bene.
95. I: In realtà non è sbagliata. È una frase matematica corretta, ma forse non è quella da mandare a Brioshi, secondo voi perché?
96. Neve: Perché gli abbiamo già detto il risultato.²²
97. I: Sì, abbiamo fatto tutto noi, lui può dire che è vero, ma non deve fare nulla.²³ E della prima rappresentazione, quella di Christian, cosa mi dite?
98. Simone: Per me va bene.
99. I: Perché per te va bene?
100. Simone: Perché ci fa capire che $11+8+7+$ il numero sconosciuto devi arrivare a 35.²⁴
101. I: Sì, ma noi dobbiamo pensare a come era la nostra situazione: 11 cos'è?
102. Christian: Le palline di Francesca.
103. I: 11 sono palline?
104. Cristian: Il numero delle palline.
105. I: Ok, 11 è il numero delle palline di Francesca.

¹⁷ Da questo intervento dell'insegnante appare chiara la familiarità degli alunni con il concetto di 'rappresentazione di un numero', ma sarebbe opportuno a questo punto abbandonare la metafora della mascherina, per quanto efficace, per abbracciare un linguaggio più evoluto e introdurre i termini di 'forma canonica' e 'forma non canonica'.

¹⁸ Non dovevo accontentarmi di un semplice no, ma chiedere di spiegare con più parole. Concordo. È comunque positivo che le obiezioni ad una scrittura così palesemente procedurale da risultare anche formalmente scorretta siano rilevate dagli alunni e non dall'insegnante.

¹⁹ Anche qui mi accontento di una risposta a monosillabi, così non posso essere sicura che Francesco abbia realmente compreso.

²⁰ Anche qui non capisco se Francesco ha compreso bene il suo errore. Decido di riprendere il concetto in seguito.

²¹ Ora, per prima cosa, cerco di far loro modificare le rappresentazioni in cui non appare il numero sconosciuto, cioè quella di Gabriel e Chiara.

²² Anche in questo caso riemerge un retropensiero di tipo procedurale. Ma è normale, il passaggio dal risolvere al rappresentare costituisce per insegnanti e alunni un salto di prospettiva molto complesso sul piano concettuale.

²³ Ora cerco di tornare a parlare di rappresentazione.

²⁴ Ancora un intervento che scivola verso un approccio risolutivo.

Faenza RA	I	I	2	3	4	5	1	2	3	A.A.
------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-------------

106. L'insegnante indica gli altri numeri invitando i bambini a parlare.
107. Simone: 8 è il numero di palline di Lorenzo, 7 il numero di palline di Federico e il ? è il numero di palline di Margherita.²⁵
108. I: Molto bene, e $11+8+7+?$ Che cos'è in matematica?
109. Diverse voci: Una somma!
110. I: Quindi è la somma tra...
111. Diverse voci: Il numero di palline di Francesca, il numero di palline di Lorenzo, il numero di palline di Federico e il numero di palline di Margherita.
112. I: Che è uguale a 35. Quindi abbiamo descritto bene la situazione.²⁶
Quindi ora abbiamo queste tre rappresentazioni:

$$\begin{aligned} 11+8+7+? &= 35 \\ 35-11-8-7 &= p \\ 35-11-8-7-x &= 0^{27} \end{aligned}$$

113. I: Tra queste quale inviamo? La seconda sa un po' di soluzione, bambini.²⁸

²⁵ In quarta è necessario che gli alunni abbiano confidenza con la lettera. Il punto di domanda limita molto i possibili utilizzi e le possibili riflessioni sul numero che non si conosce (i numeri sconosciuti possono essere due, uno potrebbe essere un'incognita e l'altro un numero indeterminato, ecc). Si può scherzare sul fatto che '?' è un simbolo 'da bambini' e la lettera uno 'da grandi' e loro, in quarta, sono alunni grandi.

²⁶ A questo punto sarebbe stato meglio far ripetere la frase intera ad uno di loro, visto che in parte l'ho detta io. Esattamente. Dalla lettura del diario e dei commenti che l'insegnante di classe fa sul suo lavoro si nota come abbia tenuto conto di tutti gli aspetti (alcuni direttamente nel corso dell'attività in classe, altri in fase di commento al diario) che erano emersi durante gli interventi in classe e negli scambi fra insegnanti presenti ed esperti:

- la necessità di verbalizzare la situazione in linguaggio naturale e in modo esauriente per verificarne la comprensione;
- la tendenza dell'insegnante ad accontentarsi di verbalizzazioni e risposte anche molto limitate purché corrette
- la difficoltà (per gli alunni, ma talvolta anche per l'insegnante stesso) a staccarsi dalla visione procedurale per portarsi su una rappresentazione che tenga conto di tutti gli enti in gioco (noti e sconosciuti) e delle relazioni che li legano, dove il segno = non porti a un 'risultato' ma indichi un'uguaglianza fra due espressioni in linguaggio matematico';
- l'utilità della nominalizzazione di enti e relazioni nella composizione della rappresentazione, ma anche nella verifica di una rappresentazione per individuare eventuali errori;
- la difficoltà dell'insegnante a 'defilarsi' dalla discussione fra gli alunni per sostenere solo un ruolo di supporto e favorire la devoluzione.

Sul punto c) forse si sarebbe potuto insistere un po' di più, ad esempio portando gli alunni a notare che nella rappresentazione di Francesco (riga 71) la somma fra 11, 8 e 7, che in forma canonica è il numero 26, non può essere uguale alla somma fra 26 e il numero sconosciuto delle palline di Margherita.

²⁷ Prendo lo spunto dalla frase $35-11-8-7-x=0$ per alcune considerazioni di carattere generale. Penso che le competenze degli alunni di questa classe siano al livello delle equazioni per gioco, nel senso che essi stanno lavorando sì alla rappresentazione ma non conoscono ancora la bilancia e i suoi principi, e il loro retropensiero è comunque procedurale, quindi ragionano in modo prevalentemente aritmetico. Questo fa sì che arrivino a produrre un'equazione ($35-11-8-7-x=0$) che non sono ancora in grado di comprendere e nemmeno di risolvere; a destra per loro cosa c'è? (Mary ha già dato la risposta nel commento 13); un altro nodo è che l'incognita è negativa, e questo complica non poco le cose sul piano algebrico. Naturalmente l'equazione è riconducibile a temi noti agli alunni; per esempio, svolgendo aritmeticamente i calcoli a sinistra, si ottiene la frase:

$$9-x=0$$

che può essere ricondotta alla rappresentazione fra i tre numeri di una minipiramide del tipo:

$$\begin{array}{r} 9 \\ x / 0 \end{array}$$

e gli alunni potrebbero possedere le competenze per trovare il valore di x.

Il salto concettuale sta qui: capire che ai due lati dell'uguale c'è lo stesso numero, e quindi che a sinistra, in questo caso, c'è una rappresentazione aperta di zero: si tratta di trovare quale numero x permetta non di ottenere il risultato '0' ma di 'chiudere' la rappresentazione non canonica '35-11-8-7-x' del numero '0'.

 progetto ArAl percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico	2024/25	Rappresentare situazioni problematiche								7
Faenza RA	1	1	2	3	4	5	1	2	3	A.A.

114. Segue stesura sul quaderno del lavoro e risoluzione dell'equazione per tentativi.

²⁸ Qui decido di prendere in mano la situazione ricordando dove siamo arrivati. Dovrò ancora lavorare in altre situazioni sulla capacità di focalizzare l'attenzione sulla rappresentazione. Non insisto ora perché la classe appare stanca e tende a distrarsi.

A me sarebbe venuta in mente la prima rappresentazione, perché io immagino di guardare la scatola delle palline e vedere 35 palline: 11 di Francesca, 8 di Lorenzo, 7 di Federico e un numero sconosciuto di palline di Margherita. Però pensando che sto togliendo delle palline dall'albero, mi sembra chiara anche l'ultima rappresentazione, perché prima togliamo 11 palline, poi 8, poi 7, poi un numero sconosciuto e alla fine l'albero è vuoto. In effetti mi trovo un po' in difficoltà a scegliere tra queste due rappresentazioni. Per continuare il lavoro di soluzione abbiamo usato la prima, perché mi sembrava più facile da risolvere, ma pensando che l'albero viene svuotato mi sembra accettabile anche l'ultima. Naturalmente sarebbe stato bello se le considerazioni conclusive fossero scaturite dagli alunni, ma solo chi ha il polso della situazione può rendersi conto fin dove può spingersi con le richieste e probabilmente ha fatto bene l'insegnante a chiudere qui l'attività. In generale trovo che gli alunni, nei loro interventi, siano stati partecipi e propositivi, abbiano dimostrato di sapersi ascoltare reciprocamente e, cosa piuttosto rara, di prendere in considerazione gli interventi dei compagni per integrarli, ma anche per correggerli o confutarli. L'aspetto dell'argomentazione andrà ulteriormente curato e approfondito, ma dall'andamento del diario si sente che l'insegnante usa la discussione come metodo di lavoro e questo, dal punto di vista delle scelte didattiche, ha un grande valore.